中国科学: 地球科学 2010 年 第 40 卷 第 4 期: 473 ~ 485
www.scichina.com earth.scichina.com
《中国科学》杂志社
SCIENCE CHINA PRESS

论 文

雷达探测仪对月球次表层结构的探测模拟方法

法文哲, 金亚秋*

复旦大学波散射与遥感信息教育部重点实验室, 上海 200433
* 联系人, E-mail: yqjin@fudan.ac.cn

收稿日期: 2009-07-06; 接受日期: 2009-11-17
国家自然科学基金重点项目(批准号: 40637033)资助

摘要 在月球探测中, 星载高频雷达探测仪(HF Radar Sounder)通过月球表面天底点和次表面天底点的回波时延差与强度探测月球分层结构. 电磁波在月球分层结构内散射与传播的建模与模拟, 对于从雷达探测仪回波中提取微弱的次表面天底点回波, 获取次表层结构信息等有重要的意义. 本文基于粗糙面散射的 Kirchhoff 近似与几何光学射线追踪, 提出月球分层结构雷达探测回波的模拟方法. 根据月球表面地形特征, 由规则三角形网格对月表面地形进行数值剖分, 数值计算月球表面与次表层面的雷达回波, 模拟绕月飞行的星载雷达探测仪对月球表面与次表层结构的探测图像, 分析月球表面特征性物理参数对回波的影响. 本文所述方法也可以应用到火星等其他外星球次表层结构的探测中.

关键词
雷达探测仪
月表层结构
回波模拟

月球分层构造记录着月球形成与演化的历史信息. 对月球分层结构的探测, 可以为了解月球物理状态与构造组成、研究月球起源与演化历史等提供科学的依据. 高频电磁波(High Frequency, HF)可以穿透到几公里深的月球内部, 从而有可能揭示月球次表层结构特征.

高频雷达探测仪(Radar Sounder)是一种用于探测月球表面以下数公里深层月质构造的有效工具. 1972 年美国 Apollo 17 探月飞行器搭载了雷达探测仪(工作频率: 5, 15 和 150 MHz), 第一次对月球表面进行雷达探测实验(Apollo Lunar Sounder Experiment, ALSE)[1,2]. 2003 年 6 月欧洲航天局(European Space Agency, ESA)火星快车(Mars Express)搭载火星次表面电离层先进探测雷达(Mars Advanced Radar for Subsurface and Ionosphere Sounding Radar, MARSIS), 是一个多波段(0.1~5.5 MHz)的雷达探测仪, 用于探测火星表面以下 5 km 范围内的表层结构[3]. 2005 年 8 月美国的火星侦察轨道器(Mars Reconnaissance Orbiter, MRO)搭载的浅表层雷达(SHAllow RADar, SHARAD), 是一个中心频率为 20 MHz 带宽为 10 MHz 的雷达探测仪, 用于探测火星约 1 km 深度内的浅表层结构[4]. 2007 年 9 月日本的探月卫星月亮女神(SELENE)搭载一个频率为 5 MHz 的月球雷达探测仪(Lunar Radar Sounder, LRS), 用以探测整个月球的次表层结构[5]. 在中国未来的探月计划中, 也有可能采用雷达探测仪技术, 对月球次表层结构进行探测.

为分析雷达探测仪对月球次表层结构的探测, Kobayashi 等[6~8]由粗糙面散射的 Kirchhoff 近似(Kirchhoff Approximation, KA)模拟月球表面与次表面的雷达回波. 但是, 由于计入月表面与次表面每个面元间可能的相互作用, 计算量非常大(约为 $O(N^3)$, 其中 N 为面元的数量), 难以阐明关键性的物理机制.

引用格式: Fa W Z, Jin Y A. Simulation of radar sounder echo from lunar surface and subsurface structure. Sci China Earth Sci, 2010, doi: 10.1007/s11430-010-0070-7

Picardi 等[3]借用粗糙面散射双尺度模型, 以完全没有特定月表面建模条件下,定性地分析雷达回波传播与反射的机制. Nouvel 等[9]用面元(Facet Method)模型给出了火星平缓粗糙表面的雷达探测仪回波模拟, 但其方法只适用于高度起伏不大的相对平缓的表面, 也没有次表面层回波的研究.

本文由 KA 近似与几何光学射线追踪, 提出快速高效地计算雷达探测仪回波与探测图像模拟的方法. 次表面回波只计算其镜向散射的贡献, 突出了分层结构中散射传输的机制, 极大地减少了次表面回波的计算量. 根据月球表面月海与环形山地形特征, 由规则三角形网格进行数值剖分. 根据 KA 近似与几何光学射线追踪, 计算月球表面与次表面的雷达回波, 模拟雷达探测射程距离上的探测图像. 并分析了各特征性参数对雷达回波的影响, 给出有效探测次表面回波的几个准则.

1 月球分层结构的雷达探测

如图 1, 高度为 H 的雷达探测仪以一定的波束宽度 θ 向月球表面发射电磁波. 电磁波在表面天底点 A 处发生反射和透射, 反射回波的时延为 $2H/c$, 其中 c 为真空中的光速. A 处透射的电磁波通过表层 1 至次表面天底点 B 处时发生反射, 再经过表层 1 向上传播被雷达探测仪接收, 该回波比 A 处回波时延晚 $2D\sqrt{\varepsilon_1'}/c$. 如果表层 1 介电常数 ε_1 已知, 则由该时延差可以确定次表面的深度 D, 而由这两点回波的强度差异可以估算次表层介电常数 ε_2, 判断次表层(层 2)的物质成分.

月表物质介电常数的实部与月表物质体积密度 ρ 有关, 而损耗角正切与 ρ 和 $FeO+TiO_2$ 含量 S 有关[10]. 一般地有 ρ=1.8 g/cm^3, S=0~30%, 介电常数 ε 由文献[10, 11]计算. 取 S=5%~20%, 得到 ε=(3.2+0.01i)~(3.2+0.06i), 这样 5 MHz 电磁波穿透深度为 3.4~0.6 km. 可见, 用 HF 波段的雷达探测几百米到几公里的月表层结构是可行的.

若月球表面和次表面都是光滑平表面, 则雷达探测仪只接收到 A 处和 B 处的回波. 实际上月球表面是高低起伏的, 这样雷达探测仪也会接收到月表面非天底点 C 处以内各处的回波. 由于月球层内电磁波传播散射与衰减, 次表面天底点 B 处的回波往往很弱. 若月表面非天底点的回波时延和次表面天底点 B 处的回波时延差不多相等, 则雷达探测仪将同时接收到这两点的回波, B 处微弱的回波可能被表面非天底点回波淹没而无法分辨.

月球表面总体上可分为相对平缓的月海(Mare)和高出月表水准面约 2~3 km 的多坑洞的月陆(Highland). 一般情况下, 月海表面相对比较平滑, 除过零星分布的环形山之外没有任何其他明显的地形特征, 而古老的月陆表面则分布着大量的大大小小的环形山. 为数值模拟月球表面地形, 在目前缺少月球表面高分辨率数字高程情况下, 本文采用文献[12, 13]方法, 用随机产生一个三维粗糙面模拟月球表面比较平缓的月海地区, 按照环形山分布特征的

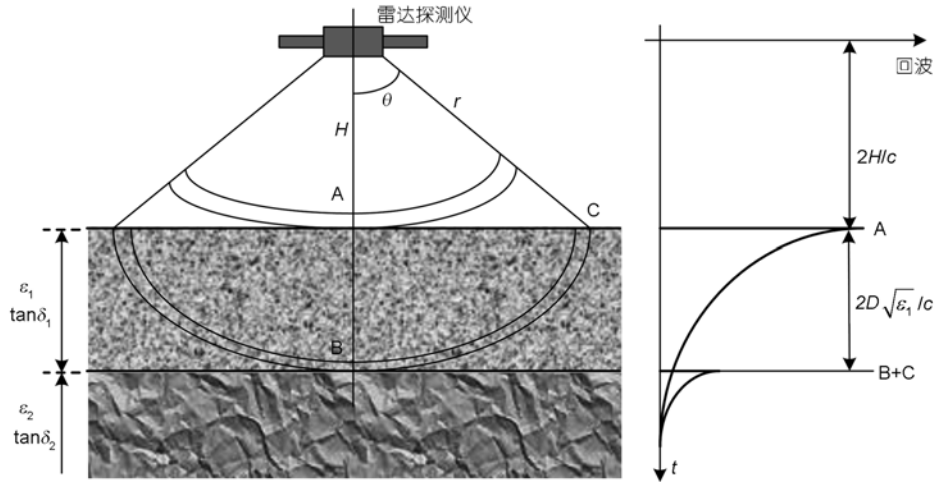


图 1　月球分层结构探测的示意图

统计规律随机产生有环形山分布的月陆, 作为月球表面地形参数化模型.

为数值计算月球表面散射, 在给定的月球表面区域进行二维网格剖分. 每个网格节点(x, y, z)对应于月球表面的高度. 连接网格的对角线, 将每个网格划分为三角面元, 如图 2. 用各三角形顶点坐标确定其几何中心, 并计算每个三角面元的法向矢量和面积.

2　月球分层面散射的计算

日本 SELENE 的 LRS 与欧州航天局的 MARSIS 等均采用偶极子天线. 如图 3 所示, 雷达探测仪沿着卫星轨道飞行时, 偶极子天线平行于月球表面. 在主坐标系 ($\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$) 中, 雷达探测仪位于(x_0, y_0, z_0), 波入射到的面元位于(x_i, y_i, z_i); 天线局部坐标系为 ($\hat{x}_l$, $\hat{y}_l$, $\hat{z}_l$) .

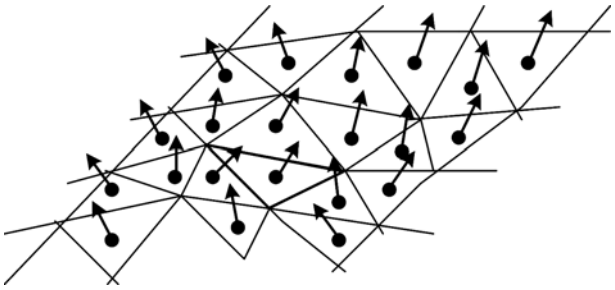


图 2　月球表面的剖分

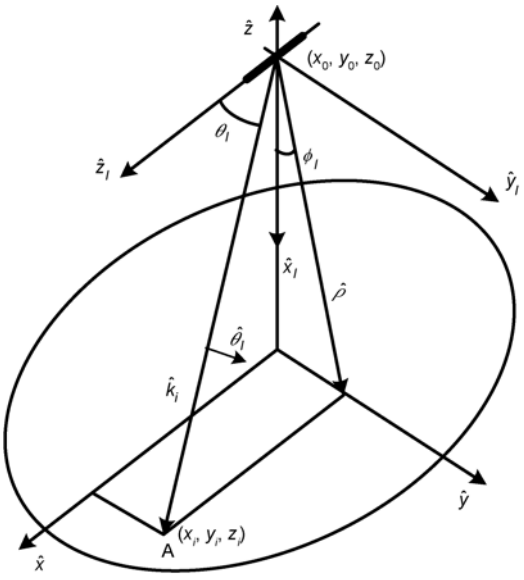


图 3　雷达偶极子天线辐射入射月球表面

如图 3 所示, 长度为 L 电流为 I 的偶极子天线辐射的电场[14]为

$$\bar{E}(r,\theta_l)=-i\frac{kIL}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r}\sin\theta_l\hat{\theta}_l, \tag{1}$$

其中 k 为真空中波数, ε_0 和 μ_0 分别为真空中介电常数和磁导率. 偶极子辐射电场极化矢量 $\hat{\theta}_l$ 在局部坐标系写为

$$\hat{\theta}_l=\hat{x}_l\cos\theta_l\cos\phi_l+\hat{y}_l\cos\theta_l\sin\phi_l-\hat{z}_l\sin\theta_l. \tag{2}$$

主坐标系 $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ 与局部坐标系 $(\hat{x}_l, \hat{y}_l, \hat{z}_l)$ 之间有

$$\hat{x}_l=-\hat{z},\ \hat{y}_l=\hat{y},\ \hat{z}_l=\hat{x}. \tag{3}$$

由式(1)~(3), 在主坐标系中入射的电场为

$$\begin{aligned}&\bar{E}(x,y,z)=\\&-i\frac{kIL}{4\pi}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{\mathrm{e}^{ikr}}{r}(-\sin^2\theta_l\hat{x}+\sin\theta_l\cos\theta_l\sin\phi_l\hat{y}\\&-\sin\theta_l\cos\theta_l\cos\phi_l\hat{z}),\end{aligned} \tag{4}$$

其中局部坐标系中 θ_l, ϕ_l 求得为

$$\theta_l=\cos^{-1}(\hat{z}_l\cdot\hat{k}_i),\ \ \phi_l=\cos^{-1}(\hat{x}_l\cdot\hat{\rho}), \tag{5}$$

其中 $\hat{k}_i$ 和 $\hat{\rho}$ 分别表示为

$$\begin{aligned}\hat{k}_i&=\frac{(x_i-x_0)\hat{x}+(y_i-y_0)\hat{y}+(z_i-z_0)\hat{z}}{\sqrt{(x_i-x_0)^2+(y_i-y_0)^2+(z_i-z_0)^2}},\\\hat{\rho}&=\frac{(y_i-y_0)\hat{y}+(z_i-z_0)\hat{z}}{\sqrt{x_0^2+(y_i-y_0)^2+(z_i-z_0)^2}}.\end{aligned} \tag{6}$$

月表天底点 θ_l=90°, 偶极子在月表天底点的辐射场最大.

如图 4, 雷达探测仪位于点 $P_0(x, y, z)$, 入射波至粗糙表面点 $P_1(x, y, z)$, 产生散射(表面回波(1))与透射. 透射波经层 1 向下传播至次表面点 $P_2(x, y, z)$产生镜面反射和透射, 镜面反射波再经层 1 向上传播到粗糙面 $P_3(x, y, z)$, 向 $P_0(x, y, z)$发出次表面回波(2). 给定入射点 P_1 后, 由几何光学射线追踪找到点 P_2 和 P_3.

月球表面被剖分为大量小面元, 每个面元的散射场由 KA 近似与 Stratton-Chu 积分计算(见附录 A). 将距观测点 P_0 的射程距离为 r_n (第 n 个距离间隔)的所有面元产生的散射场相加, 得到雷达探测仪接收到的表面(sur)与次表面(sub)散射场分别为

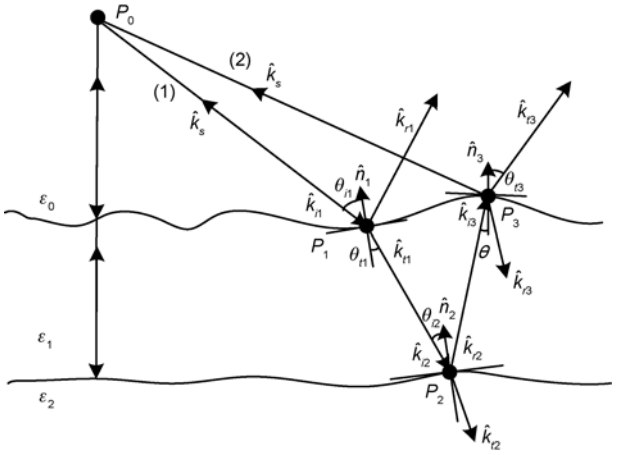


图 4　月球分层面的雷达回波

$$\begin{aligned}\bar{E}_{\mathrm{sur}}\left(r_n\right)=-ikE_0\sum_{\mathrm{range}\subseteq r_n}\Big\{&-(\hat{e}\cdot\hat{h}_1)(\hat{n}_1\cdot\hat{k}_{i1})\hat{h}_1(1-R_{01}^h)\\&+(\hat{e}\cdot\hat{v}_1)(\hat{n}_1\times\hat{h}_1)(1+R_{01}^v)+(\hat{e}\cdot\hat{h}_1)\hat{k}_s\\&\times(\hat{n}_1\times\hat{h}_1)(1+R_{01}^h)\\&+(\hat{e}\cdot\hat{v}_1)(\hat{n}_1\cdot\hat{k}_{i1})(\hat{k}_s\times\hat{h}_1)(1-R_{01}^h)\Big\}G_{10}\Delta S,\end{aligned}\tag{7}$$

$$\bar{E}_{\mathrm{sub}}(r_n)=ikE_0\exp[ik_1(r_{12}+r_{23})]\sum_{\mathrm{range}\subseteq r_n}\bar{F}\cdot G_{30}\Delta S,\tag{8}$$

式(7)和(8)中的具体推导以及各参数的意义见附录 A.

这样, 雷达探测仪接收到的总场为

$$\bar{E}(r_n)=\bar{E}_{\mathrm{sur}}(r_n)+\bar{E}_{\mathrm{sub}}(r_n).\tag{9}$$

为有足够的距离分辨率和发射能量, 雷达探测仪一般采用线性调频脉冲信号. 发射脉冲[5,7]表示为

$$T_r(t)=\begin{cases}W(t)\exp\left[-i\int_0^t 2\pi(f_0+Kt')\mathrm{d}t'\right], & 0\leqslant t\leqslant T,\\0, & \text{其他,}\end{cases}\tag{10}$$

其中 $W(t)$为发射脉冲的包络, f_0 为起始频率, K 为调频率, T 为脉冲宽度, 这样发射脉冲的带宽为 $B_W=KT$.

考虑到发射波的波形, 最终接收到的电场强度 $\bar{E}(t)$ 可以合成为

$$\bar{E}(t)=\sum_{n=1}^{N}\bar{E}(r_n)T_r(t,\ \tau_n),\tag{11}$$

其中时延为 $\tau_n=2r_n/c$, $T_r(t,\ \tau)$为

$$T_r\left(t,\tau_n\right)=\begin{cases}W(t)\exp\left\{-i\int_{\tau_n}^t 2\pi[f_0+K(t'-\tau_n)\mathrm{d}t']\right\}, & \tau_n\leqslant t\leqslant\tau_n+T,\\0, & t\leqslant\tau_n,\tau_n+T\leqslant t.\end{cases}\tag{12}$$

对式(11)给出的时域电场强度 $\bar{E}(t)$ 与参考信号 $S_{\mathrm{ref}}(t)$ 进行混频, 得到

$$\bar{E}_{\mathrm{mix}}(t)=S_{\mathrm{ref}}^*(t)\bar{E}(t).\tag{13}$$

参考信号为 $S_{\mathrm{ref}}(t)$ 为

$$S_{\mathrm{ref}}(t)=\begin{cases}S_0\exp\left[-i\int_0^{t-\tau_{\mathrm{ref}}}2\pi(f_0+Kt')\mathrm{d}t'\right], & \tau_{\mathrm{ref}}\leqslant t\leqslant T+\tau_{\mathrm{ref}},\\0, & \text{其他.}\end{cases}\tag{14}$$

其中 τ_{ref} 为参考信号的起始时间, S_0 为参考信号的幅度.

对混频信号 $\bar{E}_{\mathrm{mix}}(t)$ 进行 Fourier 变换, 可以得到

$$\bar{E}(f)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\bar{E}_{\mathrm{mix}}(t)\mathrm{e}^{i2\pi t}\mathrm{d}t,\tag{15}$$

式(15)即为雷达探测仪的回波随频率的变化, 由线性调频脉冲的性质, 可以得到频率为 f 的分量对应的射程距离 r 为

$$r=\frac{c}{2}\left(\tau_{\mathrm{ref}}+\frac{f}{K}\right).\tag{16}$$

实际上, 式(9)给出的 $\bar{E}(r_n)$ 相当于月球表层回波的冲击响应函数, 式(11)为冲击响应函数 $\bar{E}(r_n)$ 与发射脉冲的卷积, 得到了时域回波 $\bar{E}(t)$. $\bar{E}(t)$ 与参考信号 $S_{\mathrm{ref}}(t)$混频得到 $\bar{E}_{\mathrm{mix}}(t)$, 再进行 Fourier 变换是线性调频信号的脉冲压缩过程[17].

3　月海表面回波模拟结果

采用雷达高度 H=50 km, 中心频率 f=5 MHz, 偶极子天线长度 L=30 m, 发射功率 800 W, 天线阻抗 50 Ω, 这样偶极子天线上电流强度 I=4 A. 月海表面为 Gauss 随机粗糙面, 相关长度 60 m, 表面与次表面的粗糙度由参数 $k\delta_1$ 和 $k\delta_2$ 描述, 其中 δ_1 和 δ_2 分别为表面和次表面的高度起伏方差. 剖分面元大小为 10 m, 月球次表层 ε_2=8+0.5i. 选取雷达探测仪发射脉冲长度 T=2.67×10^{-5} s, 发射脉冲的包络[7,8]为

$$W\left(t\right)=\begin{cases}\frac{1}{2}\left[1-\cos\left(10\pi\frac{t}{T}\right)\right], & 0\leqslant t<0.1T,\\1, & 0.1T\leqslant t\leqslant 0.9T,\\\frac{1}{2}\left[1+\cos\left(10\pi\frac{t}{T}-9\pi\right)\right], & 0.9T<t\leqslant T.\end{cases}\tag{17}$$

作为简单的平表面入射波例子, 文献[6]给出一个偶极子天线入射到平表面时, 雷达探测仪接收到的电场幅度值 E 随射程距离 r 变化的理论值为

$$E(r)=\left(\frac{k}{4\pi r}\right)^2 IL \cdot\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\cos\theta_{in}\left|R_{01}^{v}(\theta_{in})\cos^2\theta_{in}-R_{01}^{h}(\theta_{in})\right|2\pi r\Delta r, \tag{18}$$

其中Δr 为距离间隔, 这里取 1 m. θ_{in} 为入射角度, 随射程距离 r 变化的关系为

$$\cos\theta_{in}=H/r, \tag{19}$$

式(18)中 $R_{01}^{v}(\theta_{in})$ 和 $R_{01}^{h}(\theta_{in})$ 分别是入射角为 θ_{in} 时 0~1 界面上垂直与水平极化反射系数. 将用该简单例子的式(18)验证表面回波的数值计算程序.

其次, 当表面和次表面均为平表面时, 文献[5]由雷达方程给出接收到反射电场幅度的比值为

$$\frac{E_{\text{sub}}}{E_{\text{sur}}}=\frac{H}{H+D}\frac{\left|R_{12}(0)\left(1+R_{01}(0)\right)\left(1+R_{10}(0)\right)\right|}{\left|R_{01}(0)\right|}\cdot\exp\left(-\frac{1}{2}\tau_D\omega\tan\delta\right), \tag{20}$$

其中 $\tau_D=2D\sqrt{\varepsilon_1'}/c$, $\omega=2\pi f$, $\tan\delta=\varepsilon_1''/\varepsilon_1'$, $R_{ij}(0)$ 表示角度为 0°时层 i 与层 j 之间的反射系数. 将用该简单例子的式(20)验证分层介质回波的数值计算程序.

次表面回波射程距离的理论值为

$$R_{\text{sub}}=D\sqrt{\varepsilon_1'}. \tag{21}$$

作为数值计算程序的验证, 先取月球表面和次表面均为平表面, 大小都为 20 km×20 km, D=1.9 km, ε_1=4+0.01i, ε_2=8+0.5i. 图 5 中细线给出了由式(9)计算的表面和次表面的回波. 图 5 中取射程距离减掉 50 km, 这样射程距离为 0 时正好对应于表面天底点. 图 5 中 OA 部分为由式(7)计算的平表面回波(细线)与式(18)理论值(粗线)的比较. 注意, 粗线理论值的射程距离取 0~0.99 km, 细线计算的射程距离取 0~1.96 km. 可以看出, 在射程没有超出 20 km×20 km 范围时(图 5 中 0~0.99 km 内), 数值计算与理论值完全吻合. 由于数值计算时表面为面元组成, 使得数值结果非光滑地起伏. 当射程超出所取的范围外(见图 5 中标记 A 处), 数值计算突然下降, 这是因为计算区域有限, 范围外均没有计算. 上述的验算只须看此范围内的结果.

为避免类似图 5 中 A 处月表面场景边缘在所对应的射程距离处产生虚假的峰值回波,在模拟中, 需要在边缘对应的射程距离处接收到的回波进行截断. 若月表场景半径为 r_0, 则截断处对应的射程距离 $R=\sqrt{H^2+r_0^2}-H$.

射程距离为 2.0 km 处, 出现了次表面的回波, 这与式(21)一致. 由图 5 可知, 射程距离为 0 时天底点回波的强度为 E_{sur}=2.63×10^{-4} V/m, 射程距离为 2.0 m 处次表面天底点回波的强度为 E_{sub}=6.90×10^{-5} V/m, $E_{\text{sub}}/E_{\text{sur}}$=0.262, 按照雷达探测仪的参数, 由式(20)计算得到 $E_{\text{sur}}/E_{\text{sur}}$=0.267. 可以看出, 无论是次表面回波出现的射程距离, 还是次表面与表面回波强度之比, 数值结果与理论值吻合得都很好.

式(18)只适应于偶极子照射平表面时回波强度随射程距离的变化, 且无法计算次表面的回波. 由于回波强度随射程距离的变化与月表面元到雷达探测仪的距离远近有关, 因此对于随机粗糙起伏的月球表面不存在回波强度随射程距离变化的解析公式, 只能由数值方法来计算雷达探测仪回波. 这里采用式(18)和(20)的计算, 只是验证简单平表面条件下本文数值计算的准确性.

现选取月球表面区域为 40 km×40 km, 次表面为 10 km×10 km, 剖分面元为 10 m, 这样该表面共有 3.2×10^7 个面元, 次表面 2×10^6 个面元. 取 D=1 km, ε_1=4+0.03i, 月海表面粗糙度 $k\delta_1$ 在 0~0.5 之间变化, 次表面为平表面 $k\delta_2$=0.

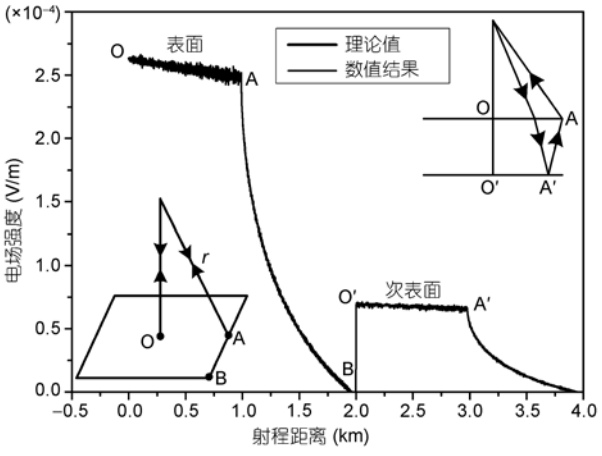


图 5　平表面与次表面回波验证

射程距离偏移 50 km

雷达探测仪位于表面中心之上, 高度 H=50 km, 中心频率 5 MHz, 带宽 B_w=2 MHz. 图 6 给出 $k\delta_1$=0.1 和 0.4 时回波功率随射程距离的变化, 其中射程距离如前例减掉 50 km. 可看出, 在 $k\delta_1$=0.1 时, 射程距离 2 km 处的尖峰是次表面天底点的回波(图 6 中箭头所示). 当月表面粗糙度增加至 $k\delta_1$=0.4 时, 非天底点回波变大而遮盖了次表面天底点回波.

若降低雷达探测仪的高度, 在同一个条件下, 纳入的非天底点的观测范围减小, 这样使的非天底点回波减弱, 次表面回波就可能比较容易观测到.

图 7 给出带宽 B_w=4 MHz 与 8 MHz 时回波功率随射程距离的变化. 可以看出, 随着带宽的增加, 雷达探测仪距离分辨率变大, 月海表面的一些细节特征也凸现出来, 如射程距离 450 m 处有回波峰值.

因此, 为探测表面细节特征, 应使带宽大些. 但是, 带宽的增加要求中心频率提高, 而中心频率提高使得电磁波的穿透深度减小. 因此, 带宽选择应综合考虑距离分辨率与探测深度的要求.

图 8 给出月表层不同介电常数 ε_1=4+0.01i 与 ε_1=4+0.05i 时月海表面的回波, 其中带宽 B_w=4 MHz. 可以看出, 随介电常数虚部的增大, 次表面回波的峰值减小. 为探测次表层结构, 该区域的月表物质介电常数虚部不要过大.

为突出次表面粗糙度对回波的影响, 图 9 给出了月表面光滑 $k\delta_1$=0, 次表面粗糙度 $k\delta_2$=0.1 和 0.3 时的回波功率. 可以看出, 粗糙的次表面使得次表面非天底点的散射也出现一些峰值; 随着次表面粗糙度的增加, 角度性的漫散射使次表面天底点回波强度减小.

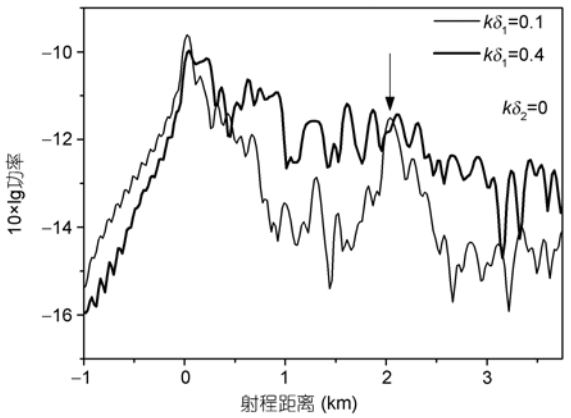


图 6　H=50 km 时不同月表面粗糙度的回波

射程距离偏移 50 km. 功率单位为 W/m^2

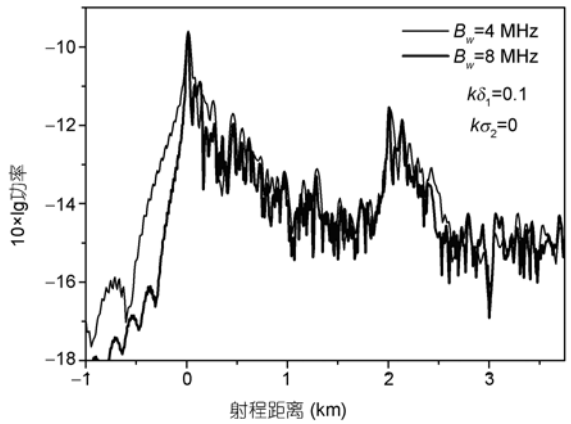


图 7　带宽对回波的影响

射程距离偏移 50 km. 功率单位为 W/m^2

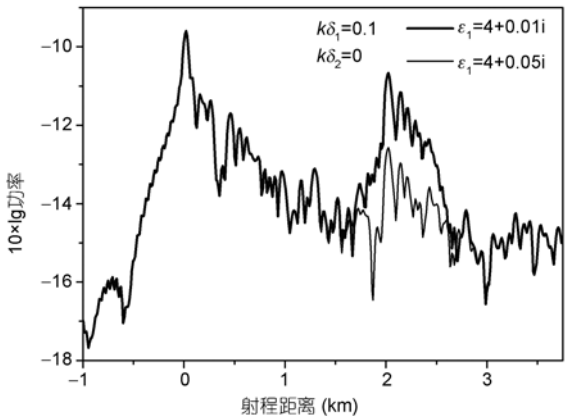


图 8　月表层 1 介电常数对回波的影响

射程距离偏移 50 km. 功率单位为 W/m^2

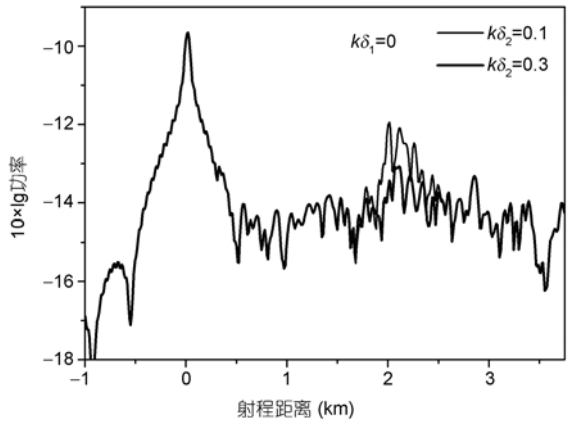


图 9　次表面粗糙度对回波的影响

射程距离偏移 50 km. 功率单位为 W/m^2

4　雷达射程距离上月球分层表面的回波成像

如图 10, 在 40 km×40 km 的区域内生成 6 个环形山, 其半径由大到小依次为 2.0, 1.8, 1.5, 1.5, 1.2 和 0.8 km. 取雷达高度 H=50 km, 飞行速度 v=1.6 km/s, 脉冲重复频率 PDF=20 Hz, 带宽 B_w=8 MHz. 当雷达沿图 10 中箭头所示轨道飞行时, 星下点位置在(−5 km, −5 km)到(5 km, 5 km)之间变化, 星下点轨迹长度为 14.2 km. 取雷达探测仪在月表的照射范围为半径 12.5 km 的圆形, 这样波束宽度为 14°, 次表面取半径为 1 km 的圆形区域, 层 1 厚度 D=0.5 km, ε_1=4+0.03i, 层 2 为平表面, ε_1=8+0.5i.

图 11 给出雷达探测仪沿图 10 中箭头飞行时月表层的回波成像. 纵坐标是雷达至目标的射程距离, 横坐标是雷达飞行时每次观测(次数), 观测间隔为 80 m. 位于射程距离 0 km 处的表面天底点回波和位于 1 km 处的平坦次表面天底点回波呈直线形状, 且清晰可见. 随雷达飞行, 对月球表面各环形山的射程距离发生变化, 其回波在射程距离的图像中呈圆弧形状, 标号为 1~6 的回波分别来自环形山 1~6. 比如, 当雷达向前飞行, 离环形山 1 和 6 越来越远, 射程距离变大, 弧线向下. 最终环形山 1 和 6 消失在雷达照射范围外, 即回波图像中这两个环形山回波对应的射程距离增大至 110 和 145 次观测之后消失. 随着雷达的飞行, 环形山 2 和 5 越来越近, 当雷达星下点位置为(0 km, 0 km)的第 88 次观察时, 环形山 2 达到最近, 然后再渐渐远离. 与环形山 2 相比, 环形山 5 离雷达的距离稍远, 因此环形山 5 回波是下面的一条弧线(射程距离远一些). 在第 35 次和第 95 次观察之后, 环形山 3 和 4 开始出现在雷达的照射范围之内, 其回波对应的射程距离逐渐减小, 弧线是向上的. 图 11 中其他较弱的弧线来自于环形山的外围或边缘部分, 较难区分. 环形山 2 的半径大于环形山 5, 且离星下点轨迹较近, 当星下点(0 km, 0 km)时, 环形山 5 的回波强度大于环形山 2 的回波强度, 这是因为环形山 5 对雷达照射

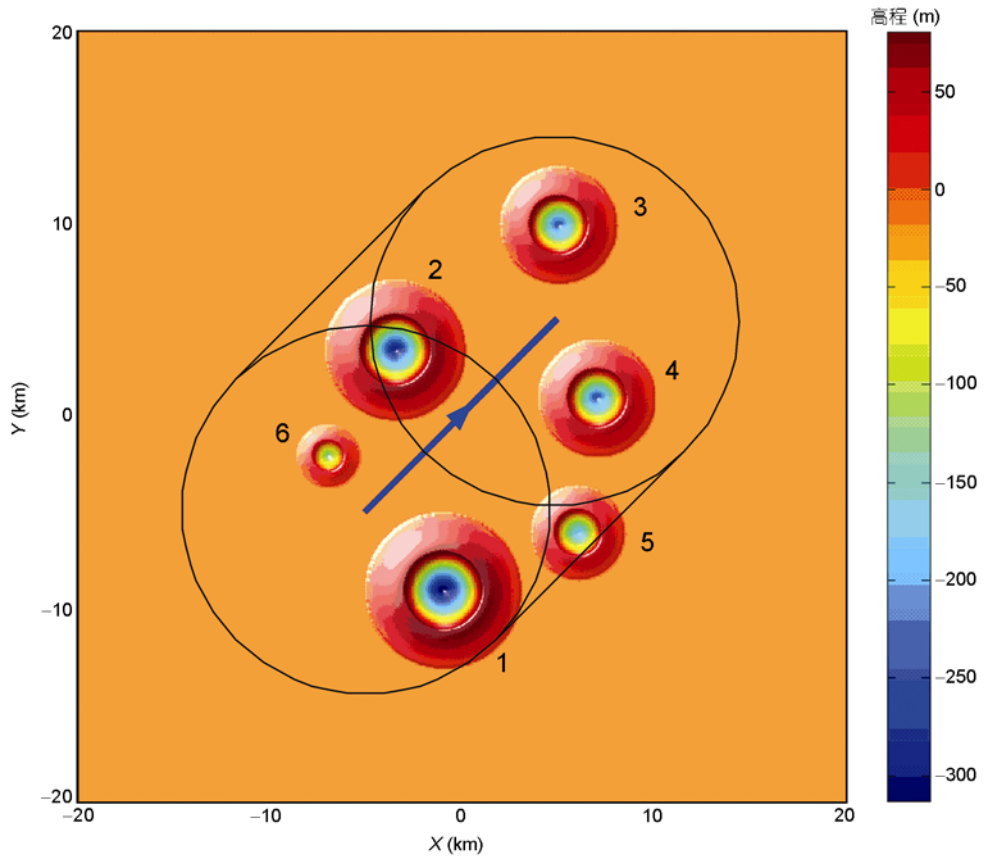


图 10　6 个环形山的月球表面地形

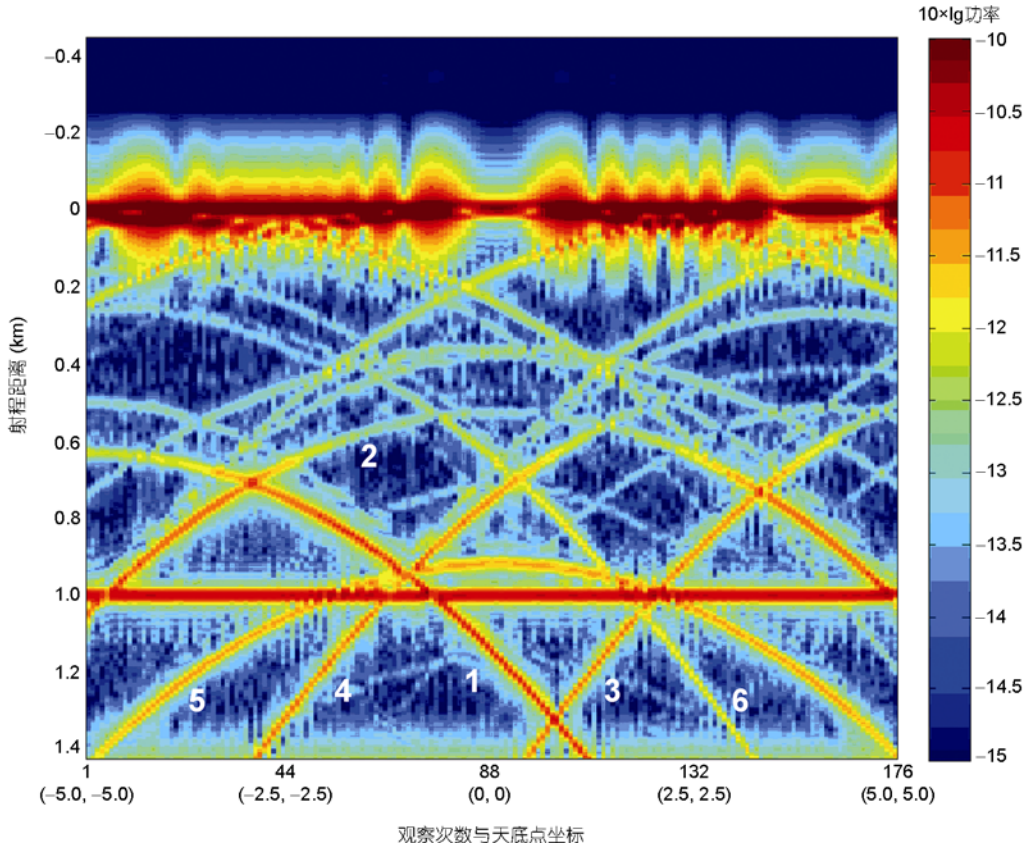


图 11　6 个环形山的雷达探测仪回波成像

B_w=8 MHz, $k\delta_2$=0; 射程距离偏移 50 km. 功率单位为 W/m^2

恰好接近于垂直照射, 散射较强.

由于次表层面为平面, 射程回波图像呈直线, 其强度受介质层衰减与表层面粗糙度的影响.

作为比较, 图 12 给出带宽 4 MHz 时该区域的回波成像. 其表面天底点回波、次表面天底点回波以及各个环形山的回波形状与图 11 相似. 但是由于带宽的变小, 回波变得模糊, 来自环形山边缘的一些细节较难辨认.

当月球次表层面为粗糙面, 如取 $k\delta_2$=0.2, 其他条件不变, 图 13 给出了此时的雷达回波射程图像. 可以看出, 受次表面粗糙度漫散射的影响, 次表面天底点回波的强度变小. 理论上讲, 此时粗糙次表面非天底点也有回波被雷达探测仪观测到, 但由于月表层的衰减和粗糙面角度性的漫散射, 在雷达探测仪的观测角度上量级一般都很小, 在射程距离的回波图像上与直线形状差得不多.

现在 40 km×40 km 区域内随机生成 1000 个环形山, 如图 14 所示.

图 15 给出雷达探测仪回波图像. 可以看出, 在星下点为(−2.5 km, −2.5 km)到(0.5 km, 0.5 km)时, 强烈的月球表面非天底点回波遮盖了次表面的回波; 而在其他位置时, 次表面回波仍然可以辨认. 与图 11 相比较, 次表面回波变得微弱. 一些较大的环形山在回波图像中呈弧形, 较小的环形山使得回波强度增加, 但是很难辨认. 真实的月球表面数字高程数据将能有助于分析图像中各回波来源于哪一个环形山或次表层面, 从而估算出月球分层厚度与介电特性等. 这也是判断次表层是否有水冰存在的一个依据.

日本 SELENE 探月卫星 LRS 2007 年 11 月 20 日对月面 Poisson 环形山(30.4°S, 10.6°E)附近区域进行了观察(http://www.jaxa.jp/press/2008/01/20080110_kaguya_e.html). 在图 15 回波成像中, 环形山回波随射程距离的变化及其强度的变化均与已发布的 LRS

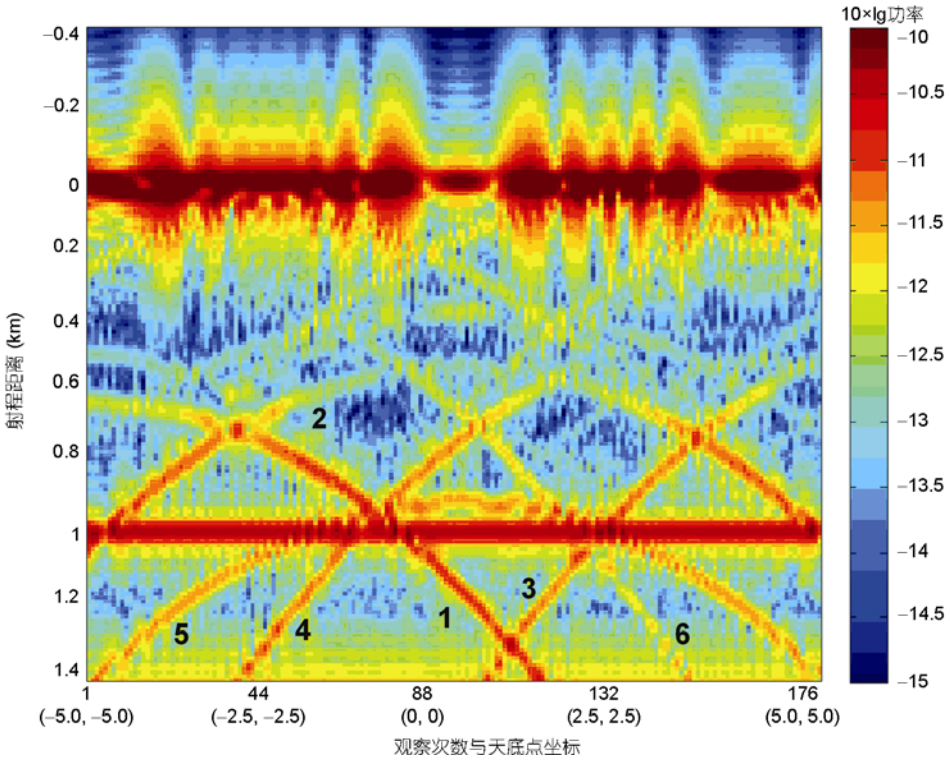


图 12　6 个环形山的雷达探测仪回波成像

B_w=4 MHz, $k\delta_2$=0; 射程距离偏移 50 km. 功率单位为 W/m^2

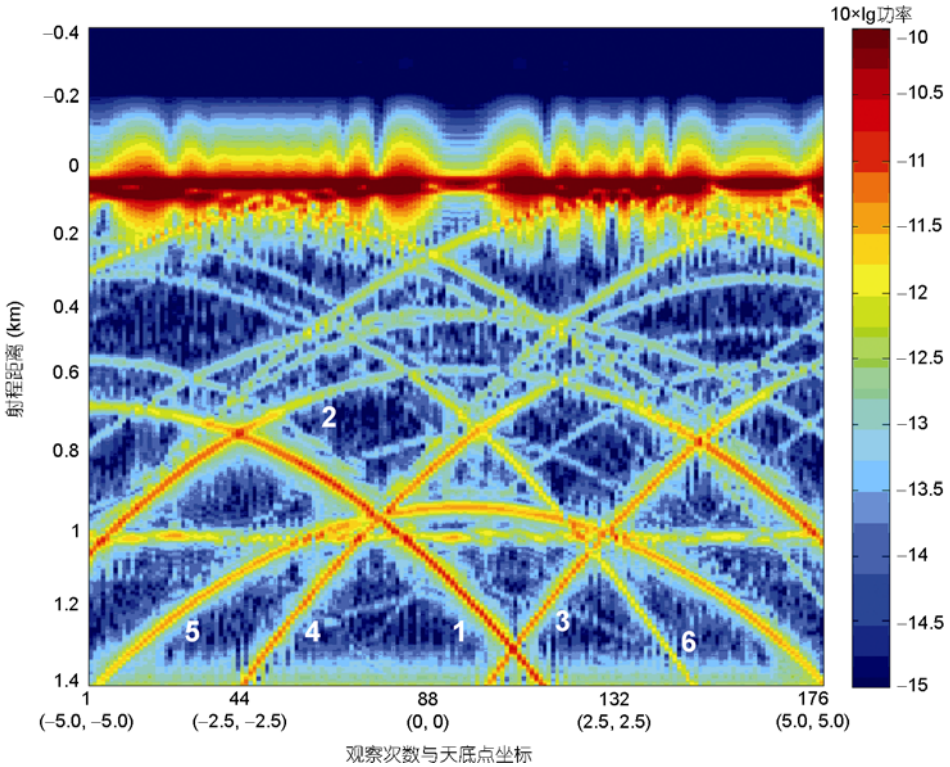


图 13　6 个环形山的雷达探测仪回波成像

B_w=8 MHz, $k\delta_2$=0.2; 射程距离偏移 50 km. 功率单位为 W/m^2

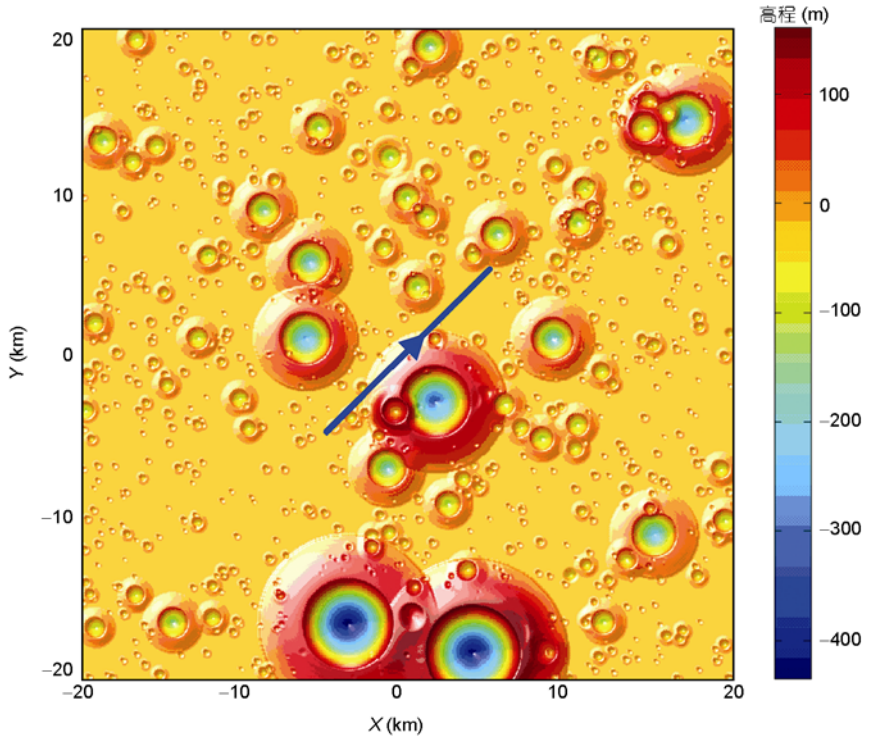


图 14　多个环形山分布的月球表面

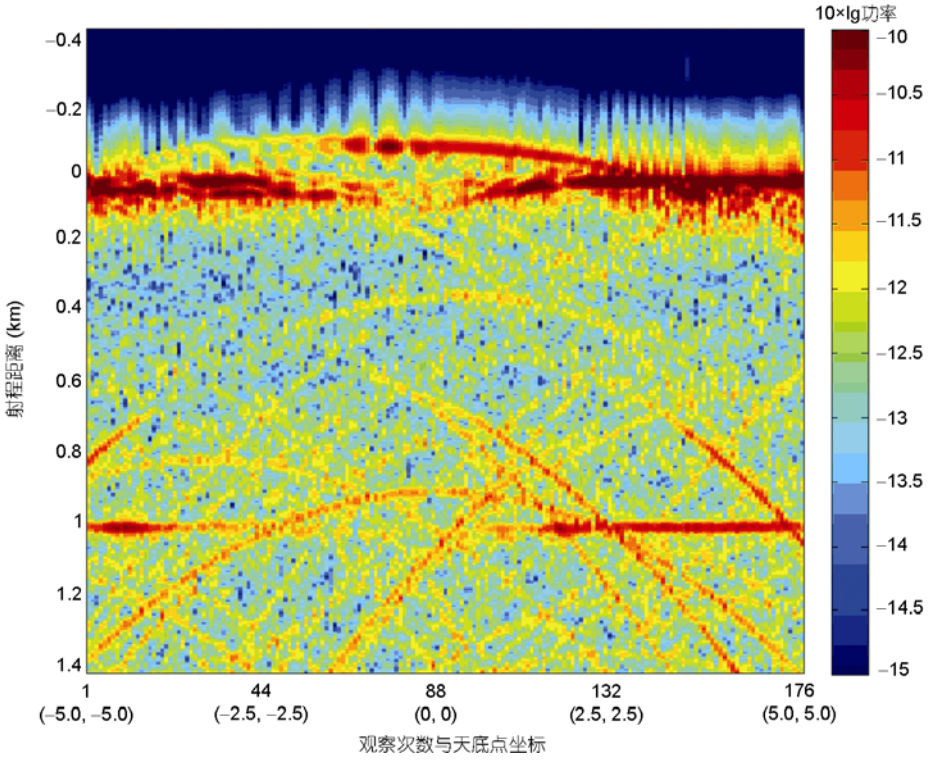


图 15　多个环形山分布的月表雷达探测仪回波成像

B_w=8 MHz, $k\delta_2$=0; 射程距离偏移 50 km. 功率单位为 W/m^2

观测结果十分相似. 图 11~13 中环形山 2 和 5 的回波强度随射程距离以及观察次数的变化与文献[18]中环形山 Dawes(17.2°N, 26.4°E)的回波也极其相似. 因此, 本文模拟方法可行性是得到佐证的.

5　结论

本文提出一种模拟月球分层结构的雷达探测仪回波的方法. 对月球起伏表面进行规则网格剖分, 由 KA 近似与几何光学射线追踪方法数值计算月球表面和次表面的回波, 能有效地减少次表面回波的计算量. 由解析的公式验证了本文的数值方法. 然后, 数值模拟不同参数的月球表面雷达探测仪回波、随雷达飞行时各射程距离上的回波图像. 模拟结果表明:

(1) 雷达探测仪高度低, 容易辨认次表面的回波.

(2) 增加雷达探测仪的带宽, 可以分辨月球表面的细节特征. 但是带宽加大提高了雷达探测仪中心频率, 使得探测深度减小. 因此, 带宽的选择应综合考虑距离分辨率与探测深度的要求.

(3) 月表层中 $FeO+TiO_2$ 含量高影响探测次表面的能力.

(4) 平坦次表面的射程距离上回波图像呈直线; 粗糙的次表面会增强次表面非天底点的回波, 同时次表面天底点回波强度会减弱.

(5) 在雷达射程回波图像中, 来自较大环形山的回波呈弧线型, 当环形山的密度变大时, 各个环形山表面回波将使次表面回波较难识别. 依靠真实的月球表面数字高程有助于分析图像中各回波来源于各自环形山或次表层面, 从而估算出月球分层厚度与介电特性等.

已有探测表明, 在米级尺度上月表面比较平缓, 月海面均方根斜率约为 2°~4°, 月陆面均方根斜率约 6°~8°[19]. 本文由 KA 近似计算粗糙月海面与月陆面的电磁散射.

月表面雷达探测仪回波的理论模拟应该综合考虑月球分层结构与物理特征、本次探测目的与需求、探测雷达技术参数等几大因素. 高频雷达探测仪对月球次表层结构探测主要目的是探测月表以下几百米到几千米的深层结构, 因此要求入射波的波长比较大(即入射波的频率要低), 从而入射波的带宽不能太大, 这将限制雷达探测仪沿射程距离方向的分辨率. 在本文中入射波长为 60 m, 带宽 2 MHz 时雷达探测仪射程距离分辨率为 75 m(8 MHz 时为 18.75 m). 本文两层模型用以研究雷达探测仪回波中表面天底点回波、表面非天底点回波(杂波)、次表面天底点回波.

对于月球分层介质的探测模拟可以用来分析实际观测的雷达探测仪的回波, 同样的方法也可以应用到火星等分层结构探测中.

附录A　KA近似下表面与次表面散射场

图 5 中, 设点 P_1 处入射场为 $\overline{E}_i = E_0\hat{e}$, $\hat{e}$ 为入射场极化矢量. 由 KA 近似, P_1 处的反射场 $\overline{E}_1^r$ 为

$$\overline{E}_1^r = R_{01}^v(\hat{e}\cdot\hat{v}_1)E_0(-\hat{k}_{r1}\times\hat{h}_1) + R_{01}^h(\hat{e}\cdot\hat{h}_1)E_0\hat{h}_1, \quad \text{(A1)}$$

其中 $\hat{v}_1$ 和 $\hat{h}_1$ 为 P_1 所在面元局部坐标系中水平极化和垂直极化矢量, $\hat{k}_{r1}$ 为面元 P_1 处的反射波矢量, 表示为

$$\hat{k}_{r1} = \hat{k}_{i1} - 2\hat{n}_1(\hat{n}_1\cdot\hat{k}_{i1}). \quad \text{(A2)}$$

由 Stratton-Chu 积分方程[14], P_1 所在面元 1 在雷达探测仪 P_0 处辐射的电场[15,16]为

$$\begin{aligned}\overline{E}_{\text{sur}}(\overline{r}) = -\int_S\big[&(\hat{n}_1\cdot\overline{E}_1)\nabla G_{10} + (\hat{n}_1\times\overline{E}_1)\\ &\times\nabla G_{10} + (\hat{n}_1\times\nabla\times\overline{E}_1)G_{10}\big]\mathrm{d}S,\end{aligned} \quad \text{(A3)}$$

其中 $\overline{E}_1 = \overline{E}_i + \overline{E}_1^r$ 为面元 1 处的表面场. 上式中 Green 函数 $G_{10} = \mathrm{e}^{ikr_{10}}/(4\pi r_{10})$, P_0 与 P_1 之间的距离 $r_{10}=\left|P_0(x,y,z)-P_1(x,y,z)\right|$.

在远场近似 $kr_{10}\gg 1$ 条件下, 经过一些数学推导, 表面散射场可以进一步表示为[14]

$$\begin{aligned}\overline{E}_{\text{sur}}(\overline{r}) = -ik\int_S E_0\Big\{&-(\hat{e}\cdot\hat{h}_1)(\hat{n}_1\cdot\hat{k}_{i1})\hat{h}_1(1-R_{01}^h)\\ &+(\hat{e}\cdot\hat{v}_1)(\hat{n}_1\times\hat{h}_1)(1+R_{01}^v)+(\hat{e}\cdot\hat{h}_1)\hat{k}_s\times(\hat{n}_1\times\hat{h}_1)(1+R_{01}^h)\\ &+(\hat{e}\cdot\hat{v}_1)(\hat{n}_1\cdot\hat{k}_{i1})(\hat{k}_s\times\hat{h}_1)(1-R_{01}^h)\Big\}G_{10}\mathrm{d}S,\end{aligned} \quad \text{(A4)}$$

在上式中, 入射波矢量 $\hat{k}_{i1}$ 为

$$\hat{k}_{i1} = \frac{P_1(x,y,z)-P_0(x,y,z)}{\left|P_1(x,y,z)-P_0(x,y,z)\right|}. \quad \text{(A5)}$$

对于接收雷达回波, 有 $\hat{k}_s = -\hat{k}_{i1}$.

由 KA 近似, 点 P_1 处局部入射角 $\theta_{i1}=$

$\cos^{-1}(-\hat{n}_1\cdot\hat{k}_{i1})$ 的入射场 $\overline{E}_i=E_0\hat{e}$ 在面元 1 处产生的透射场 $\overline{E}^t_{h1}$ 和 $\overline{E}^t_{v1}$ 分别为

$$\overline{E}^t_{h1}=(1+R^h_{01})(\hat{e}\cdot\hat{h}_1)E_0\hat{h}_1, \tag{A6a}$$

$$\overline{E}^t_{v1}=\frac{\eta_1}{\eta_0}(1+R^v_{01})(\hat{e}\cdot\hat{v}_1)E_0(-\hat{k}^t_1\times\hat{h}_1), \tag{A6b}$$

其中 $\eta_0=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ ， $\eta_1=\sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}$.

面元 1 处的透射波矢量 $\hat{k}^t_1$ 为

$$\hat{k}^t_1=\sin\theta_{t1}(\hat{n}_1\times\hat{h}_1)+\cos\theta_{t1}(-\hat{n}_1), \tag{A7}$$

其中透射角 θ_{t1} 与 θ_{i1} 由 Snell 定理计算.

面元 1 处的透射波向下传播至 P_2，再发生反射之后反射场 $\overline{E}^r_{h2}$ 和 $\overline{E}^r_{v2}$ 分别为

$$\begin{aligned}\overline{E}^r_{h2}=&E_0\exp\left(ik_1r_{12}\right)\left\{\eta_1/\eta_0\,R^h_{12}(1+R^v_{01})(\hat{e}\cdot\hat{v}_1)\right.\\&\left.\cdot\left[(-\hat{k}^t_1\times\hat{h}_1)\cdot\hat{h}_2\right]+R^h_{12}(1+R^h_{01})(\hat{e}\cdot\hat{h}_1)(\hat{h}_1\cdot\hat{h}_2)\right\}\hat{h}_2,\end{aligned} \tag{A8a}$$

$$\begin{aligned}E^r_{v2}=&E_0\exp\left(ik_1r_{12}\right)\left\{\eta_1/\eta_0\,R^v_{12}(1+R^v_{01})(\hat{e}\cdot\hat{v}_1)\right.\\&\left.\cdot\left[(-\hat{k}^t_1\times\hat{h}_1)\cdot\hat{v}_2\right]+R^v_{12}(1+R^h_{01})(\hat{e}\cdot\hat{h}_1)(\hat{h}_1\cdot\hat{v}_2)\right\}\\&(-\hat{k}_{r2}\times\hat{h}_2),\end{aligned} \tag{A8b}$$

其中 $r_{12}=\left|P_1(x,y,z)-P_2(x,y,z)\right|$ 为 P_1 与 P_2 之间的距离, $\hat{v}_2$ 和 $\hat{h}_2$ 为 P_2 所在面元局部坐标系中水平极化和垂直极化矢量, k_1 为层 1 中的波数， $\hat{k}_{r2}$ 为面元 P_2 处的反射波矢量，表示为

$$\hat{k}_{r2}=\hat{k}_{i2}-2\hat{n}_2(\hat{n}_2\cdot\hat{k}_{i2}), \tag{A9}$$

在上式中 $\hat{k}_{i2}=\hat{k}^t_1$.

面元 P_2 处的反射波向上传播至 P_3 所在面元 3，在面元 P_3 处水平极化和垂直极化的透射场 $\overline{E}^h_{t3}$ 和 $\overline{E}^v_{t3}$ 分别为

$$\begin{aligned}\overline{E}^t_{h3}=&\\&\cdot E_0\exp[ik_1(r_{12}+r_{23})]\left\{R^h_{12}(1+R^h_{01})(1+R^h_{10})(\hat{e}\cdot\hat{h}_1)\right.\\&\cdot(\hat{h}_1\cdot\hat{h}_2)(\hat{h}_2\cdot\hat{h}_3)+\frac{\eta_1}{\eta_0}R^v_{12}(1+R^v_{01})(1+R^h_{10})(\hat{e}\cdot\hat{v}_1)\\&\left[(-\hat{k}^t_1\times\hat{h}_1)\cdot\hat{v}_2\right]\left[(-\hat{k}_{r2}\times\hat{h}_2)\cdot\hat{h}_3\right]+\frac{\eta_1}{\eta_0}R^h_{12}(1+R^v_{01})\\&\cdot(1+R^h_{10})(\hat{e}\cdot\hat{v}_1)(\hat{h}_2\cdot\hat{h}_3)\left[(-\hat{k}^t_1\times\hat{h}_1)\cdot\hat{h}_2\right]\\&+R^v_{12}(1+R^h_{01})(1+R^h_{10})(\hat{e}\cdot\hat{h}_1)(\hat{h}_1\cdot\hat{v}_2)\left.\left[(-\hat{k}_{r2}\times\hat{h}_2)\cdot\hat{h}_3\right]\right\}\hat{h}_3,\end{aligned} \tag{A10a}$$

$$\begin{aligned}\overline{E}^t_{v3}=&E_0\exp\left[ik_1(r_{12}+r_{23})\right]\left\{\eta_0/\eta_1\,R^h_{12}(1+R^h_{01})\right.\\&(1+R^v_{10})(\hat{e}\cdot\hat{h}_1)(\hat{h}_1\cdot\hat{h}_2)(\hat{h}_2\cdot\hat{v}_3)+\frac{\eta_0}{\eta_1}R^v_{12}(1+R^h_{01})\\&(1+R^v_{10})(\hat{e}\cdot\hat{h}_1)(\hat{h}_1\cdot\hat{v}_2)\left[(-\hat{k}_{r2}\times\hat{h}_2)\cdot\hat{v}_3\right]\\&+R^v_{12}(1+R^v_{01})(1+R^v_{10})(\hat{e}\cdot\hat{v}_1)\left[(-\hat{k}^t_1\times\hat{h}_1)\cdot\hat{v}_2\right]\\&\left[(-\hat{k}_{r2}\times\hat{h}_2)\cdot\hat{v}_3\right]+R^h_{12}(1+R^v_{01})(1+R^v_{10})\\&(\hat{e}\cdot\hat{v}_1)(\hat{h}_2\cdot\hat{v}_3)\left.\left[(-\hat{k}^t_1\times\hat{h}_1)\cdot\hat{h}_2\right]\right\}(-\hat{k}^t_3\times\hat{h}_3),\end{aligned} \tag{A10b}$$

其中 $r_{23}=\left|P_2\left(x,\,y,\,z\right)-P_3\left(x,\,y,\,z\right)\right|$ 为 P_2 与 P_3 之间的距离， $\hat{v}_3$ 和 $\hat{h}_3$ 为 P_3 所在面元局部坐标系中水平极化和垂直极化矢量，透射矢量 $\hat{k}^t_3$ 可以表示为

$$\hat{k}^t_3=\sin\theta_{t3}(\hat{h}_3\times\hat{n}_3)+\cos\theta_{t3}\hat{n}_3, \tag{A11}$$

其中面元 3 处的透射角 θ_{t3} 与入射角 θ_{i3} 由 Snell 定理计算.

将式(A8)和(A10)所示的透射场代入式(A3)的 Stratton-Chu 积分方程中，经过一些数学运算，得到次表面的散射场为

$$\overline{E}_{\rm sub}\left(\overline{r}\right)=ikE_0\exp\left[ik_1(r_{12}+r_{23})\right]\int_S\overline{F}\cdot G_{30}\mathrm{d}S, \tag{A12}$$

其中,

$$\begin{aligned}\overline{F}=&\left\{R^v_{12}(1+R^v_{01})(1+R^v_{10})(\hat{e}\cdot\hat{v}_1)\left[(-\hat{k}^t_1\times\hat{h}_1)\cdot\hat{v}_2\right]\right.\\&\cdot\left[(-\hat{k}_{r2}\times\hat{h}_2)\cdot\hat{v}_3\right]+\frac{\eta_0}{\eta_1}R^v_{12}(1+R^h_{01})(1+R^v_{10})\\&(\hat{e}\cdot\hat{h}_1)(\hat{h}_1\cdot\hat{v}_2)\left[(-\hat{k}_{r2}\times\hat{h}_2)\cdot\hat{v}_3\right]+\frac{\eta_0}{\eta_1}R^h_{12}(1+R^h_{01})\\&(1+R^v_{10})(\hat{e}\cdot\hat{h}_1)(\hat{h}_1\cdot\hat{h}_2)(\hat{h}_2\cdot\hat{v}_3)+R^h_{12}(1+R^v_{01})\\&(1+R^v_{10})(\hat{e}\cdot\hat{v}_1)(\hat{h}_2\cdot\hat{v}_3)\left.\left[(-\hat{k}^t_1\times\hat{h}_1)\cdot\hat{h}_2\right]\right\}\\&\cdot(\hat{k}_s\times\hat{n}_3\times\hat{k}^t_3\times\hat{h}_3-\hat{k}_s\times\hat{k}_s\times\hat{n}_3\times\hat{k}^t_3\times\hat{h}_3)\\&+\left\{R^v_{12}(1+R^h_{01})(1+R^h_{10})(\hat{e}\cdot\hat{h}_1)(\hat{h}_1\cdot\hat{v}_2)\right.\\&\left[(-\hat{k}_{r2}\times\hat{h}_2)\cdot\hat{h}_3\right]+\frac{\eta_1}{\eta_0}R^v_{12}(1+R^v_{01})(1+R^h_{10})(\hat{e}\cdot\hat{v}_1)\\&\left[(-\hat{k}^t_1\times\hat{h}_1)\cdot\hat{v}_2\right]\left[(-\hat{k}_{r2}\times\hat{h}_2)\cdot\hat{h}_3\right]\\&+\frac{\eta_1}{\eta_0}R^h_{12}(1+R^v_{01})(1+R^h_{10})(\hat{e}\cdot\hat{v}_1)(\hat{h}_2\cdot\hat{h}_3)\end{aligned}$$

$$\left[(-\hat{k}_1^t\times\hat{h}_1)\cdot\hat{h}_2\right]+R_{12}^h(1+R_{01}^h)(1+R_{10}^H)$$
$$(\hat{e}\cdot\hat{h}_1)(\hat{h}_1\cdot\hat{h}_2)(\hat{h}_2\cdot\hat{h}_3)\Big\}$$
$$\cdot(-\hat{k}_s\times\hat{n}_3\times\hat{h}_3+\hat{k}_s\times\hat{k}_s\times\hat{n}_3\times\hat{k}_3^t\times\hat{h}_3). \quad \text{(A13)}$$

在式(A12)中 Green 函数 $G_{30}=\mathrm{e}^{ikr_{30}}/(4\pi r_{30})$, P_0 与 P_3 之间的距离 $r_{30}=\left|P_0(x,y,z)-P_3(x,y,z)\right|$,

$$\hat{k}_{sc}=\frac{P_0\left(x,y,z\right)-P_3\left(x,y,z\right)}{\left|P_0\left(x,y,z\right)-P_3\left(x,y,z\right)\right|}. \quad \text{(A14)}$$

致谢 感谢审稿专家提出的宝贵意见.

参考文献

1 Phillips R J, Adams G F, Brown J W E, et al. Apollo lunar sounder experiment. In: NASA Technical Report. Washington DC: National Aeronautics and Space Administration, 1973
2 Porcello L J, Jordan R L, Zelenka J S, et al. The Apollo lunar sounder radar system. Proc IEEE, 1974, 62: 769—788
3 Picardi G, Biccari D, Seu R, et al. Performance and surface scattering models for the Mars Advanced Radar for Subsurface and Ionosphere Sounding (MARSIS). Planet Space Sci, 2004, 52: 149—156
4 Seu R, Biccari D, Lorenzoni L V, et al. SHARAD: The MRO 2005 shallow radar. Planet Space Sci, 2004, 52: 157—166
5 Ono T, Oya H. Lunar Radar Sounder (LRS) experiment on-board the SELENE spacecraft. Earth Planets Space, 2000, 52: 629—637
6 Kobayashi T. Computer Simulation on Investigation of Lunar Subsurface Structure by Radar Sounders-studies Related to the SELENE Project. Sendai: Tohoku University, 2000
7 Kobayashi T, Oya H, Ono T. A-scope analysis subsurface radar sounding of lunar mare region. Earth Planets Space, 2002, 54: 973—982
8 Kobayashi T, Oya H, Ono T. B-scan analysis of subsurface radar sounding of lunar highland region. Earth Planets Space, 2002, 54: 983—991
9 Nouvel J F, Herique A, Kofman W, et al. Radar signal simulation: Surface modeling with the Facet Method. Radio Sci, 2004, 39: RS1013
10 Heiken G, Vaniman D, French B. Lunar Source-Book: A User's Guide to the Moon. New York: Cambridge University Press, 1991
11 Fa W, Jin Y Q. Simulation of brightness temperature from lunar surface and inversion of regolith-layer thickness. J Geophys Res, 2007, 112(E5): E05003
12 法文哲, 徐丰, 金亚秋. 基于不规则三角网格部分的非均匀起伏月球表面 SAR 成像模拟. 中国科学 F 辑: 信息科学, 2009, 39: 185—198
13 金亚秋, 刘鹏, 叶红霞. 随机粗糙面与目标复合散射数值模拟理论与方法. 北京: 科学出版社, 2008
14 Kong J A. Electromagnetic Wave Theory. Massachusetts: EMW Publishing, 2005
15 Jin Y Q. Electromagnetic Scattering Modelling for Quantitative Remote Sensing. Singapore: World Scientific, 1994
16 Jin Y Q. Theory and Approach of Information Retrievals from Electromagnetic Scattering and Remote Sensing. Netherlands: Springer, 2005
17 Curlander J, McDonough R N. Synthetic Aperture Radar: System and Signal Processing. New York: John Wiley, 1991
18 Ono T, Kumamoto A, Nakagawa H, et al. Lunar radar sounder observations of subsurface layers under the nearside maria of the Moon. Science, 2009, 323: 909—912
19 Tyler G L, Howard H T. Dual-frequency bistatic-radar investigations of the Moon with Apollo 14 and 15. J Geophys Res, 78: 4852—4874