



论 文

基于扩张状态卡尔曼滤波器的光伏/光热复合热泵系统经济模型预测控制研究

孙立^{1,3}, 吴梦丹¹, 郭萌萌¹, 陈森^{2*}, 许文盈³, 虞文武³

1. 大型发电装备安全运行与智能测控国家工程研究中心(东南大学), 南京 210096

2. 陕西师范大学数学与统计学院, 西安 710119

3. 东南大学数学学院, 江苏省网络群体智能重点实验室, 南京 210096

* E-mail: senchen@snnu.edu.cn

收稿日期: 2024-01-16; 接受日期: 2024-04-26; 网络版发表日期: 2025-01-13

国家自然科学基金项目(批准号: 51936003, U22B6001)和江苏省应用数学科学研究中心项目(编号: BK20233002)资助

摘要 太阳能光伏/光热复合热泵(PV/T-HP)系统在绿色建筑及供热绿电替代方面具有广泛应用前景. 然而, 目前PV/T-HP系统设计往往基于稳态额定工况, 未考虑运行过程中面临的源荷多源扰动、多变量耦合及动态能效衰减等问题. 为此, 本文提出了基于扩张状态卡尔曼滤波器(ESKF)的经济模型预测控制(EMPC)策略. 首先, 建立PV/T-HP系统的非线性机理模型, 并基于部分工况下的线性化状态空间模型设计ESKF, 实现系统状态与总扰动的联合实时估计. 其次, 基于ESKF扰动补偿, 以系统能耗为优化目标设计了EMPC策略, 并设定运行安全约束, 实现控制量的滚动优化求解, 证明了控制策略的可行性和最优性. 最后, 基于PV/T-HP系统实验平台验证了模型准确性, 并对比了MPC和EMPC控制器的变负荷控制响应性能. 实验测试结果显示, 相比传统MPC, ESKF-EMPC方法可使系统耗电量降低8.1%, 能效提升7.83%, 验证了本文方案的有效性、鲁棒性与经济性.

关键词 光伏/光热复合热泵系统, 经济模型预测控制, 扩张状态卡尔曼滤波器

1 引言

建筑暖通空调系统的低碳绿色转型对我国“碳达峰、碳中和”目标的推进与实现具有重要意义^[1,2]. 太阳能光伏/光热技术能够显著降低建筑电热负荷的碳排放, 是当前绿色建筑的前沿研究方向之一^[3]. 光伏/光热复合热泵(photovoltaic/thermal-heat-pump, PV/T-HP)系统通过对建筑负荷的热电联供, 既提升了光伏发电效率, 又提升了热泵制热能效系数(coefficient of per-

formance, COP), 并可通过蓄热惯性抑制太阳能波动性的影响, 大幅提升能源综合利用效率^[4].

合适的PV/T-HP仿真模型是系统能耗特性分析与优化控制的基础. Öztürk等人^[5]基于TRNSYS软件建立了PV/T-HP系统的仿真模型, 并进行了全年能耗分析. 姚剑等人^[6]针对稳态工况建立了PV/T-HP系统的数学模型, 并分析了不同工况下的系统性能. 曲明璐等人^[7]利用TRNSYS软件建立了PV/T-HT系统仿真模型, 并进行了能量与焓分析. 现有针对PV/T-HP系统的建模

引用格式: 孙立, 吴梦丹, 郭萌萌, 等. 基于扩张状态卡尔曼滤波器的光伏/光热复合热泵系统经济模型预测控制研究. 中国科学: 技术科学, 2025, 55: 245–260
Sun L., Wu M D., Guo M M., et al. Extended state Kalman filter-based economic model predictive control of solar photovoltaic/thermal composite heat pump system (in Chinese). Sci Sin Tech, 2025, 55: 245–260, doi: [10.1360/SST-2024-0019](https://doi.org/10.1360/SST-2024-0019)

研究往往基于额定稳态工况, 较少涉及动态运行特性, 且缺少实验验证^[8,9], 与动态环境下的实际工程应用存在较大距离。

目前建筑热泵或空调控制系统仍以传统的开关控制或PID控制为主^[10]。开关控制或PID控制结构简单, 易于操作, 但在热泵空调大范围变负荷运行时性能会显著退化。为进一步提高控制性能, 模糊控制^[11]、自适应控制^[12]、非线性控制^[13]、预测前馈控制^[14]等先进控制算法被提出, 它们在实时性、自适应性和鲁棒性等方面具有更好的表现, 但存在难以解决多变量约束耦合及动态能效优化的问题。相比上述控制策略, 模型预测控制(model predictive control, MPC)可以根据实际操作过程中的系统行为和参数变化进行在线更新和优化, 有利于持续提升系统动态能效。在暖通空调领域已有广泛应用, 并取得了较优的控制效果^[15,16]。

将MPC用于热泵控制系统能显著提升多变量回路的闭环跟踪精度, 但较少涉及系统的动态能效优化。近年来, 在MPC方案的基础上, 经济模型预测控制(economic MPC, EMPC)作为一种实现系统经济性实时控制的策略受到广泛关注^[17]。Karkaba等人^[18]使用EMPC策略来提高PV/T系统的热电输出功率。Liu等人^[19]利用EMPC实现脱硫系统的排放指标、安全性指标及运行能耗等多目标的优化控制。Kuboth等人^[20]对住宅热电联供系统的建筑能源成本进行分析, 使用EMPC方法在保证建筑用户舒适度的同时, 显著降低系统能耗。

为克服测量噪声的影响, MPC和EMPC往往需采用基于状态空间模型的卡尔曼滤波(Kalman filter, KF)^[21]进行状态估计。韩晓娟等人^[22]利用结合KF的MPC方法实现光储系统的优化控制, 有效平抑了光伏功率波动。Roshany-Yamchi等人^[23]提出了一种分布式KF-MPC方案, 并通过电网实例进行了有效性验证。上述研究可以显著抑制具有较大随机性的过程噪声及测量噪声, 但较少考虑模型不确定性及外界突变干扰的影响。

然而, 实际PV/T-HP系统涉及多种流体及热工设备的复杂耦合特性, 难以建立准确的状态空间模型, 且运行过程中面临外界的各类不确定的突发扰动。该类型“总扰动”(含模型不确定性与外界扰动)会显著降低KF的估计精度, 进而降低EMPC的能效优化能力。

为解决这一问题, 本文将通过建立PV/T-HP系统

的机理模型及降阶状态空间模型, 采用前期提出的扩张状态卡尔曼滤波器(extended state Kalman filter, ESKF)^[24,25], 将“总扰动”视为一个新的扩张状态进行估计, 进而在EMPC的动态能效优化框架中进行补偿, 实现系统的动态鲁棒优化控制。最后, 通过相关实验验证算法的有效性。

2 PV/T-HP系统描述与建模

2.1 PV/T-HP实验平台简介

根据实际规划搭建了小容量的PV/T-HP实验平台, 图1为PV/T-HP实验平台示意图。PV/T-HP系统主要由光伏光热一体化装置、热泵、蓄热水箱、蓄电池、用户等组成。系统运行时, 太阳辐射部分能量通过PV/T板光电转化将电能储存在蓄电池供给系统耗电设备。其余太阳能通过PV/T光热转化将热量传递至热泵机组。经过热泵的升温作用, 最终通过循环水泵将热水储存至蓄热水箱中, 用于供给末端用户。

PV/T-HP系统中2块PV/T集热板串联排列, 安装倾角均为23°, 额定电功率为900 W, 总有效换热面积为4.34 m², 制热功率2420 W(测试环境: 光照强度为1000 W/m², 环境温度为25℃, 风速为1 m/s)。热泵采用型号为QX325的压缩机, 额定制热量为1000 W, 额定冷凝温度54.4℃。蓄热水箱选用2个不锈钢圆柱形储热保温水箱, 有效容积为10 m³。该实验台将用于本文的动态机理仿真模型验证及控制算法测试。

2.2 PV/T-HP系统动态机理模型

本节主要对PV/T-HP系统中光伏电池、集热器、热泵(包括蒸发器、冷凝器管道、压缩机、膨胀阀)进行动态建模, 为控制器设计提供依据。

受到阳光照射的光伏电池表面可看作一个大面积的平面二极管为系统提供连续电源。假设光伏电压恒定为 U_m , 电池输出功率为 P_L , 计算式如下:

$$P_L = U_m I_L \quad (1)$$

$$I_L = I_{ph} - I_D - \frac{U_L + I_s R_s}{R_{sh}} \quad (2)$$

$$I_{ph} = \frac{E_{ir}}{E_{ref}} (I_{ph,ref} + \mu_{sc} \cdot \Delta T) \quad (3)$$

式中, I_L , I_D , I_s , I_{ph} , $I_{ph,ref}$ 分别表示输出电流、流过等效

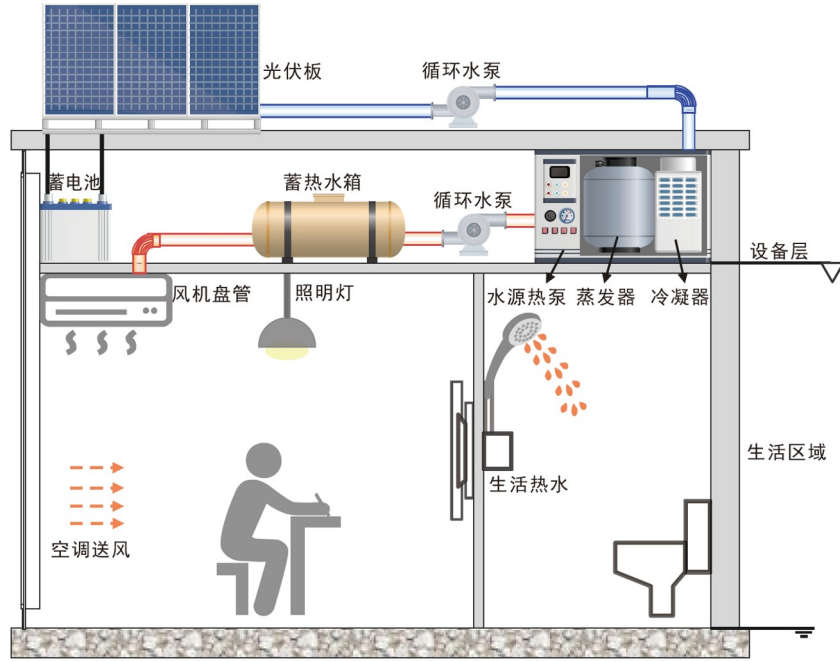


图 1 (网络版彩图) PV/T-HP实验平台示意图

Figure 1 (Color online) Schematic diagram of the PV/T-HP experimental platform.

二极管的扩散电流、流过旁路电阻的电流、光电流和标准测试条件下光电流, A ; R_{sh} , R_s 分别表示旁漏电阻和串联电阻, Ω ; E_{ir} , E_{ref} 分别表示实际光照强度和标准测试条件下光照强度, W/m^2 ; ΔT 为电池温度与标准温度的差值, 标准温度为 $25^\circ C$; μ_{sc} 为短路电流的温度系数.

热泵蒸发器、冷凝器两相流管道内工质发生相变作用的质量平衡方程为

$$\left(AL_e \frac{dp_{er}}{dp_e} \right) \frac{dp_e}{dt} = \dot{m}_{er} X_i + \frac{\pi D_{ei} L_e \omega_{ei} (T_{ew} - T_{er})}{h_{efg}} - \dot{m}_{eo}, \quad (4)$$

$$\left(AL_c \frac{dp_{cr}}{dp_c} \right) \frac{dp_c}{dt} = \dot{m}_{ci} + \frac{\pi D_{ci} L_c \omega_{ci} (T_{cw} - T_{cr})}{h_{cfc}}, \quad (5)$$

式中, L 表示铜管管长, m ; A 表示管道横截面积, m^2 ; D 表示管道内径, m ; t 表示时间, s ; ρ , p , $\dot{m}$, X_i , T 分别表示工质的密度、压力、质量流量、干度和温度; ω_{ei} 是管道表面换热系数, $W/(m^2 K)$; 下标 e , c 分别为蒸发器和冷凝器, r 表示管道中的工质, w 表示管壁, i , o 表示管道内、外部; h_{efg} , h_{cfc} 分别为蒸发器、冷凝器中工质换热系数.

两相流管道内的能量平衡方程为

$$\begin{aligned} & \rho_{er} h_{coef} A (1 - \bar{\varphi}_e) \frac{dL_e}{dt} \\ &= -\dot{m}_{ei} (H_{ei} - H_{er}) - \pi D_{ei} L_e \omega_{ei} (T_{ew} - T_{er}), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \rho_{cr} h_{coef} A (1 - \bar{\varphi}_c) \frac{dL_c}{dt} \\ &= \dot{m}_{ci} (H_{ci} - H_{cr}) + \pi D_{ci} L_c \omega_{ci} (T_{cr} - T_{cw}), \end{aligned} \quad (7)$$

式中, H_{ei} 和 H_{ci} 分别是蒸发器、冷凝器进口工质焓值, kJ ; H_{er} 和 H_{cr} 则是蒸发器、冷凝器中工质焓值, kJ ; $\bar{\varphi}$ 是管道内流体平均空隙率, %.

蒸发器、冷凝器管壁和外界流体的换热方程为

$$\begin{aligned} & (C_p \rho_h A)_{ew} \frac{dT_{ew}}{dt} \\ &= \pi D_{ei} L_e \omega_{ei} (T_{er} - T_{ew}) + F_{eo} \omega_{eo} (T_{ea} - T_{ew}), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & (C_p \rho_h A)_{cw} \frac{dT_{cw}}{dt} \\ &= \pi D_{ci} L_c \omega_{ci} (T_{cr} - T_{cw}) + F_{co} \omega_{co} (T_{ca} - T_{cw}), \end{aligned} \quad (9)$$

式中, $(C_p \rho_h A)_{ew}$, $(C_p \rho_h A)_{cw}$ 分别为蒸发器、冷凝器管道的热容; T_{ea} , T_{ca} 分别为蒸发器、冷凝器外界流体温度, $^\circ C$.

运输管道和蓄热水箱的换热方程为

$$\begin{aligned} & (C_p \rho_{wtr} A)_{wtr} \frac{dT_{trs}}{dt} \\ & = F_{trs,i} \omega_{trs,i} (T_{trs,w} - T_{trs}) + \dot{m}_{trs} c_{trs} (T_{tank} - T_{trs,in}), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & (C_p \rho_{wtr} A)_{wtr} \frac{dT_{tank}}{dt} \\ & = F_{tank,i} \omega_{tank,i} (T_{tank,w} - T_{tank}) + \dot{m}_{wtr} c_{wtr} (T_{tank} - T_{tank,in}), \end{aligned} \quad (11)$$

式中, 下标 trs 和 $tank$ 分别表示输运管道、蓄热水箱, $(C_p \rho_{wtr} A)_{wtr}$ 为水的热容; $T_{trs,in}$ 为输运管道进口水温, $^{\circ}\text{C}$; T_{tank} 和 $T_{tank,in}$ 为蓄热水箱内部和进口的热水温度, $^{\circ}\text{C}$.

压缩机和膨胀阀可视为静态组件, 可分别建模为^[26]

$$\dot{m}_c = \rho_s V_c \omega \eta_v, \quad (12)$$

$$\dot{m}_v = k_v A_v \sqrt{2\rho_v(p_c - p_e)}, \quad (13)$$

式中, $\dot{m}_c$, $\dot{m}_v$ 分别为流经压缩机和膨胀阀的工质质量流量, kg/m^3 ; ω , V_c 分别为压缩机电机轴转速和有效排气量; k_v , A_v , ρ_v 表示膨胀阀入口的孔口系数、阀孔面积和工质的密度.

该非线性机理模型在本文中的作用包括两方面:

(1) 线性化降阶处理后作为EMPC的预测模型; (2) 作为先进控制算法的仿真测试平台.

3 基于扩张状态卡尔曼滤波器的经济模型预测控制器设计

3.1 扩张状态卡尔曼滤波器(ESKF)设计

将上述非线性PV/T-HP系统模型在额定工况下进行线性化、降阶后获得线性离散状态空间方程:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_m x(k) + B_m u(k) + B_e w(k), \\ y(k) = C_m x(k), \\ k = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (14)$$

式中, $u(k) \in \mathbb{R}^{n_u}$ 为输入变量; $x(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$ 为状态变量; $y(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$ 为输出变量; $w(k) \in \mathbb{R}^{n_w}$ 为模型不确定性与外界扰动的总和; A_m , B_m , B_e , C_m 为系数矩阵.

将上式状态量和不可测扰动扩张成新状态量, 得到扩张状态方程:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ w(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & B_e \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ w(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_m \\ 0 \end{bmatrix} u(k), \\ y(k) = \begin{bmatrix} C_m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ w(k) \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (15)$$

式中, A_{KF} , B_{KF} , C_{KF} 为扩张系统系数矩阵. 基于方程(15)可得到ESKF观测方程^[25]:

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) \\ = A_{KF} \hat{x}(k) + B_{KF} u(k) + K_k (y(k) - \hat{y}(k)), \\ \hat{y}(k) = C_{KF} \hat{x}(k), \end{cases} \quad (16)$$

式中, $\hat{x}(k+1)$ 为扩张状态估计值, $y(k)$ 为实际输出值, $\hat{y}(k)$ 是输出估计值, K_k 是卡尔曼增益, 由式(17)~(19)生成:

$$K_k = \frac{P_k^- C_{KF}^T}{C_{KF} P_k^- C_{KF}^T + R_k}, \quad (17)$$

$$P_k = (I - K_k C_{KF}) P_k^-, \quad (18)$$

$$P_k^- = A_{KF} P_{k-1} A_{KF}^T + Q_k, \quad (19)$$

式中, P_k^- 和 P_k 分别为 k 时刻先验估计误差和后验估计误差的协方差矩阵, R_k 为传感器噪声协方差矩阵, Q_k 为外部噪声协方差矩阵, R_k 和 Q_k 为整定参数.

假设1 系统扰动量 $w(k)$ 和估计误差初始值有界,

即 $\sup_{k \geq 0} \|w(k)\| \leq M_w$, $\|\bar{x}(0) - \hat{x}(0)\| \leq \rho_0$, 其中 M_w 和 ρ_0 为正常数.

引理1^[25,27] 在假设1的条件下, 考虑系统方程(15)与ESKF观测方程(16), 设估计误差为 $\bar{E}(k) = x(k) - \hat{x}(k)$, 则

$$\bar{E}(k+1) = (A_{KF} - K_k C_{KF}) \bar{E}(k). \quad (20)$$

并且ESKF的稳定性及收敛性需满足如下表达式:

$$\begin{cases} \|\bar{E}(k)\| \leq \eta \cdot \|\bar{E}(0)\| \cdot \alpha^k, \\ \|K_k\| \leq M_k, \end{cases} \quad (21)$$

其中, $0 < \alpha < 1$, η , M_k 均为正常数.

3.2 经济模型预测控制(EMPC)算法

EMPC算法融合了模型预测技术和经济性优化思想. EMPC的基本原理在于运用滚动时域优化策略, 即在每个采样周期内, 系统会预测未来一段时期内的最

优控制序列. 通过迭代求解经济成本函数的最小化问题, 来更新并确定最符合经济效益的控制方案, 执行第一个最优控制决策.

根据ESKF的实时估计值, 本节给出EMPC算法描述. 构建 k 时刻优化问题目标函数如下:

$$\begin{aligned} \min_{\substack{u(k+j|k) \\ 0 \leq j \leq N_p-1}} V_e(\tilde{x}(0), \dots, \tilde{x}(N_p), u(k|k), \dots, u(k+N_p-1|k)) \\ = \min_{\substack{u(k+j|k) \\ 0 \leq j \leq N_p-1}} \sum_{j=0}^{N_p-1} l_e(\tilde{x}(j), u(k+j|k)) + V_f(\tilde{x}(N_p)), \end{aligned} \quad (22)$$

式中, $V_e(\tilde{x}, u)$ 为优化目标, $\tilde{x}$ 表示虚拟系统的状态量, $u(k+j|k)$ 为 k 时刻优化问题中第 j 步的控制量, N_p 为预测时域, 为整定参数; $l_e(\tilde{x}, u)$ 为经济代价函数, $V_f(\tilde{x}(N_p))$ 为终端代价函数, 其表达式可写成:

$$\begin{aligned} l_e(\tilde{x}, u) &= \|\tilde{x}\|_Q^2 + \|u\|_R^2 = \tilde{x}^T Q \tilde{x} + u^T R u, \\ V_f(\tilde{x}) &= \alpha_f \|\tilde{x}\|^2. \end{aligned}$$

根据PV/T-HP控制系统, 设定参考轨迹 $y_{ref}(k)$. 同时, 设置如下约束条件.

(1) 虚拟系统动态约束为

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}(j+1) \\ \tilde{w}(j+1) \end{pmatrix} = A_{KF} \begin{pmatrix} \tilde{x}(j) \\ \tilde{w}(j) \end{pmatrix} + B_{KF} u(k+j|k). \quad (23)$$

(2) 优化初始值: 根据 k 时刻的估计值, 设定优化问题初始值为

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}(0) \\ \tilde{w}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{x}(k) \\ \hat{w}(k) \end{pmatrix}. \quad (24)$$

(3) 状态和输入的有界性约束:

$$\begin{aligned} \|\tilde{x}(j)\| &\leq M_x(k), j = 0, 1, 2, \dots, N_p-1, \\ \|u(k+j|k)\| &\leq M_u, \end{aligned} \quad (25)$$

式中, M_u 为正常数, $M_x(k)$ 是与 k 相关的正常数, 定义为

$$M_x(k) = M_{x0} + M_{x1} \frac{1-\alpha^k}{1-\alpha}, \quad (26)$$

式中, M_{x0} , M_{x1} 为正常数, 且 $M_{x0} > \|x(0)\| + M_w + \rho_0$,

$$M_{x1} = \max \left\{ 1, \|A_{KF}\|, \|A_{KF}\|^2, \dots, \|A_{KF}\|^{N_p-1} \right\} M_k \|C_{KF}\| \eta \rho_0,$$

由式(26)可知, $M_x(k)$ 满足 $M_x \leq M_x(k) \leq \overline{M}_x$, 其中

$$\underline{M}_x = M_{x0}, \overline{M}_x = M_{x0} + M_{x1} \frac{1}{1-\alpha}.$$

(4) 终端约束条件具体为

$$\|\tilde{x}(N_p)\| \leq M_f, \quad (27)$$

其中, M_f 为正常数, 且 $M_f \leq \overline{M}_x$.

综上所述, 由目标函数式(22)及约束条件式(23)~(27)共同构成EMPC优化问题 P_e . 在 k 时刻求解该优化问题, 得到最优控制序列 $U_{0:N_p-1|k}^*$:

$$U_{0:N_p-1|k}^* = [u^*(k|k), u^*(k+1|k), \dots, u^*(k+N_p-1|k)]^T. \quad (28)$$

此时, 根据EMPC原理, k 时刻的控制设计为

$$u(k) = u^*(k|k). \quad (29)$$

3.3 ESKF-EMPC控制系统的可行性与最优性

为了分析所提出的ESKF-EMPC控制系统稳定性, 给出如下假设条件.

假设2 (A_m, B_m)能控, 且存在状态反馈矩阵 K_u 使得下述条件成立:

① 闭环矩阵所有特征值的模均小于等于 M_λ , 即 $\max |\lambda(A_m + B_m K_u)| \leq M_\lambda$, 且 M_λ 满足:

$$M_\lambda < \max \left\{ 1, \sqrt{\frac{M_f^2 - 2M_{B_e}(M_w + \eta \rho_0)^2}{2\overline{M}_x^2}} \right\}, \quad (30)$$

其中, $M_{B_e} = \|B_e^T B_e\|$.

② $\|K_u\| \cdot \overline{M}_x \leq M_u$.

③ 对于 $\|x(k)\| \leq \overline{M}_x$, $\|w(k)\| \leq M_w$ 时, 设计控制律 $u(k) = K_u x(k)$, 可使系统方程(14)生成的 $x(k+1)$ 满足

$$\alpha_f (\|x(k+1)\|^2 - \|x(k)\|^2) + \|x(k)\|_Q^2 + \|u(k)\|_R^2 \leq 0. \quad (31)$$

定理1(可行性) 考虑系统方程(14)和控制器设计式(29), 假设上述条件①和②成立. 假设 $k=0$ 时刻, 约束优化问题 P_e 有最优解, 则 P_e 对于 $k>0$ 任一时刻是可行的.

证明 利用数学归纳法证明上述定理成立, 仅需证明若优化问题 P_e 在 k 时刻可行且存在最优解, 则 P_e 在 $k+1$ 时刻可行且存在最优解.

首先, 假设在采样时刻 k , 求解上述问题 P_e 得到最

优控制序列 $U_{0:N_p-1|k}^*$:

$$U_{0:N_p-1|k}^* = [u^*(k|k), u^*(k+1|k), \dots, u^*(k+N_p-1|k)]^T. \quad (32)$$

对应的虚拟系统最优状态序列记为

$$\tilde{X}_{0:N_p|k}^* = [\tilde{x}^*(k|k), \tilde{x}^*(k+1|k), \dots, \tilde{x}^*(k+N_p|k)]^T. \quad (33)$$

显然式(33)中的变量均满足优化约束条件式(23)~(25), 且终端约束 $\|\tilde{x}^*(k+N_p|k)\| \leq M_f$ 成立.

为了证明 $k+1$ 时刻优化问题 P_e 是可行的, 需要证明 $k+1$ 时刻存在控制序列 $U_{0:N_p-1|k+1}$:

$$U_{0:N_p-1|k+1} = [u(k+1|k+1), \dots, u(k+N_p|k+1)]^T \quad (34)$$

使得动态系统生成的状态序列 $\tilde{X}_{0:N_p|k+1}$:

$$\tilde{X}_{0:N_p|k+1} = [\tilde{x}(k+1|k+1), \dots, \tilde{x}(k+N_p+1|k+1)]^T \quad (35)$$

满足状态有界性约束及终端约束, 并且 $U_{0:N_p-1|k+1}$ 满足输入有界性约束.

特别地, 利用 k 时刻最优控制序列 $U_{0:N_p-1|k}^*$ 设计式(34)中的 $U_{0:N_p-1|k+1}$ 即:

$$\begin{cases} u(k+1|k+1) = u^*(k+1|k+1), \\ u(k+2|k+1) = u^*(k+2|k+1), \\ \vdots \\ u(k+N_p-1|k+1) = u^*(k+N_p-1|k+1). \end{cases} \quad (36)$$

然而, 式(34)中的最后一个输入 $u(k+N_p|k+1)$ 无法直接得到, 需要进行设计. 根据 $u(k) = K_u x(k)$, 设计最后一个输入为

$$u(k+N_p|k+1) = K_u \tilde{x}(k+N_p|k+1). \quad (37)$$

1) $\tilde{x}(k+j|k+1), j=1, 2, \dots, N_p$ 的有界性

设 $\tilde{x}(k+j|k) = \begin{bmatrix} \tilde{x}(k+j|k) \\ \tilde{w}(k+j|k) \end{bmatrix}$, 则 $\tilde{x}(k+1|k+1)$ 与对应

最优状态 $\tilde{x}^*(k+1|k)$ 的误差计算过程如下:

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1|k+1) \\ = A_{KF} \tilde{x}(k) + B_{KF} u^*(k|k) + K_k C_{KF} \tilde{E}(k), \\ \tilde{x}^*(k+1|k) = A_{KF} \tilde{x}(k) + B_{KF} u^*(k|k). \end{cases} \quad (38)$$

上两式作差, 可得

$$\tilde{x}(k+1|k+1) - \tilde{x}^*(k+1|k) = K_k C_{KF} \tilde{E}(k). \quad (39)$$

又有 $\tilde{x}(k+2|k+1)$ 与对应最优状态 $\tilde{x}^*(k+2|k)$ 的误差计算过程如下:

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+2|k+1) = A_{KF} \tilde{x}(k+1|k+1) + B_{KF} u^*(k+1|k), \\ \tilde{x}^*(k+2|k) = A_{KF} \tilde{x}^*(k+1|k) + B_{KF} u^*(k+1|k). \end{cases} \quad (40)$$

上两式作差, 可得

$$\tilde{x}(k+2|k+1) - \tilde{x}^*(k+2|k) = A_{KF} K_k C_{KF} \tilde{E}(k). \quad (41)$$

用数学归纳法, 可证明:

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k+j|k+1) - \tilde{x}^*(k+j|k) \\ = A_{KF}^{j-1} K_k C_{KF} \tilde{E}(k), j=1, \dots, N_p. \end{aligned} \quad (42)$$

注意到, 如下不等关系成立:

$$\begin{aligned} \|\tilde{x}(k+j|k+1) - \tilde{x}^*(k+j|k)\| \\ \leq \|A_{KF}^{j-1} K_k C_{KF} \tilde{E}(k)\|, j=1, \dots, N_p. \end{aligned} \quad (43)$$

根据有界性约束(25)可知, k 时刻最优状态序列 $\|\tilde{x}^*(k+j|k)\| \leq M_x(k), j=1, \dots, N_p$ 成立. 又根据假设1和引理1, 可得到 $\|\tilde{E}(k)\| \leq \eta \rho_0 \alpha^k$. 进一步, 由式(42)和(43)可得

$$\begin{aligned} \|\tilde{x}(k+j|k+1)\| \\ \leq \|\tilde{x}^*(k+j|k)\| + \|A_{KF}^{j-1} K_k C_{KF} \tilde{E}(k)\| \\ \leq M_x(k) + M_{x1} \alpha^k \\ = M_{x0} + M_{x1} \frac{1 - \alpha^{k+1}}{1 - \alpha} \\ = M_x(k+1) \leq \overline{M}_x, j=1, \dots, N_p. \end{aligned} \quad (44)$$

因此, $\tilde{x}(k+j|k+1), j=1, 2, \dots, N_p$ 有界性得证.

2) $U_{0:N_p-1|k+1}$ 的有界性

预先构造的 $k+1$ 时刻控制序列 $U_{0:N_p-1|k+1}$ 如式(34)所示. 由式(36)可知前 N_p-1 个元素, 为 $U_{0:N_p-1|k}^*$ 中除掉首个元素后的所有输入变量, 显然此部分满足 P_e 的输入有界性约束.

又由式(44)可知 $\|\tilde{x}(k+N_p|k+1)\| \leq \overline{M}_x$, 进而有

$$\|u(k+N_p|k+1)\| \leq \|K_u\| \cdot \|\tilde{x}(k+N_p|k+1)\| \leq \|K_u\| \cdot \overline{M}_x.$$

根据假设2中的条件②有 $\|K_u\| \cdot \overline{M}_x \leq M_u$, 可进一步推导出 $\|u(k+N_p|k+1)\| \leq M_u$ 亦满足输入有界性约束.

因此, $U_{0:N_p-1|k+1}$ 的有界性得证.

3) 终端约束条件

上面已证明 $\hat{x}(k+j|k+1), j=1, 2, \dots, N_p$ 满足有界性约束, 由方程(23)可知系统终端状态为

$$\begin{aligned} & \hat{x}(k+N_p+1|k+1) \\ &= A_m \hat{x}(k+N_p|k+1) + B_m u(k+N_p|k+1) \\ &+ B_e \hat{w}(k+1|k+1). \end{aligned} \quad (45)$$

注意, 由于 $\hat{w}(k+j) = \hat{w}(k+j-1)$ 在动态计算中恒成立, 故 $\hat{w}(k+1|k+1) = \hat{w}(k+1)$, 并将 $u(k)$ 的设计式(37)代入终端状态(45)可得

$$\begin{aligned} & \hat{x}(k+N_p+1|k+1) \\ &= (A_m + B_m K_u) \hat{x}(k+N_p|k+1) + B_e \hat{w}(k+1). \end{aligned} \quad (46)$$

接下来, 为了讨论终端状态满足设计的终端约束条件, 结合式(46)计算,

$$\begin{aligned} & \|\hat{x}(k+N_p+1|k+1)\|^2 \\ &= \left(\hat{x}(k+N_p|k+1) \right)^T (A_m + B_m K_u)^T \\ &\quad \times (A_m + B_m K_u) \hat{x}(k+N_p|k+1) \\ &\quad + 2 \left(\hat{x}(k+N_p|k+1) \right)^T (A_m + B_m K_u)^T B_e \hat{w}(k+1) \\ &\quad + (\hat{w}(k+1))^T B_e^T B_e \hat{w}(k+1) \\ &\leq 2M_\lambda^2 \bar{M}_x^2 + 2M_{B_e} \|\hat{w}(k+1)\|^2. \end{aligned} \quad (47)$$

由于根据假设1和引理1可得

$$\begin{aligned} \|\hat{w}(k+1)\| &= \|w(k+1) + \hat{w}(k+1) - w(k+1)\| \\ &\leq M_w + \eta \rho_0. \end{aligned} \quad (48)$$

所以有

$$\begin{aligned} & \|\hat{x}(k+N_p+1|k+1)\|^2 \\ &\leq 2M_\lambda^2 \bar{M}_x^2 + 2M_{B_e} (M_w + \eta \rho_0)^2. \end{aligned} \quad (49)$$

根据假设2中条件①可知,

$$M_\lambda^2 \leq \frac{M_f^2 - 2M_{B_e} (M_w + \eta \rho_0)^2}{2\bar{M}_x^2}. \quad (50)$$

故可进一步推导出:

$$\|\hat{x}(k+N_p+1|k+1)\|^2 \leq M_f^2. \quad (51)$$

因此, $k+1$ 时刻终端状态满足终端约束得证.

综合(1)~(3)优化问题 P_e 在 $k+1$ 时刻是可行的. 根据式(19), P_e 在无约束情况下有最优解, 又由于约束条件式(23)~(27)为有界闭集, 故 P_e 存在最优解.

定理2(最优性) 考虑系统(14)和控制器设计式(29), 且假设1和2成立, 则针对控制系统有下列结论:

(1) $x(k)$ 是有界的; (2) $(x(k), u(k))$ 可渐近地使指标最优, 即当 k 充分大时, 优化指标 V_e 随 k 增大而下降.

证明 定理1已证明任意时刻优化问题 P_e 可行.

(1) 首先讨论 $x(k)$ 有界性: 根据 $\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k) = x(k) + \hat{x}(k) - x(k)$ 可得到

$$x(k) = \hat{x}(k|k) + (x(k) - \hat{x}(k)). \quad (52)$$

又由于 $\hat{x}(k|k) \leq \bar{M}_x, \forall k \geq 0$ 已知, 结合引理1可得

$$\|x(k)\| \leq \|\hat{x}(k|k)\| + \|\hat{E}(k)\| \leq \bar{M}_x + \eta \rho_0, \forall k \geq 0. \quad (53)$$

综上, $x(k)$ 有界性得证.

(2) 下面讨论 $\Delta V_k^* = V_{e,k+1}^* - V_{e,k}^*$, 分析优化指标下降性. k 时刻的优化值 $V_{e,k}^*$ 满足:

$$\begin{aligned} V_{e,k}^* &= \sum_{j=0}^{N_p-1} \|\hat{x}^*(k+j|k)\|_Q^2 + \|u^*(k+j|k)\|_R^2 \\ &\quad + \alpha_f \|\hat{x}^*(k+N_p|k)\|^2. \end{aligned} \quad (54)$$

接下来, 考虑 $k+1$ 时刻构造的 $U_{0:N_p-1|k+1}$, 其对应的优化目标值 $V_{e,k+1}$:

$$\begin{aligned} V_{e,k+1} &= \sum_{j=0}^{N_p-2} \|\hat{x}(k+1+j|k+1)\|_Q^2 + \|u^*(k+1+j|k)\|_R^2 \\ &\quad + \alpha_f \|\hat{x}(k+N_p+1|k+1)\|^2 \\ &\quad + \|\hat{x}(k+N_p|k+1)\|_Q^2 + \|u(k+N_p|k+1)\|_R^2. \end{aligned} \quad (55)$$

根据式(54)和(55)可得

$$V_{e,k+1} - V_{e,k}^* = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3, \quad (56)$$

其中,

$$\Delta V_1 = \sum_{j=0}^{N_p-2} \|\hat{x}(k+1+j|k+1)\|_Q^2 - \|\hat{x}^*(k+j+1|k)\|_Q^2, \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \Delta V_2 &= \|\hat{x}(k+N_p|k+1)\|_Q^2 + \|u(k+N_p|k+1)\|_R^2 \\ &\quad + \alpha_f \left(\|\hat{x}(k+N_p+1|k+1)\|^2 - \|\hat{x}^*(k+N_p|k)\|^2 \right), \end{aligned} \quad (58)$$

$$\Delta V_3 = -\|\tilde{x}^*(k|k)\|_Q^2 - \|u^*(k|k)\|_R^2. \quad (59)$$

注意到, $\|\tilde{x}^*(k+j|k)\| \leq \overline{M}_x, j=1, \dots, N_p$ 成立, 并且定理 1 中已证明 $k+1$ 时刻 $\|\tilde{x}(k+1+j|k+1)\| \leq \overline{M}_x, j=1, \dots, N_p$ 成立. 接下来, 讨论 $\Delta V_1, \Delta V_2, \Delta V_3$ 的性质.

① 首先, 计算中间项 ΔV_1 :

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &= \sum_{j=0}^{N_p-2} (\tilde{x}(k+1+j|k+1) + \tilde{x}^*(k+j+1|k))^T Q \\ &\quad \times (\tilde{x}(k+1+j|k+1) - \tilde{x}^*(k+j+1|k)) \\ &\leq M_{V_1} \cdot \alpha^k, (0 < \alpha < 1), \end{aligned} \quad (60)$$

其中, $M_{V_1} = (N_p - 1)2\overline{M}_x \lambda_{\max}(Q) M_{x_1}$.

② 为了清晰地展现推导过程, 将 ΔV_2 表示为

$$\Delta V_2 = \Delta V_{21} + \Delta V_{22}, \quad (61)$$

式中,

$$\begin{aligned} \Delta V_{21} &= \|\tilde{x}(k+N_p|k+1)\|_Q^2 + \|u(k+N_p|k+1)\|_R^2 \\ &\quad + \alpha_f \|\tilde{x}(k+N_p+1|k+1)\|^2 - \alpha_f \|\tilde{x}(k+N_p|k+1)\|^2, \\ \Delta V_{22} &= \alpha_f \|\tilde{x}(k+N_p|k+1)\|^2 - \alpha_f \|\tilde{x}^*(k+N_p|k)\|^2. \end{aligned} \quad (62)$$

首先, 讨论 ΔV_{21} . 由于之前已在式(46)给出终端状态表达式, 将式(46)进一步写成

$$\begin{aligned} &\tilde{x}(k+N_p+1|k+1) \\ &= \tilde{z} + B_e(\hat{w}(k+1) - w(k+1)), \end{aligned} \quad (63)$$

其中, $\tilde{z} = (A_m + B_m K_u) \tilde{x}(k+N_p|k+1) + B_e w(k+1)$. 通过与式(46)~(51)相同的分析过程, 可得 $\|\tilde{z}\| \leq M_f \leq \overline{M}_x$. 因此,

$$\begin{aligned} &\|\tilde{x}(k+N_p+1|k+1)\|^2 \\ &= \|\tilde{x}(k+N_p|k+1)\|^2 - \|\tilde{z}\|^2 + \|\tilde{z}\|^2 \\ &\leq 2\overline{M}_x \|B_e\| \eta \rho_0 \alpha^{k+1} + \|\tilde{z}\|^2. \end{aligned} \quad (64)$$

又根据假设 2 中的条件③, 有

$$\begin{aligned} &\alpha_f (\|\tilde{z}\|^2 - \|\tilde{x}(k+N_p|k+1)\|^2) \\ &+ \|\tilde{x}(k+N_p|k+1)\|_Q^2 + \|u(k+N_p|k+1)\|_R^2 \\ &\leq 0. \end{aligned} \quad (65)$$

将式(64)和(65)代入 ΔV_{21} 可得到

$$\Delta V_{21} \leq \alpha_f 2\overline{M}_x \|B_e\| \eta \rho_0 \alpha^{k+1} = \alpha_f M_{V_{21}} \alpha^{k+1}, \quad (66)$$

其中, $M_{V_{21}} = 2\overline{M}_x \|B_e\| \eta \rho_0$.

接下来, 计算 ΔV_{22} :

$$\begin{aligned} \Delta V_{22} &= \alpha_f (\|\tilde{x}(k+N_p|k+1)\| + \|\tilde{x}^*(k+N_p|k)\|) \\ &\quad \times (\|\tilde{x}(k+N_p|k+1)\| - \|\tilde{x}^*(k+N_p|k)\|) \\ &\leq 2\alpha_f \overline{M}_x \cdot M_{x_1} \alpha^k = M_{V_{22}} \cdot \alpha^k, \end{aligned} \quad (67)$$

其中, $M_{V_{22}} = 2\alpha_f \overline{M}_x \cdot M_{x_1}$.

因此, $\Delta V_2 = \Delta V_{21} + \Delta V_{22} \leq \alpha_f M_{V_{21}} \alpha^{k+1} + M_{V_{22}} \cdot \alpha^k$.

综合①和②所述, 可得

$$\begin{aligned} \Delta V_k^* &= V_{e,k+1}^* - V_{e,k}^* \leq V_{e,k+1} - V_{e,k}^* \\ &= \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 \\ &\leq M_{V_1} \cdot \alpha^k + \alpha_f M_{V_{21}} \alpha^{k+1} + M_{V_{22}} \cdot \alpha^k \\ &\quad - \|\tilde{x}^*(k|k)\|_Q^2 - \|u^*(k|k)\|_R^2. \end{aligned} \quad (68)$$

设 $F_\Delta(\alpha) = M_{V_1} \cdot \alpha^k + \alpha_f M_{V_{21}} \alpha^{k+1} + M_{V_{22}} \cdot \alpha^k$, 又由于 $\lim_{k \rightarrow \infty} F_\Delta(\alpha) = 0$. 故当 k 充分大时, 虚拟系统的优化指标 V_e 随 k 增加而下降. 又由式(52)及引理 1 可知,

$$\|\tilde{x}(k|k) - x(k)\| \leq \bar{E}(k) \leq \eta \rho_0 \alpha^k. \quad (69)$$

所以有 $\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{x}(k|k) - x(k) = 0$, 故对原始系统方程(14), V_e 也满足 k 充分大时, 随 k 增加而下降. 定理 2 得证.

3.4 ESKF-EMPC 控制架构及实施

图 2 是本文建立的 ESKF-EMPC 控制架构, 具体实施思路如下.

(1) 初始化 EMPC 控制器中的参数, 包含: 预测时域 N_p , 采样时间 ΔT , 输出变量对应权重系数 S_{q1} 和 S_{q2} , 控制变量对应权重 S_{r1} 和 S_{r2} ; 控制序列初始值 U_0 , 初始状态值 $\tilde{x}(0) = \hat{x}(k)$, 参考轨迹值 $y_{ref}(k)$, 控制量约束 $u_{\min}, u_{\max}$, 状态量约束 $x_{\min}, x_{\max}$, 终端状态约束 M_f (由于采用辨识模型, 实际执行时状态及终端约束进一步设置成输出量约束 $y_{\min}, y_{\max}$).

(2) 数据采集系统实时读取 PV/T-HP 系统实际输

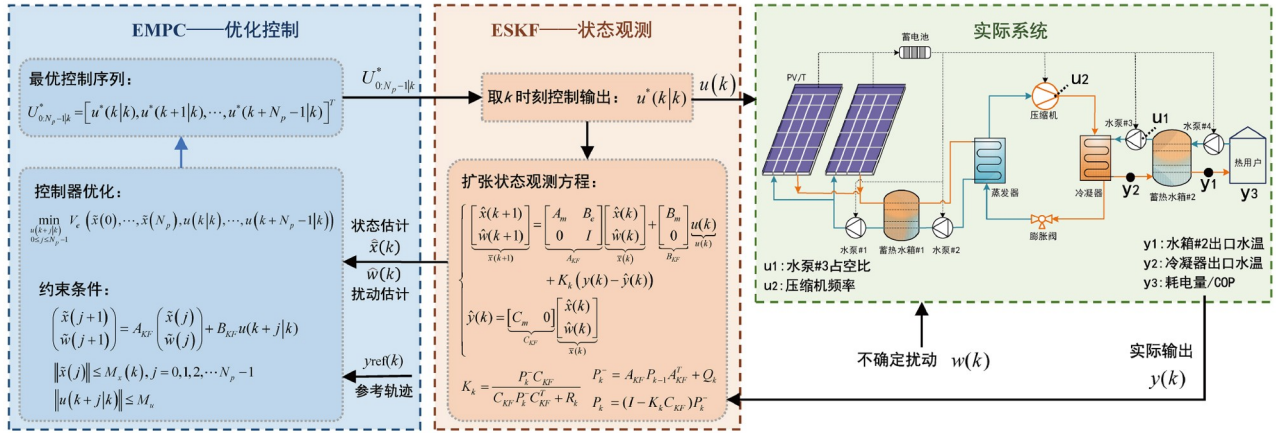


图 2 (网络版彩图) PV/T-HP系统ESKF-EMPC控制架构

Figure 2 (Color online) Control architecture of ESKF-EMPC in the PV/T-HP system.

出值 $y(k)$, 并计算与模型估计值 $\hat{y}(k)$ 的差值, 并根据 ESKF观测方程估计系统状态及输出量, 并对目标函数及约束条件进行预测时域转化。

(3) 求解转化后的优化问题, 并取最优控制序列首个变量, 应用到系统中压缩机、循环水泵等设备。

(4) 系统的状态实时更新, 时间基点向前移动一个时刻, 循环往复执行(2)~(4)过程。

4 实验与结果

4.1 非线性机理模型的验证、线性化及控制仿真

本节基于2.2节的机理模型, 并以2022年11月25日南京市东南大学PV/T-HP实验平台所在地的真实环境数据为模型输入, 令仿真模型初始值、控制输入量与实验系统保持一致。图3为PV/T-HP实验系统与机理模型关键输出变量的动态响应结果对比。如图3所示, 机理模型预测数据与实测数据变化趋势一致, 整体拟合度较高。

为进行控制设计, 对PV/T-HP的非线性机理模型在60%, 80%, 90%的部分工况点分别进行线性化及降阶处理, 得到的不同稳态点数据如表1所示。

MPC与EMPC二种控制器目标函数的不同导致输入及输出变量的设置存在差异。EMPC在MPC两变量 y_1 和 y_2 的基础上, 扩展经济性指标变量 y_3 及对应的传递函数 G_{13} 和 G_{23} 构成两输入三输出的控制器。由此得到EMPC的线性化传递函数矩阵模型表达式

如下:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{21} \\ G_{12} & G_{22} \\ G_{13} & G_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad (70)$$

式中, u_1 为循环水泵#3占空比, %; u_2 为压缩机频率, %; y_1 为水箱#2平均热水温度, °C; y_2 为冷凝器热水出口温度, °C; y_3 为系统总耗电量, W; G_{11} , G_{12} , G_{13} 分别表示由第1个输入量至第1, 2, 3个输出量的传递函数; G_{21} , G_{22} , G_{23} 分别表示由第2个输入量至第1, 2, 3个输出量的传递函数。传递函数具体表达式如下:

$$G_{11} = \frac{-3.5998 \times 10^{-8}s + 7.0168 \times 10^{-11}}{s^3 + 0.00167s^2 + 4.1989 \times 10^{-6}s + 2.00366 \times 10^{-9}}, \quad (71)$$

$$G_{12} = \frac{-9.3271 \times 10^{-8}s + 1.6752 \times 10^{-10}}{s^3 + 0.00429s^2 + 7.3777 \times 10^{-6}s + 5.26956 \times 10^{-9}}, \quad (72)$$

$$G_{21} = \frac{3.81963 \times 10^{-6}s + 9.1363 \times 10^{-8}}{s^3 + 0.1125s^2 + 0.0011815s + 1.16625 \times 10^{-6}}, \quad (73)$$

$$G_{22} = \frac{5.90818 \times 10^{-7}s + 9.385 \times 10^{-9}}{s^3 + 0.0327699s^2 + 9.327169 \times 10^{-5}s + 1.23496 \times 10^{-7}}, \quad (74)$$

$$G_{13} = \frac{-4.8878 \times 10^{-5}s + 9.9134 \times 10^{-8}}{s^3 + 0.0153s^2 + 1.8589 \times 10^{-4}s + 2.7368 \times 10^{-7}}, \quad (75)$$

$$G_{23} = \frac{0.5421s + 1.1421 \times 10^{-9}}{s^3 + 3.0178s^2 + 0.3416 \times 10^{-5}s + 7.9040 \times 10^{-5}}, \quad (76)$$

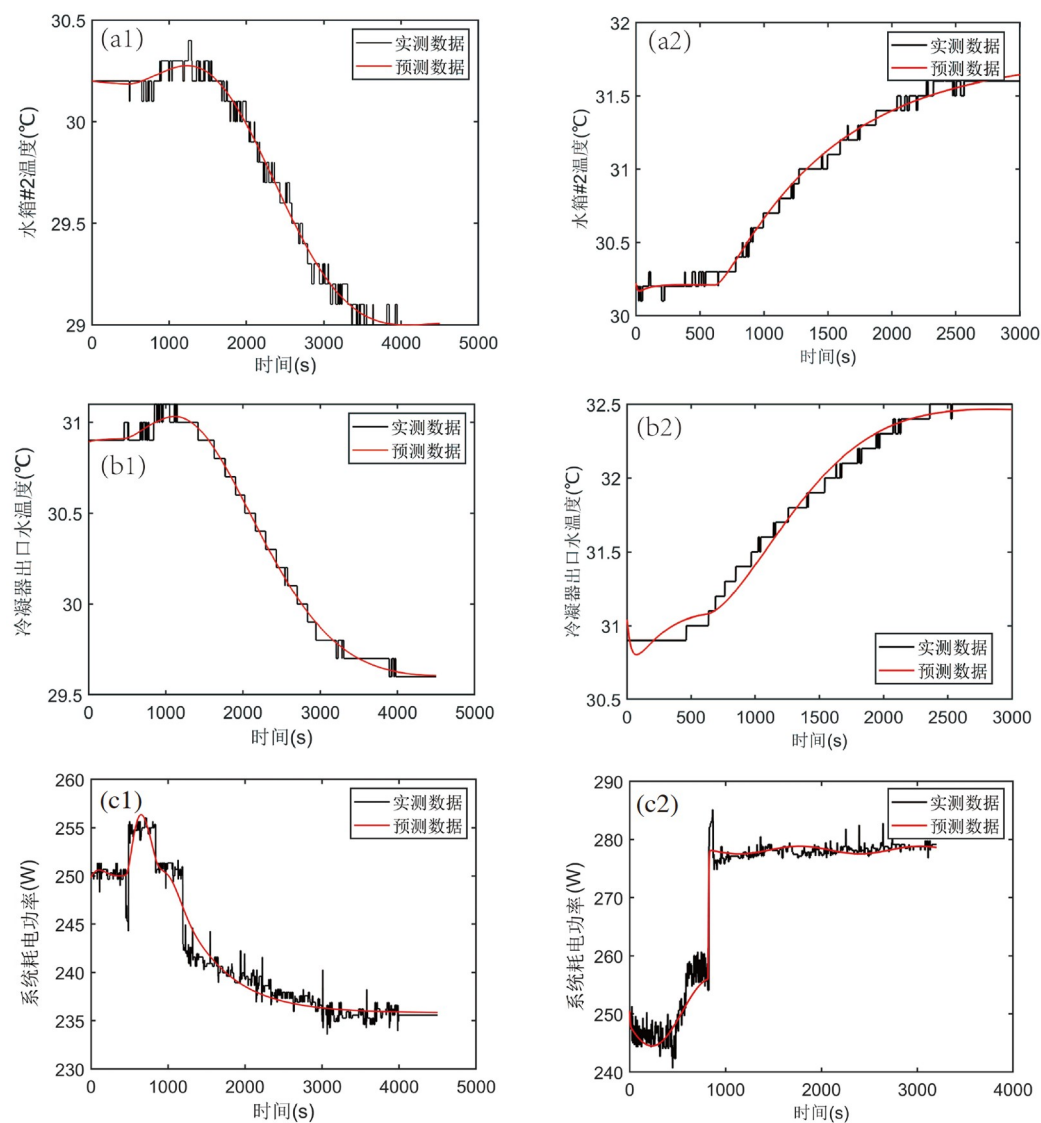


图 3 (网络版彩图) PV/T-HP实验系统与机理模型关键变量拟合度对比. (a1), (a2) 水箱#2热水温度的动态响应; (b1), (b2) 冷凝器出水温度的动态响应; (c1), (c2) 系统耗电量的动态响应. 左列: 系统降温; 右列: 系统升温

Figure 3 (Color online) Comparison of fit of key variables between PV/T-HP experimental system and mechanism model. (a1), (a2) Dynamic response of hot water temperature in tank # 2; (b1), (b2) dynamic response of condenser outlet temperature; (c1), (c2) dynamic response of system power consumption. Left column: system cooling; right column: system heating.

表 1 实验系统稳态运行点

Table 1 Steady state operating points of the experimental system

变量	变量名称	运行点#1	运行点#2	运行点#3
u_1	水泵#3占比 (%)	60	60	90
u_2	压缩机频率 (%)	60	80	60
y_1	蓄热水箱#2温度 (°C)	30.2	31.6	29.0
y_2	冷凝器出水温度 (°C)	30.9	32.5	29.6

将传递函数表达式(71)~(76)转化为状态空间模型, 作为EMPC的约束条件之一, 并将目标函数式(22)构造如下:

$$\begin{aligned} \min_{\substack{u(k+j|k) \\ 0 \leq j \leq N_p-1}} J = & \min_{\substack{u(k+j|k) \\ 0 \leq j \leq N_p-1}} \sum_{j=0}^{N_p-1} l_e(\tilde{x}(j), u(k+j|k)) + V_f(\tilde{x}(N_p)) \\ = & \min_{\substack{u(k+j|k) \\ 0 \leq j \leq N_p-1}} \left\{ \underbrace{\frac{1}{N_p} \sum_{t=k}^{k+N_p-1} V_e^{\text{cop}}[u(t)]}_{l_e} \right. \\ & \left. + \underbrace{\sum_{k=1}^{N_p} \|y_t(k) - y_{\text{ref}}(k)\|_{Q_t}^2 + \|\Delta u(k)\|_{R_t}^2}_{\tilde{V}_f} \right\}, \quad (77) \end{aligned}$$

其中, 经济代价函数 $l_e(\tilde{x}, u)$ 由系统经济性能函数 V_e^{cop} 构成, 计算系统能耗或COP. 终端代价函数 $V_f(\tilde{x}(N_p))$ 为输出误差与控制量的二次型. 将目标函数(77)转化为标准的二次规划形式, 输入MATLAB中quadprog优化求解器进行优化控制.

PV/T-HP系统初始参数设置如下: 环境温度 22°C , 水箱储水量 10 L , 膨胀阀开度为 0.9 cm^2 , 压缩机流量 0.003 kg/s , 循环水泵流量 0.025 kg/s , 水箱初始温度

22°C . 以水泵占空比、压缩机频率为控制输入, 以水箱温度、冷凝器出水温度及系统耗电功率为输出, 进行MPC与EMPC控制效果对比实验, 结果见图4. 对比结果显示, 在保证控制系统跟踪稳态设定值的同时, EMPC控制作用更倾向于沿着降低压缩机和水泵能耗的方向运行, 相较于MPC会损失部分动态跟踪性能. EMPC控制作用下系统经济指标耗电量 496.9 kW h 低于MPC系统的 560.9 kW h , 说明EMPC控制作用下系统经济性更优.

4.2 实验平台及数据通信

为验证本文设计控制器的有效性及经济性, 本研究建立了远程控制平台进行实验测试. 基于MATLAB平台开发ESKF-EMPC控制程序, 通过OPC服务器实现MATLAB与PV/T-HP系统之间实时数据交换. 远程控制系统闭环结构如图5所示. 数据采集设备在每 0.5 s 时间步长读取设备运行数据写入组态软件. 组态软件与MATLAB通过OPC通讯端口传输工作区数据, 实时计算ESKF-EMPC控制指令. 进而不断更新服务器中压缩机频率和水泵占空比的控制数据, 应用至各物理设备. 实验平台组态软件实时数据监控画面见图6.

4.3 实验场景1: 用户负荷变化下MPC控制

实验场景1是测试在冬季晴朗天气、环境温度 $T_a=12^\circ\text{C}$ 时, 太阳光照扰动条件下PV/T-HP系统从某一初始稳态在MPC作用下系统的控制性能. 该初始稳态条件如下: 循环水泵#3占空比 u_1 为 90% , 体积流量为 217.92 L/h , 压缩机频率 u_2 为 60% , 水箱#2平均热水温度 y_1 为 26.7°C , 冷凝器出口水温度 y_2 为 27.0°C , 总功率 y_3 为 233 W . 本场景下每 10000 s 设定一个水温跟踪值及允许约束范围, 用于模拟用户侧热负荷变化. 具体设置见表2.

对于MPC控制器参数, 经过在仿真环境和实验实际中多次进行整定, 本次实验中选取预测时域 N_p 为 35 , 实验时长 T_{sum} 为 8 h , 采样时间 ΔT 为 1.3 s . 在其优化目标函数中, 输出量 y_1 和 y_2 对应的权重系数 $S_{q1}=1.035$, $S_{q2}=0.7$, 控制变量 u_1 和 u_2 对应的权重分别 $S_{r1}=3$, $S_{r2}=1.6$; 控制量约束 $u_i \in [0, 100]$, $i=1, 2$.

用户热负荷变化下, PV/T-HP实验系统在MPC控制器作用下的扰动量、控制量及输出量变化曲线如图

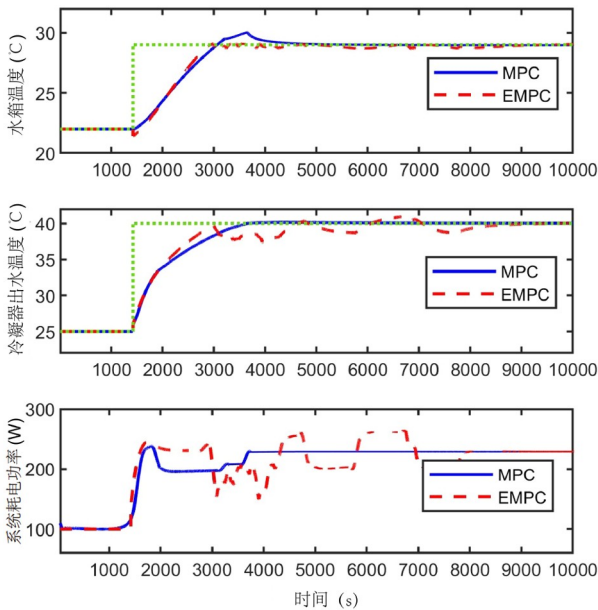


图4 (网络版彩图) 仿真环境MPC与EMPC控制效果对比
Figure 4 (Color online) Comparison of control effects between MPC and EMPC in a simulation environment.

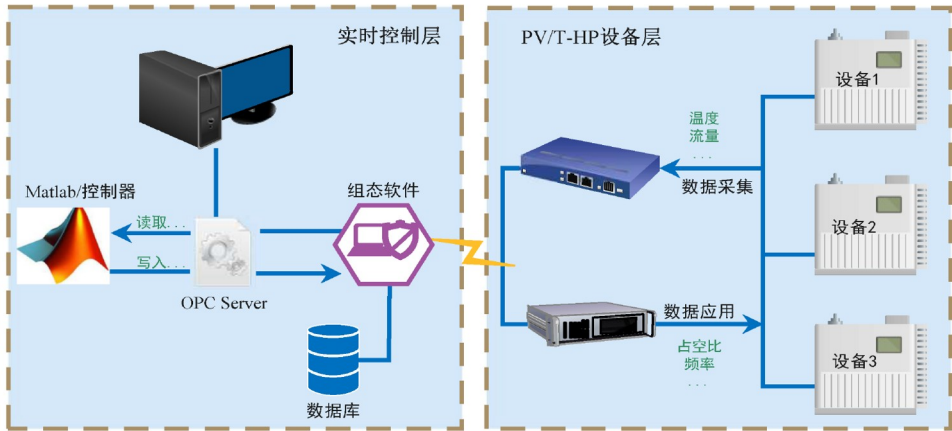


图 5 (网络版彩图) PV/T-HP远程控制系统闭环结构图
Figure 5 (Color online) Closed-loop structure diagram of the PV/T-HP remote control system.

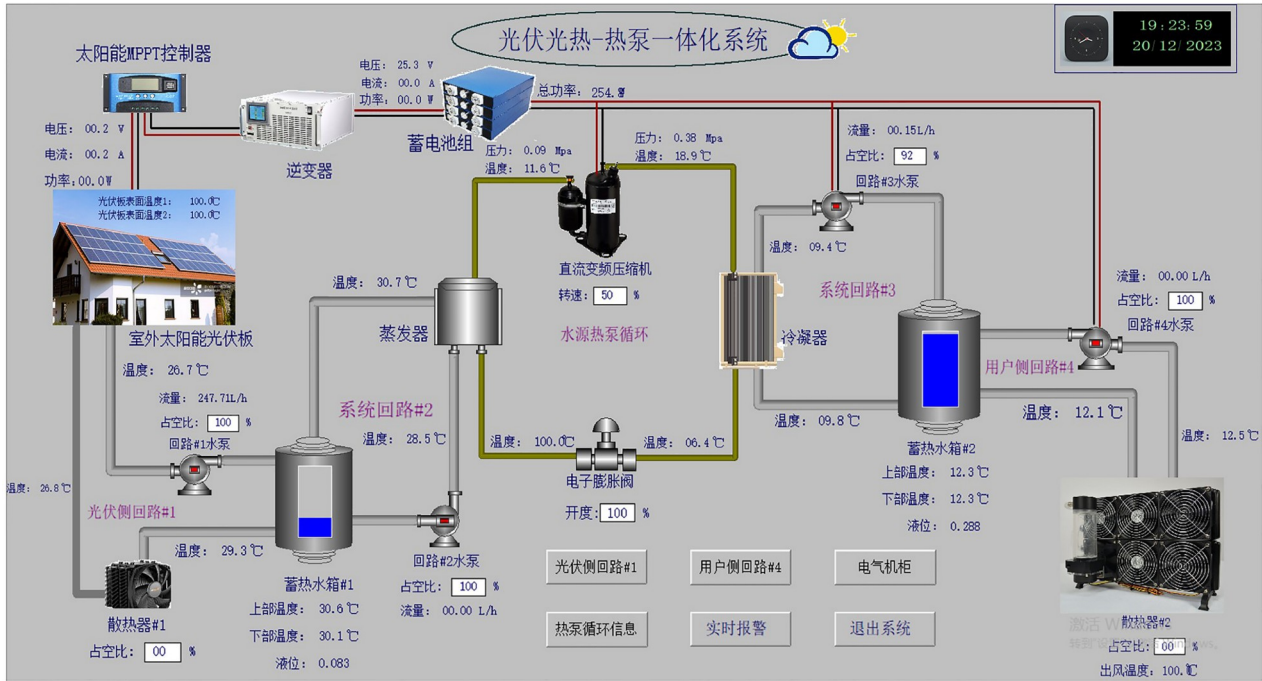


图 6 (网络版彩图) PV/T-HP实验平台组态软件实时数据监控画面
Figure 6 (Color online) Real time data monitoring screen of the PV/T-HP experimental platform software.

表 2 实验系统温度跟踪值及允许误差范围

Table 2 Temperature tracking value and allowable error range of the experimental system

温度变量	阶段1: $0 \sim 10^4$ s	阶段2: $10^4 \sim 2 \times 10^4$ s	阶段3: $2 \times 10^4 \sim 3 \times 10^4$ s
水箱#2平均热水温度 y_1 (°C)	29.8 ± 0.5	27.5 ± 0.5	28.7 ± 0.5
冷凝器出口水温度 y_2 (°C)	31.0 ± 0.5	28.2 ± 0.5	29.5 ± 0.5

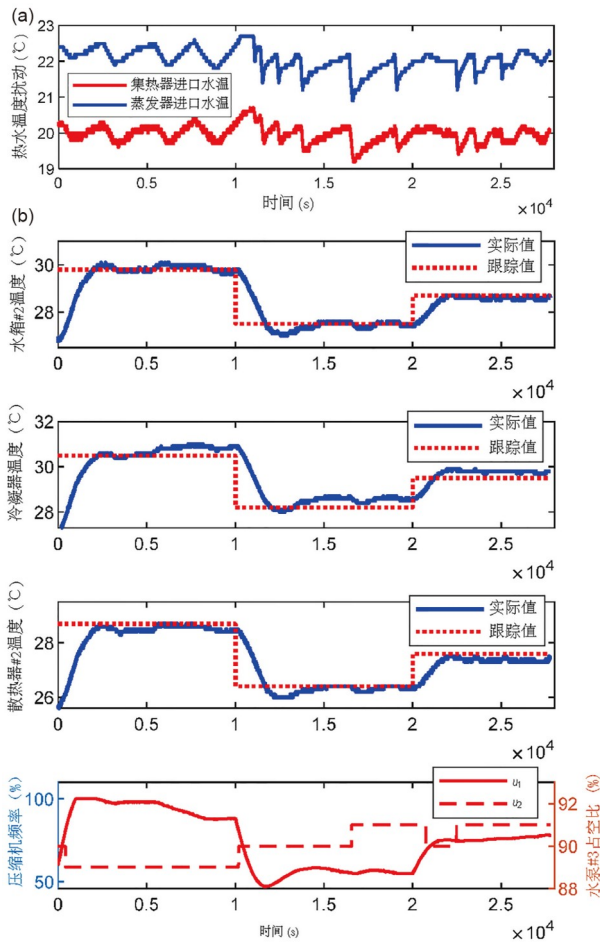


图 7 (网络版彩图) 光热扰动下用户负荷温度变化时MPC控制效果. (a) 光伏板进出口水温变化扰动; (b) 压缩机、水泵#3控制作用下, 水箱#2温度、冷凝器出口水温、用户热水温度变化

Figure 7 (Color online) MPC control effect of user load temperature changes under photothermal disturbance. (a) Disturbance of water temperature change at inlet and outlet of photovoltaic panels; (b) the temperature of water tank #2, condenser outlet water temperature, and user hot water temperature change under the control of compressor and pump #3.

7(a)和(b)所示. 如图所示, 光热扰动对PV/T-HP系统的影响程度较小, 在MPC作用下, 控制器会迅速调整输入量并准确实现温度设定值的跟踪. 当阶段1开始时, 水箱#2平均温度 y_1 设定值从初始稳态的26.7°C上升到29.8°C时, 控制器会增大压缩机的频率输入进而提高热泵制热能力, 约2000 s系统会进入新的稳态. 此时水箱#2温度、冷凝器出水温度、用户散热器#2出水温度稳定在设定值附近, 每一时刻误差在 $\pm 0.1^\circ\text{C}$ 内. 即该MPC控制器在用户热负荷温度变化时, 具有良好的温

度设定值跟踪能力、抗扰动能力.

4.4 实验场景2: MPC和ESKF-EMPC控制对比

实验场景2是测试在冬季晴朗天气, 太阳光照扰动条件下, PV/T-HP系统分别在MPC和ESKF-EMPC作用下系统的控制性能, 实验参数设置同场景1, 控制结果如图8~10所示.

从图8和9可以看出, 光热扰动下进入蒸发器低温热源侧水温波动变化, 实验系统均能在ESKF-EMPC和MPC两种控制器作用下最终到达设定跟踪值. 实验开始阶段, MPC控制作用下热泵压缩机频率相对更迅速调整, 使冷凝器侧出水温度快速升高, 进而水箱#2中的平均热水温度更快到达设定值. 相较于MPC, ESKF-EMPC控制作用下系统会损失部分动态跟踪性能. 这是由于MPC的控制目标是 최소화系统输出量和设定值的误差, 故控制系统的跟踪性能较优. 而对于ESKF-EMPC, 其控制目标着力于优化系统在预测时域的经济性能指标, 故控制量的作用更倾向于减少循环水泵和热泵压缩机出力, 达到节约设备耗电量、提升系统动态能效的优化目标.

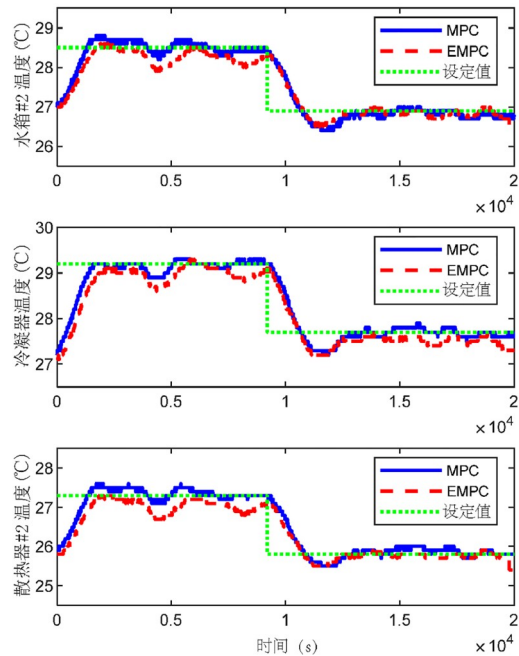


图 8 (网络版彩图) 光热扰动下MPC和EMPC控制效果对比图

Figure 8 (Color online) Comparison of control effects between MPC and EMPC under photothermal disturbance.

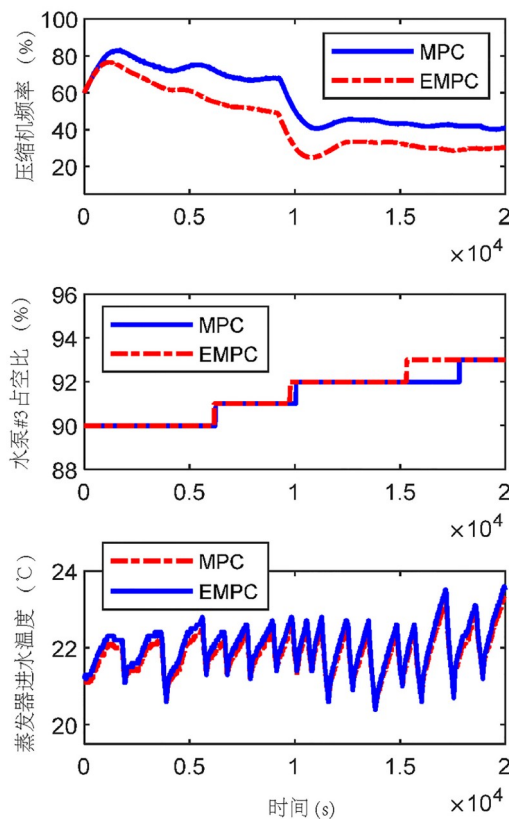


图 9 (网络版彩图) 光热扰动下MPC和EMPC控制输入对比
Figure 9 (Color online) Comparison of control input between MPC and EMPC under photothermal disturbance

图10显示, EMPC控制系统的耗电量在大多数时间下低于MPC控制系统, 同时, 系统的COP显著提升. 表3统计了用户水箱热水温度误差、系统制热功率、设备耗电量及系统能效比COP等指标. 由表3可知, 在光伏扰动下PV/T-HP系统在ESKF-EMPC控制作用下系统的经济性能更优, 设备总耗电量相较于MPC减少了8.1%, 系统的综合能效比提升了7.83%. 此外, EMPC作用下系统的控制误差增大了10%, 与前述的原因分析一致.

表 3 ESKF-EMPC和MPC数据指标对比

Table 3 Comparison of data indicators between ESKF-EMPC and MPC

指标	用户水箱#2温度误差	系统制热量 (kW h)	系统耗电量 (kW h)	系统综合COP
MPC	0.196	2.77	1.204	2.30
ESKF-EMPC	0.524	2.78	1.123	2.48

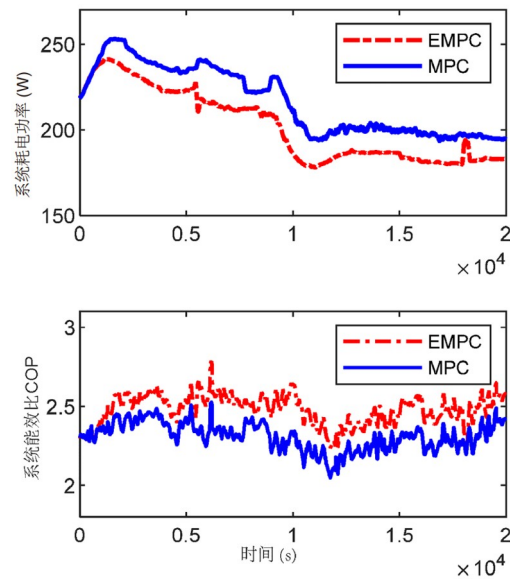


图 10 (网络版彩图) MPC和EMPC控制系统经济指标对比
Figure 10 (Color online) Comparison of economic indicators between MPC and EMPC control systems.

5 结论

本文针对绿色建筑PV/T-HP系统面临的多变量耦合、源荷扰动及难以获得准确模型的问题, 提出了基于ESKF的EMPC控制策略, 并在实验平台上验证其有效性与经济性. 主要研究结论如下.

(1) 通过建立合理的假设条件, 从理论上分析了ESKF-EMPC算法的可行性和最优性, 根据系统的实时输入输出数据实现系统状态与“总扰动”, 有效提升运行可靠性.

(2) 通过在实验平台部署MPC和EMPC控制器, 验证了在外部不确定扰动下, 能根据实时采集的数据对系统不确定性进行估计补偿, 实现稳定有效的现场控制.

(3) 本文的EMPC算法可有效改善控制系统的经济性能, 相比传统MPC算法, 本文提出的ESKF-EMPC方法可使系统耗电量降低8.1%, 能效提升7.83%.

本文的研究成果为PV/T-HP系统在绿色建筑及供热电替代领域的广泛应用具有显著推动作用, 同时

展示了在工业控制系统中有效应对多元扰动、动态能效优化方面的潜力与广阔应用前景。

参考文献

- 1 Luo S H, Hu W H, Liu W, et al. Transition pathway for China to achieve carbon neutrality by 2060 (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2022, 52: 43–64 [罗仕华, 胡维昊, 刘雯, 等. 中国2060碳中和能源系统转型路径研究. 中国科学: 技术科学, 2022, 52: 43–64]
- 2 Yang L. Mechanisms of climatically responsive building and principles of low-energy building design (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2023, 53: 1781–1794 [杨柳. 建筑的气候响应机制与低能耗建筑设计原理. 中国科学: 技术科学, 2023, 53: 1781–1794]
- 3 Salvestroni M, Pierucci G, Pourreza A, et al. Design of a solar district heating system with seasonal storage in Italy. *Appl Therm Eng*, 2021, 197: 117438
- 4 Chu L C, Zhao S G, Gao Y Z, et al. Experimental study on performance of photovoltaic direct-driven PV/T dual-source heat pump hot water system (in Chinese). *Acta Energy Solar Sin*, 2023, 44: 188–194 [褚磊驰, 赵善国, 高远志, 等. 光伏直驱PV/T双源热泵热水系统性能研究. 太阳能学报, 2023, 44: 188–194]
- 5 Öztürk M, Çalişır O, Genç G. Energy, exergy and economic (3E) evaluation of the photovoltaic/thermal collector-assisted heat pump domestic water heating system for different climatic regions in Turkey. *J Therm Anal Calorim*, 2021, 145: 1431–1443
- 6 Yao J, Peng H, Shou C H, et al. Performance analysis of direct expansion solar assisted heat pump system based on PV/T panel (in Chinese). *Acta Energy Solar Sin*, 2021, 42: 35–40 [姚剑, 彭浩, 寿春晖, 等. 直膨式太阳能PV/T热泵系统性能分析. 太阳能学报, 2021, 42: 35–40]
- 7 Qu M L, Wang H Y, Yan N N, et al. Energy and exergy analysis of solar photovoltaic photothermal-heat pump systems (in Chinese). *J HV&AC*, 2022, 52: 118–123 [曲明璐, 王海洋, 闫楠楠, 等. 太阳能光伏光热-热泵系统能量与焓分析. 暖通空调, 2022, 52: 118–123]
- 8 Weeratunge H, Narsilio G, de Hoog J, et al. Model predictive control for a solar assisted ground source heat pump system. *Energy*, 2018, 152: 974–984
- 9 Li S, Joe J, Hu J, et al. System identification and model-predictive control of office buildings with integrated photovoltaic-thermal collectors, radiant floor heating and active thermal storage. *Sol Energy*, 2015, 113: 139–157
- 10 Sun L, Xue W, Li D, et al. Quantitative tuning of active disturbance rejection controller for FOPTD model with application to power plant control. *IEEE Trans Ind Electron*, 2022, 69: 805–815
- 11 Putrayudha S S, Kang E C, Evgueniy E, et al. A study of photovoltaic/thermal (PVT)-ground source heat pump hybrid system by using fuzzy logic control. *Appl Therm Eng*, 2015, 89: 578–586
- 12 Yuan S, Zhang L, Holub O, et al. Switched adaptive control of air handling units with discrete and saturated actuators. *IEEE Control Syst Lett*, 2018, 2: 417–422
- 13 Chen S, Xue W, Huang Y. On active disturbance rejection control for nonlinear systems with multiple uncertainties and nonlinear measurement. *Intl J Robust Nonlinear*, 2020, 30: 3411–3435
- 14 Tsai H L, Lai L W. Model-based prediction control for photovoltaic/thermal-assisted heat pump water heating system. *Adv Mater Res*, 2014, 1030-1032: 549–552
- 15 Wang D, Pang X F, Wang W. Review and prospect of the application of model predictive control in building HVAC system (in Chinese). *Build Sci*, 2021, 37: 111–119, 130 [王丹, 逢秀锋, 王伟. 模型预测控制在暖通空调领域应用研究综述与展望. 建筑科学, 2021, 37: 111–119, 130]
- 16 Afram A, Janabi-Sharifi F. Theory and applications of HVAC control systems—A review of model predictive control (MPC). *Build Environ*, 2014, 72: 343–355
- 17 Ma J, Qin S J, Salsbury T. Application of economic MPC to the energy and demand minimization of a commercial building. *J Process Control*, 2014, 24: 1282–1291
- 18 Karkaba H, Etienne L, Pelay U, et al. Performance improvement of air cooled photo-voltaic thermal panel using economic model predictive control and vortex generators. *Renew Energy*, 2023, 218: 119332
- 19 Liu P, Yang L, Sun L. Multi-objective economic model predictive control of wet limestone flue gas desulfurisation system. *Process Saf Environ Protection*, 2021, 150: 269–280
- 20 Kuboth S, Heberle F, König-Haagen A, et al. Economic model predictive control of combined thermal and electric residential building energy

- systems. *Appl Energy*, 2019, 240: 372–385
- 21 Wang X, Ding B, Yang X, et al. Design and application of offset-free model predictive control disturbance observation method. *J Control Sci Eng*, 2016, 2016: 1–8
- 22 Han X J, Liang Y B, Wang M Y, et al. Dual-regulating feedback optimization control method of PV combined energy storage system based on KF-MPC (in Chinese). *Acta Energy Solar Sin*, 2021, 42: 56–62 [韩晓娟, 梁宇博, 王梦圆, 等. 基于KF-MPC的光储系统双调节反馈优化控制方法. *太阳能学报*, 2021, 42: 56–62]
- 23 Roshany-Yamchi S, Cychowski M, Negenborn R R, et al. Kalman filter-based distributed predictive control of large-scale multi-rate systems: Application to power networks. *IEEE Trans Contr Syst Technol*, 2013, 21: 27–39
- 24 Xue W, Zhang X, Sun L, et al. Extended state filter based disturbance and uncertainty mitigation for nonlinear uncertain systems with application to fuel cell temperature control. *IEEE Trans Ind Electron*, 2020, 67: 10682–10692
- 25 Bai W, Xue W, Huang Y, et al. On extended state based Kalman filter design for a class of nonlinear time-varying uncertain systems. *Sci China Inf Sci*, 2018, 61: 042201
- 26 Kim N, Park Y, Son J E, et al. Robust sliding mode control of a vapor compression cycle. *Int J Control Autom Syst*, 2018, 16: 62–78
- 27 Reif K, Gunther S, Yaz E, et al. Stochastic stability of the discrete-time extended Kalman filter. *IEEE Trans Automat Contr*, 1999, 44: 714–728

Extended state Kalman filter-based economic model predictive control of solar photovoltaic/thermal composite heat pump system

SUN Li^{1,3}, WU MengDan¹, GUO MengMeng¹, CHEN Sen², XU WenYin³ & YU WenWu³

¹ National Engineering Research Center of Power Generation Control and Safety (Southeast University), Nanjing 210096, China

² School of Mathematics and Statistics, Shaanxi Normal University, Xi'an 710119, China

³ Jiangsu Provincial Key Laboratory of Networked Collective Intelligence, School of Mathematics, Southeast University, Nanjing 210096, China

The solar photovoltaic/thermal composite heat pump (PV/T-HP) system has broad application prospects in green buildings and the replacement of heating and green electricity. However, the current design of PV/T-HP systems is often based on steady-state rated operating conditions, without considering issues such as multi-source disturbances, multivariable coupling, and dynamic energy efficiency degradation during operation. In view of this, this paper proposes an economic model predictive control (EMPC) strategy based on the extended state Kalman filter (ESKF). Firstly, we established a nonlinear mechanism model for the PV/T-HP system and designed an ESKF based on a linearized state space model under certain operating conditions to achieve a combined real-time estimation of the system state and total disturbance. Secondly, based on ESKF disturbance compensation and with system energy consumption as the optimization objective, an EMPC strategy was designed. Simultaneously setting operational safety constraints to achieve rolling optimization of control variables proves the feasibility and optimality of the control strategy. The experimental test results show that compared to traditional MPC, the ESKF-EMPC method can reduce system power consumption by 8.1% and improve energy efficiency by 7.83%, verifying the effectiveness, robustness, and economy of the proposed scheme.

solar photovoltaic/thermal heat pump system, economic model predictive control, extended state Kalman filter

doi: [10.1360/SST-2024-0019](https://doi.org/10.1360/SST-2024-0019)