



# 垂直/短距起降飞机起飞策略优化

杨明远<sup>1</sup>, 朱纪洪<sup>2\*</sup>, 杨赞杰<sup>2</sup>, 杜智慧<sup>2</sup>, 王向阳<sup>1</sup>, 刘路进<sup>3</sup>

1. 清华大学航空发动机研究院, 北京 100084

2. 清华大学精密仪器系, 北京 100084

3. 清华大学天津高端装备研究院, 天津 300300

\* E-mail: jhzhu@tsinghua.edu.cn

收稿日期: 2025-11-20; 接受日期: 2026-01-29; 网络版发表日期: 2026-03-09

飞行器基础布局全国重点实验室开放基金项目(编号: ZZKY-202505)、国家自然科学基金优秀青年科学基金项目(批准号: 62422309)和国家自然科学基金面上项目(批准号: 62573254)资助

**摘要** 垂直/短距起降飞机具备在较狭小场地起飞与快速出动的能力, 应用前景广泛. 然而, 针对此类飞机的最优短距起飞策略研究较少, 这些研究对短距起飞策略的约束考虑不够全面, 策略优势不足, 且缺少影响因素的定量分析. 对此, 本文设计了完整的最优短距起飞策略优化求解方法. 首先建立了考虑执行器动态的飞机纵向动力学模型和地面受力模型. 然后基于配平算法求得的最小离地速度, 通过理论计算得到固定值起飞策略, 作为动态优化的初值; 将最优短距起飞问题转化为非线性规划问题, 综合考虑执行器约束与系统状态/性能约束, 采用数值优化方法求解动态优化起飞策略. 最后对推重比、推力分配比、重心位置和气动系数等影响起飞距离的因素进行了敏感性分析, 发现起飞距离对推重比最为敏感. 仿真结果表明: 本文方法生成的短距起飞策略可以有效缩短起飞距离, 增强了该类飞机的快速出动能力.

**关键词** 垂直/短距起降飞机, 短距离起飞, 非线性模型, 执行器动态, 轨迹优化, 敏感性分析

## 1 引言

垂直/短距起降(vertical/short take-off and landing, V/STOL)飞机是指能够垂直或者在很短距离起飞和着陆的飞机, 主要包括尾座式飞机、倾转旋翼飞机、推力矢量垂直/短距起降飞机等<sup>[1]</sup>. 该类飞机兼顾了固定翼飞机的高气动效率和旋翼飞机灵活起降的特点, 具有广泛的应用前景<sup>[2-6]</sup>.

推力矢量垂直/短距起降飞机的特点是利用推力矢量喷管调节推力方向, 具备在较狭小场地起降的能

力<sup>[7,8]</sup>. 该类飞机的典型代表有英国的鹞式战斗机<sup>[9]</sup>、苏联的雅克-141战斗机<sup>[10]</sup>和美国的F-35B闪电II战斗机<sup>[11]</sup>. 鹞式战斗机应用在小航母上, 在马岛战争和海湾战争中发挥了重要作用. 雅克-141战斗机是首款具备超音速巡航能力的垂直起降战斗机, 但仅制造了几架原型机, 随着苏联解体, 雅克-141项目终止<sup>[10]</sup>. 然而, 雅克-141的研究为后续同类机型的研制, 例如F-35B, 提供了重要技术参考. F-35B战斗机是目前最先进的推力矢量垂直/短距起降飞机, 它来自美国联合攻击战斗机(Joint Strike Fighter, JSF)计划<sup>[12]</sup>, 用于装备美国海

**引用格式:** 杨明远, 朱纪洪, 杨赞杰, 等. 垂直/短距起降飞机起飞策略优化. 中国科学: 技术科学, 2026, 56: 548-565

Yang M Y, Zhu J H, Yang Y J, et al. Optimization of take-off strategy for vertical/short take-off and landing aircraft (in Chinese). Sci Sin Tech, 2026, 56: 548-565, doi: 10.1360/SST-2025-0361

军陆战队, 作为两栖攻击舰和轻型航母的载机, 该机型的特点见第2.1节.

短距起飞是V/STOL飞机的一个重要优势, 推力矢量可用于增强起飞和着陆期间的灵活性, 以缩短跑道长度<sup>[6,13]</sup>. 相比于垂直起飞, 短距起飞可以提高飞机的有效载荷和安全性<sup>[14~16]</sup>. 然而, 短距起飞阶段的飞机执行器冗余, 气动舵面与推进控制耦合, 控制难度高. 因此, 如何合理发挥这一优势, 即最优短距起飞策略的研究, 成为一个重要的问题. 目前, 关于V/STOL飞机起飞策略的研究多集中在优化目标为能量或功率消耗最小的策略计算<sup>[17~19]</sup>. 文献[17]考虑倾斜翼电动垂直升降飞机的运行约束, 利用增量式动态逆(incremental nonlinear dynamic inversion, INDI)控制器生成可行的初始猜测, 计算出能量最小的起飞和着陆轨迹. 文献[18]以时间最短和功率消耗最小为目标, 利用直接分配法来优化倾转旋翼飞机的起飞轨迹, 将连续最优控制问题离散为非线性规划问题. 文献[19]研究混合动力推进系统的短距起降通用航空飞机, 以机翼载荷、功率载荷、混合水平、航程和起飞距离为设计变量, 分别对最小质量、最小一次能源消耗和最小成本目标进行起飞轨迹优化.

尽管在最小化V/STOL飞机起飞阶段功率或能量消耗方面已经进行了一些研究, 但关于最短起飞距离优化策略的研究<sup>[16,20~22]</sup>较少. 文献[20]在F-18/HARV机型上使用推力矢量特征, 以最小化地面滑跑/起飞距离, 证明了推力矢量可以有效减小飞机的起飞距离. 文献[16]采用遗传算法对小型倾转旋翼无人机的最短起飞距离进行优化, 分别研究了升降舵操纵、飞机质量和短舱倾转角对起飞距离的影响. 文献[21]根据短距起飞性能计算的结果建立短距起飞控制策略, 通过提前将升力矢量喷管偏转至90°位置, 计算主喷管在不同偏转角下飞机起飞的平衡能力和加速性能. 文献[22]分别以舰面滑跑距离最短和离舰后增速时间最短为优化指标, 给出了垂直/短距起降飞机在舰面滑跑和离舰初期的预置多推力偏转常值方案. 上述文献对最短起飞距离受推力矢量的影响做了一定的研究, 对其他影响因素做出了一定的分析. 然而, 这些研究缺乏对执行机构动态的建模和约束应用; 在短距起飞策略的研究上局限于固定值策略, 优势不明显; 且对影响起飞距离的其他因素的敏感性分析不足.

因此, 本文首先对研究的V/STOL飞机进行了纵向

动力学建模, 并建立起飞阶段所需的地面受力模型, 其中特别考虑了执行机构动态, 并将其增广到飞机的运动方程中, 使得后续优化结果很好地满足了执行器动态. 然后针对具有多个可变大小或方向的推力矢量机型的最短距离起飞策略进行优化, 考虑了飞机执行器约束与系统状态/性能约束, 以是否达到求解出的最小起飞速度作为起飞判断依据, 计算固定值起飞策略作为优化初值, 采用数值方法优化得到动态优化短距起飞策略. 对于影响最短起飞距离的一些因素, 如推重比、推力分配比、重心位置和气动系数, 本文进行了敏感性分析, 得出这些因素对最短起飞距离的影响规律. 最后, 通过仿真验证了最优短距起飞策略可以有效缩短起飞距离. 全文主要贡献总结如下.

(1) 详细建立了考虑执行机构动态的纵向动力学模型和起飞阶段的地面受力模型, 增广了飞机的运动方程, 使得后续优化的结果能很好地满足执行器动态的约束.

(2) 以飞机是否达到设定的起飞速度作为起飞判断依据, 使用带约束配平算法求解该最小离地速度. 考虑飞机执行器约束与系统状态/性能约束, 以理论计算得到的固定值起飞策略作为优化初值, 采用数值方法求解得到动态优化起飞策略. 结果表明, 本文得到的起飞策略可以显著缩短起飞距离.

(3) 对推重比、推力分配比、重心位置、升力系数和俯仰力矩系数5个因素进行了敏感性分析, 总结了其对短距起飞距离的影响规律, 分析气动系数不确定性的影响, 并进一步给出实际工程指导.

## 2 系统描述与动力学建模

本节详细介绍了V/STOL飞机的特点, 建立了作用在其上的力和力矩, 给出纵向运动方程. 同时建立了地面受力模型和执行机构动态模型. 图1展示了V/STOL飞机推进系统的简化模型.

### 2.1 V/STOL飞机系统描述

本文中研究的V/STOL飞机为F-35B构型<sup>[11]</sup>, 飞机的动力来源于单个高涵道比涡轮风扇发动机, 该发动机一方面通过连接的垂直安装的轴驱动飞机前端的升力风扇(lift fan, LF), 另一方面通过飞机后端水平尾翼和垂直尾翼之间的三轴承旋转模块(three bearing

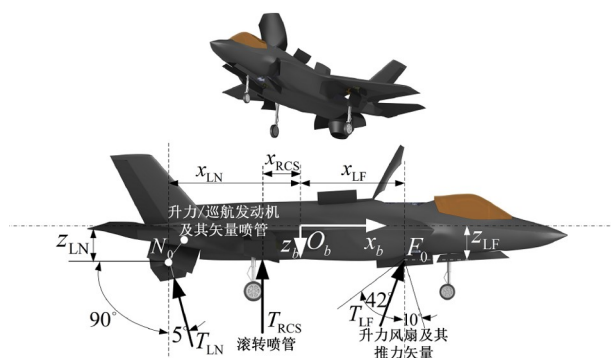


图 1 (网络版彩图)垂直/短距起降飞机推进系统的简化模型

Figure 1 (Color online) Simplified model of the V/STOL aircraft propulsion system.

swivel module, 3BSM)推力矢量喷管产生推力。此外,每个机翼下方的两个滚转喷管(roll-post nozzles)提供了额外的排气口。当飞机处于短垂状态下,推进系统产生的推力来源于三轴承矢量喷管的核心喷管(core nozzle, CN)、升力风扇以及左右滚转喷管<sup>[23]</sup>。这三类喷管的特点如下。

(1) 核心喷管可以通过3BSM向下倾斜并左右偏转。

(2) 升力风扇通过离合器与主发动机的低压涡轮驱动轴接合,结合变速箱从中提取部分功率。升力风扇可以通过可变面积导叶箱喷嘴(variable area vane box nozzle, VAVBN)向前后倾斜排气<sup>[23]</sup>。

(3) 滚转喷管排气的向下倾斜角和外侧张开角度是固定的,本文简单认为其排气角度垂直于机体向下。

V/STOL飞机的尺寸与安装参数如表1所示,表中的位置参数均为与重心的相对距离。本文中机身坐标系设置与常规固定翼飞机相同,原点与飞机重心重合,地面坐标系为北东地(north-east-down, NED)坐标系。

V/STOL飞机有短距起飞、前过渡(短距/垂直转平飞)、巡航、后过渡(平飞转垂直)和垂直降落5个典型的飞行阶段。飞机通过推进系统的4个喷嘴产生的推力以及滑跑加速带来的气动升力,在跑道滑行一段较短距离后抬轮起飞。飞机爬升至一定高度并达到一定速度后,进入前过渡阶段,核心喷管逐渐偏至水平,升力风扇离合器断开,转速逐渐减小,滚转喷口、升力风扇进排气门逐渐关闭,飞机升力来源逐渐由气动力主导。巡航阶段,飞机与常规固定翼飞机类似,由机翼的气动升力支撑。后过渡阶段与前过渡阶段的变化相反,

表 1 垂直/短距起降飞机参数

Table 1 Parameters of V/STOL aircraft

| 参数                                    | 值      |
|---------------------------------------|--------|
| 最大重量, $m_{\max}$ (kg)                 | 27669  |
| 最小重量, $m_{\min}$ (kg)                 | 14651  |
| 机翼面积, $S_w$ (m <sup>2</sup> )         | 50     |
| 翼展, $b$ (m)                           | 11     |
| 平均气动弦长, $\bar{c}$ (m)                 | 5.02   |
| 升力风扇作用点前向位置, $x_{LF}$ (m)             | 3.97   |
| 升力风扇作用点垂向位置, $z_{LF}$ (m)             | 0.5822 |
| 滚转喷管作用点前向位置, $x_{RCS}$ (m)            | -0.838 |
| 滚转喷管作用点侧向位置, $y_{RCS}$ (m)            | 2.615  |
| 三轴承矢量喷管前向安装位置, $x_{LN}$ (m)           | -4.29  |
| 三轴承矢量喷管垂向安装位置, $z_{LN}$ (m)           | 0.0856 |
| 核心喷管的轴线长度, $l_{CN}$ (m)               | 0.702  |
| 前起落架受力点前向位置, $x_f$ (m)                | 5.37   |
| 前起落架受力点垂向位置, $z_f$ (m)                | 2.50   |
| 主起落架受力点前向位置, $x_b$ (m)                | -0.790 |
| 主起落架受力点垂向位置, $z_b$ (m)                | 2.50   |
| 滚转转动惯量, $I_{xx}$ (kg m <sup>2</sup> ) | 57738  |
| 俯仰转动惯量, $I_{yy}$ (kg m <sup>2</sup> ) | 264671 |
| 偏航转动惯量, $I_{zz}$ (kg m <sup>2</sup> ) | 216702 |
| 惯性积, $I_{xz}$ (kg m <sup>2</sup> )    | 2063   |

在接近目的地时,飞机逐渐减速,升力风扇加速,逐渐与主发动机驱动轴接合,核心喷管偏转至接近垂直向下,滚转喷口打开,气动力逐渐失效,由推进系统产生推力支撑飞机,飞机过渡到短暂的悬停状态。最后,飞机在着陆点上方由悬停状态垂直降落至地面<sup>[24,25]</sup>。

V/STOL飞机的滚转力矩由左右副翼的不对称偏转(高速)以及左右滚转喷管的推力差(低速)提供,俯仰力矩由升力风扇与核心喷管的推力比和两者的推力矢量偏转(低速)以及升降舵的偏转(高速)提供,偏航力矩由左右副翼的不对称偏转、方向舵的偏转(高速)以及核心喷管的横向偏转(低速)提供。

## 2.2 V/STOL飞机动力学模型

由于飞机动力学系统的复杂性,飞机建模通常会做出一些合理假设<sup>[26]</sup>,本文给出以下假设:

(1) 假定飞机是绝对刚体,不考虑由结构弹性引起

的自由度;

(2) 假定飞机质量和转动惯量在研究时间内保持不变;

(3) 假定飞机左右对称, 惯性积  $I_{xy} = I_{zy} = 0$ ;

(4) 认为地面坐标系是惯性坐标系;

(5) 假定重力加速度保持不变, 为  $9.8 \text{ m/s}^2$ .

上述假设为飞机建模时的常用假设, 本文研究的飞机是对称飞机, 飞行速度、飞行高度和距离均很小, 因此假设是合理的, 符合实际应用. 此外, 考虑到研究的飞行阶段主要关注 V/STOL 飞机的纵向动力学, 假设飞机在横向通道上所受力和力矩始终是平衡的, 下面仅对纵向通道进行建模和分析.

V/STOL 飞机受力主要包括推进系统产生的力以及气动力. 在机体坐标系下, 推进系统产生的力如下所示:

$$F_{ex} = F_{LNX} + F_{LFx} = T_{LN} \cos(\delta_{LN}) + T_{LF} \sin(\delta_{LF}), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} F_{ez} &= F_{LNe} + F_{LFz} + F_{RCSz} \\ &= -T_{LN} \sin(\delta_{LN}) - T_{LF} \cos(\delta_{LF}) - T_{LRCS} - T_{RRCS}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} M_{ey} &= F_{LNX} \cdot z_{LN} + F_{LFx} \cdot z_{LF} - F_{LNe} \cdot x_{LN} \\ &\quad - F_{LFz} \cdot x_{LF} - F_{RCSz} \cdot x_{RCS}, \end{aligned} \quad (3)$$

式中,  $F_{LNX}$  是三轴承矢量喷管产生的推力  $T_{LN}$  在  $x_b$  轴的分力;  $F_{LFx}$  是升力风扇产生的推力  $T_{LF}$  在  $x_b$  轴的分力;  $F_{ex}$  是推进系统在  $x_b$  轴上的合力;  $F_{LNe}$  是三轴承矢量喷管产生的推力  $T_{LN}$  在  $z_b$  轴的分力;  $F_{LFz}$  是升力风扇产生的推力  $T_{LF}$  在  $z_b$  轴的分力;  $F_{RCSz}$  是左滚转喷管推力  $T_{LRCS}$  和右滚转喷管推力  $T_{RRCS}$  之和在  $z_b$  轴的分力;  $F_{ez}$  是推进系统在  $z_b$  轴上的合力;  $M_{ey}$  是推进系统产生的俯仰力矩;  $\delta_{LN}$  是三轴承矢量喷管推力矢量在  $x_b O z_b$  平面的投影与  $x_b$  轴的夹角;  $\delta_{LF}$  是升力风扇推力矢量与  $x_b$  轴的夹角.

设自由流速度为  $V$ ,  $u$  和  $w$  分别是  $V$  在  $x_b$  轴和  $z_b$  轴的分量, 即

$$u = V \cos \alpha, \quad (4)$$

$$w = V \sin \alpha, \quad (5)$$

式中,  $\alpha$  是飞机的迎角, 它的计算如下:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{w}{u}\right). \quad (6)$$

将速度转换到 NED 坐标系, 可以得到

$$v_{gx} = u \cos \theta + w \sin \theta, \quad (7)$$

$$v_{gz} = -u \sin \theta + w \cos \theta, \quad (8)$$

式中,  $v_{gx}$  和  $v_{gz}$  分别是  $V$  在  $x_g$  轴和  $z_g$  轴的分量 (仅考虑无风情况);  $\theta$  是飞机的俯仰角.

飞机所受气动升力  $L$ 、阻力  $D$  和俯仰力矩  $M_{ay}$  分别为

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \left( \hat{C}_L(\alpha) + \hat{C}_{Lq} \cdot \frac{\bar{c}}{2V} \cdot q + \hat{C}_{L\delta_e} \cdot \delta_e \right), \quad (9)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \left( \hat{C}_D(\alpha) + \hat{C}_{Dq} \cdot \frac{\bar{c}}{2V} \cdot q + \hat{C}_{D\delta_e} \cdot \delta_e \right), \quad (10)$$

$$M_{ay} = \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \bar{c} \left( \hat{C}_m(\alpha) + \hat{C}_{mq} \cdot \frac{\bar{c}}{2V} \cdot q + \hat{C}_{m\delta_e} \cdot \delta_e \right), \quad (11)$$

式中,  $\rho$  是空气密度 (取  $1.225 \text{ kg/m}^3$ );  $\hat{C}_L$ 、 $\hat{C}_D$  和  $\hat{C}_m$  是与迎角相关的气动系数, 它们是根据 NACA 0012 翼型<sup>[27]</sup> 的气动数据进行适当调整得到的, 其与迎角的关系曲线如图 2 所示;  $\hat{C}_{Lq}$ 、 $\hat{C}_{Dq}$  和  $\hat{C}_{mq}$  是与俯仰角速度相关的气动系数;  $\hat{C}_{L\delta_e}$ 、 $\hat{C}_{D\delta_e}$  和  $\hat{C}_{m\delta_e}$  是与升降舵偏角相关的气动系数. 后 6 个气动系数是使用涡格法<sup>[28]</sup> 计算得到的.

将推进系统产生的力、气动力以及重力统一转换至机体坐标系, 得到

$$\begin{bmatrix} F_{bx} \\ 0 \\ F_{bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{ex} \\ 0 \\ F_{ez} \end{bmatrix} + \mathbf{T}_{ab}^T \begin{bmatrix} -D \\ 0 \\ -L \end{bmatrix} + \mathbf{T}_{gb}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m \cdot g \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$M_y = M_{ay} + M_{ey}, \quad (13)$$

式中,  $F_{bx}$  和  $F_{bz}$  分别是机体坐标系下飞机所受合力在  $x_b$

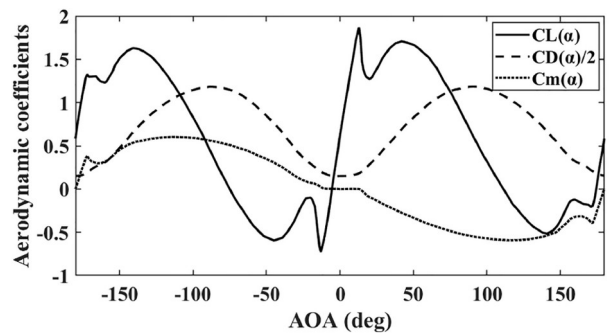


图 2 升力、阻力和俯仰力矩的气动系数  
Figure 2 The lift, drag, and pitching moment coefficients.

轴和 $z_b$ 轴的分力;  $m$ 是飞机质量;  $M_y$ 是飞机所受总的俯仰力矩;  $*$ 代表矩阵转置运算;  $\mathbf{T}_{ab}$ 和 $\mathbf{T}_{gb}$ 分别是机体坐标系到气流坐标系和NED坐标系的坐标转换矩阵(不考虑横向通道), 如下:

$$\mathbf{T}_{ab} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$\mathbf{T}_{gb} = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}. \quad (15)$$

### 2.3 V/STOL飞机地面受力模型

研究V/STOL飞机的短距起飞, 还需要对地面滑跑阶段进行单独建模. 本节对飞机的起落架做简化处理, 即不考虑其弹性特性, 且将两个主起落架等效为一个在中轴线上的主起落架进行受力分析. 图3是短距起飞阶段飞机的地面受力模型.

图3中,  $N_f$ 和 $N_b$ 分别是前起落架和主起落架受到的地面支持力;  $M_f$ 和 $M_b$ 分别是前起落架和主起落架处的总俯仰力矩;  $\mu$ 是地面摩擦系数(本文取 $\mu = 0.02$ ).  $M_f$ 和 $M_b$ 的计算如下:

$$\begin{aligned} M_f = & -F_{LNx}(z_f - z_{LN}) - F_{LFx}(z_f - z_{LF}) \\ & + F_{LNz}(x_f - x_{LN}) + F_{LFz}(x_f - x_{LF}) \\ & + F_{RCSz} \cdot (x_f - x_{RCS}) + N_b(x_f - x_b)\cos\theta \\ & + \mu N_b \cdot (x_f - x_b)\sin\theta + M_{ay} - L \cdot x_f \cos\alpha \\ & + D \cdot z_f \cos\alpha, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} M_b = & -F_{LNx}(z_b - z_{LN}) - F_{LFx}(z_b - z_{LF}) \\ & + F_{LNz}(x_b - x_{LN}) + F_{LFz}(x_b - x_{LF}) \\ & + F_{RCSz} \cdot (x_b - x_{RCS}) - N_f(x_f - x_b)\cos\theta \\ & - \mu N_f \cdot (x_f - x_b)\sin\theta + M_{ay} - L \cdot x_b \cos\alpha \\ & + D \cdot z_b \cos\alpha. \end{aligned} \quad (17)$$

当下式成立时,

$$F_{ez} + m \cdot g - L \leq 0, \quad (18)$$

认为飞机离地, 即支持力 $N_f$ 和 $N_b$ 均为0.

### 2.4 V/STOL飞机执行机构动态模型

本文总共涉及V/STOL飞机的7个控制量, 具体描述见表2.

本文中, 飞机短距起飞过程的可变量包括 $\delta_e$ 、

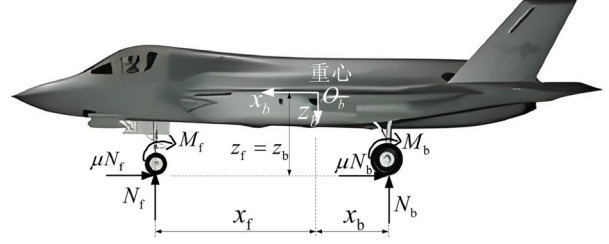


图3 短距起飞阶段的地面受力模型

Figure 3 Ground force model during the short take-off phase.

表2 垂直/短距起降飞机的控制量

Table 2 Control variables of V/STOL aircraft

| 控制量                                  | 位置限制            | 带宽限制 (rad/s) <sup>[29]</sup> |
|--------------------------------------|-----------------|------------------------------|
| 升降舵偏角, $\delta_e$ (°)                | [-30, 30]       | 25                           |
| 3BSM矢量喷管推力与升力<br>风扇推力之和, $T$ (N)     | [50000, 164000] | 5                            |
| 升力风扇推力与3BSM矢量<br>喷管推力之比, $\tau_{TS}$ | [0, 1.25]       | 10                           |
| 3BSM矢量喷管纵向偏角,<br>$\delta_{LN}$ (°)   | [0, 95]         | 5                            |
| 左滚转喷管推力, $T_{LRCS}$ (N)              | [0, 8250]       | 5                            |
| 右滚转喷管推力, $T_{RRCS}$ (N)              | [0, 8250]       | 5                            |
| 升力风扇推力矢量偏角,<br>$\delta_{LF}$ (°)     | [-10, 42]       | 10                           |

$\tau_{TS}$ 、 $\delta_{LN}$ 和 $\delta_{LF}$ , 为便于在后续优化中考虑执行器动态约束, 以防止控制量变化速率超越执行器可实现带宽, 对这4个控制量的动态进行建模. 采用一阶惯性环节建模执行器动态, 以体现执行器的带宽:

$$\dot{\delta}_e = -a_{\delta_e} \hat{\delta}_e + a_{\delta_e} \delta_e, \quad (19)$$

$$\dot{\tau}_{TS} = -a_{\tau_{TS}} \hat{\tau}_{TS} + a_{\tau_{TS}} \tau_{TS}, \quad (20)$$

$$\dot{\delta}_{LN} = -a_{\delta_{LN}} \hat{\delta}_{LN} + a_{\delta_{LN}} \delta_{LN}, \quad (21)$$

$$\dot{\delta}_{LF} = -a_{\delta_{LF}} \hat{\delta}_{LF} + a_{\delta_{LF}} \delta_{LF}, \quad (22)$$

式中,  $\hat{*}$ 代表控制量的实际值, 而原本的符号代表对应控制量的期望值;  $a_{\delta_e}$ 、 $a_{\tau_{TS}}$ 、 $a_{\delta_{LN}}$ 和 $a_{\delta_{LF}}$ 代表4个控制量的带宽, 具体数值见表2.

### 2.5 V/STOL飞机纵向运动方程

根据牛顿第二定律以及角动量定理, 可列写

V/STOL飞机的纵向运动方程, 如下:

$$\dot{u} = -q \cdot w - g \cdot \sin\theta + \frac{1}{m}(F_{ex} + L\sin\alpha - D\cos\alpha + \mu(N_f + N_b)\cos\theta), \quad (23)$$

$$\dot{w} = q \cdot u + g \cdot \cos\theta + \frac{1}{m}(F_{ez} - L\cos\alpha - D\sin\alpha + (N_f + N_b)\cos\theta), \quad (24)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{I_{yy}}(M_{ay} + M_{ey} - N_f(x_f \cos\theta + z_f \sin\theta) - N_b(x_b \cos\theta + z_b \sin\theta) + \mu N_f \cdot (-x_f \sin\theta + z_f \cos\theta) + \mu N_b \cdot (-x_b \sin\theta + z_b \cos\theta)), \quad (25)$$

$$\dot{\theta} = q, \quad (26)$$

$$\dot{x}_E = u \cos\theta + w \sin\theta, \quad (27)$$

$$\dot{z}_E = -u \sin\theta + w \cos\theta, \quad (28)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_d = -\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_d + \mathbf{A}u_d, \quad (29)$$

式中,  $x_E$ 和 $z_E$ 分别是NED坐标系中北方向坐标和下方向坐标; 式(29)涵盖了式(19)~(22), 其中,

$$\hat{\mathbf{x}}_d = [\hat{\delta}_c \quad \hat{\tau}_{TS} \quad \hat{\delta}_{LN} \quad \hat{\delta}_{LF}]^T, \quad (30)$$

$$\mathbf{u}_d = [\delta_c \quad \tau_{TS} \quad \delta_{LN} \quad \delta_{LF}]^T, \quad (31)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{\delta_c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{\tau_{TS}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{\delta_{LN}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{\delta_{LF}} \end{bmatrix}. \quad (32)$$

将 $N_f$ 和 $N_b$ 视为两个新的状态量, 则两者的求解需要添加两个新的方程, 根据飞机所处状态不同分为地面滑跑和抬前轮两种情况.

(1) 地面滑跑:

$$\dot{w} = 0, \quad (33)$$

$$\dot{q} = 0. \quad (34)$$

(2) 抬前轮:

$$\dot{z}_E = q(x_b \cos\theta + z_b \sin\theta), \quad (35)$$

$$N_f = 0. \quad (36)$$

### 3 固定值短距起飞策略的推导

本节首先介绍了起飞速度的求解, 然后对固定值

短距起飞策略进行了推导, 以此作为后续动态优化算法的合理初值.

在推导最优起飞策略之前, 首先需要明确起飞过程的定义. 实际的V/STOL飞机短距起飞是一个复杂的过程, 为研究方便, 参考洛克希德·马丁公司的飞行验证过程<sup>[23]</sup>对其进行了简化. V/STOL飞机一开始处于发动机最大推力状态(不含加力燃烧室), 刹车松开后起飞开始, 从短距起飞到常规飞行阶段可以分解为4个部分, 如图4所示, 即地面滑跑阶段(ground roll)、抬轮飞离阶段(rotation and fly away)、模式转换阶段(mode transition)和常规飞行阶段(conventional flight). 起飞距离被定义为飞机从刹车松开到飞机离开地面期间经过的跑道距离. 此外, 假设跑道无坡度, 且起飞朝正北方向.

根据文献<sup>[23,30]</sup>的结果显示, 抬轮阶段关键控制量存在明显的一个“尖峰”, 即短时间内出现大幅变动并回到原位. 该阶段应由控制器接收抬轮指令输出控制量, 且过程极为短暂, 因此本文的研究聚焦于地面滑跑阶段, 起飞距离特指在抬轮阶段之前飞机经过的距离.

#### 3.1 最小起飞速度

在求解短距起飞策略之前需要明确起飞速度, 在本文中特指抬轮时的速度. 由于本研究不涉及抬轮及以后的阶段, 无法预知飞机速度在这些阶段的变化过程, 出于安全角度的考虑, 这一抬轮速度应保证飞机在抬轮后不会出现掉高等危险状况. 考虑到抬轮阶段会出现较大的作动器变动, 本节并不通过式(18)描述的离地判据来计算抬轮速度, 否则会导致抬轮过程的安全裕度过低.

因此, 本文使用带约束配平算法来求解相对保守但保证安全的最小离地速度. 传统的配平算法仅考虑



图4 (网络版彩图)垂直/短距起降飞机短距起飞到常规飞行过程分解

Figure 4 (Color online) Decomposition of short take-off to conventional flight process of V/STOL aircraft.

飞机的平衡问题, 为了保证离地速度的最优性, 需要将离地速度加入到配平的优化目标中。

设定V/STOL飞机在固定迎角爬升状态下进行纵向配平, 此时俯仰角速度和飞行加速度均为0, 且作用在飞机上的力和力矩均平衡, 即

$$F_{bx} = 0, \quad (37)$$

$$F_{bz} = 0, \quad (38)$$

$$M_y = 0. \quad (39)$$

配平式(37)~(39)涉及迎角 $\alpha$ 、机体系前向速度 $u$ 、机体系垂向速度 $w$ 、俯仰角 $\theta$ 、升降舵偏角 $\delta_e$ 、推力和 $T$ 、推力分配比 $\tau_{TS}$ 、矢量喷管纵向偏角 $\delta_{LN}$ 、升力风扇推力矢量偏角 $\delta_{LF}$ 、左右滚转喷管推力 $T_{LRCS}$ 和 $T_{RRCS}$ 共11个变量。其中,  $\alpha$ 将被指定(固定为 $5^\circ$ ); 根据起飞阶段的设置,  $T$ 、 $T_{LRCS}$ 及 $T_{RRCS}$ 将被固定为 $T = 164000 \text{ N}$ ,  $T_{LRCS} = T_{RRCS} = 8000 \text{ N}$ 。剩余的两个决策变量为待求解的决策变量, 受到以下约束。

(1) 机体系前向速度约束:  $u \in [0, 100 \text{ m/s}]$ ;

(2) 机体系垂向速度约束:  $w \in [0, 20 \text{ m/s}]$ ;

(3) 俯仰角约束:  $\theta \in [0, \frac{\pi}{12} \text{ rad}]$ ;

(4) 升降舵偏角约束:  $\delta_e \in [-30^\circ, 30^\circ]$ ;

(5) 推力分配比约束:  $\tau_{TS} \in [0, 1.05]$ ;

(6) 矢量喷管纵向偏角约束:  $\delta_{LN} \in [0^\circ, 90^\circ]$ ;

(7) 升力风扇推力矢量偏角约束:  $\delta_{LF} \in [0^\circ, 42^\circ]$ 。

采用序列二次规划算法这一数值优化方法进行配平, 具体的算法流程如算法1。

### 3.2 固定值短距起飞策略

在实际飞行中, 考虑到推进系统高状态下的操纵安全性、控制便捷性等因素, 短距起飞阶段往往采用

**算法1** 迎角固定的带约束求解最小离地速度配平算法

**步骤1** 设置固定迎角 $\alpha$ , 飞机状态 $\mathbf{x}$ 和控制输入 $\mathbf{u}$ 的初始值;

**步骤2** 调用系统动力学方程 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ 得到系统状态的导数值;

**步骤3** 设置约束, 包括决策变量的上下限的不等式约束以及式(37)~(39)对应状态导数为0的等式约束;

**步骤4** 设置目标函数为空运, 即 $J = \sqrt{u^2 + w^2}$ , 并计算目标函数;

**步骤5** 采用序列二次规划算法求解该带约束优化问题, 得到飞机配平的爬升状态、控制输入以及相应的最小离地速度 $u_f$ 。

固定的推力大小和矢量偏角进行, 文献[23,30]的飞行数据对此进行了证实。因此求解固定值短距起飞策略具有明确的工程意义, 并且可以指导动态优化策略的求解。

根据第2节建立的飞机动力学模型和地面受力模型, 以及式(33)和(34)描述的地面滑跑情况, 可以列出飞机前后轮所受支持力 $N_f$ 和 $N_b$ 的表达式:

$$N_f = \frac{M_{ay} + M_{ey} + (F_{ez} + m \cdot g - L)(x_b - \mu z_b)}{x_f - x_b + \mu(z_b - z_f)}, \quad (40)$$

$$N_b = -N_f + L - F_{ez} - m \cdot g. \quad (41)$$

对于表2中列举的控制量, 根据文献[30]的数据, 将升降舵偏角固定为 $\delta_e = 0^\circ$ ; 沿用第3.1节中的设置, 保持推力大小固定在高状态, 即 $T = 164000 \text{ N}$ ,  $T_{LRCS} = T_{RRCS} = 8000 \text{ N}$ , 并同时固定推力分配比 $\tau_{TS} = 1.05$ 。剩余的两个决策变量为矢量喷管纵向偏角 $\delta_{LN}$ 和升力风扇推力矢量偏角 $\delta_{LF}$ 。

对地面滑跑过程进行分析, 限制推力尽可能向前加速的关键在于飞机俯仰通道的稳定, 尤其是需要避免飞机出现过早的抬头趋势。升力风扇产生的推力会产生抬头力矩, 因此不难想到, 将升力风扇的推力矢量向后偏至最大位置对短距起飞是有利的, 一方面减小不利的抬头力矩, 另一方面增大前向加速度。

将升力风扇推力矢量偏角固定为 $\delta_{LF} = 42^\circ$ , 分析滑跑过程中为避免不利的俯仰变化需要的约束。

(1) 约束一: 开始滑跑时前轮未离地,  $N_f|_{u=0} \leq 0$ ;

(2) 约束二: 到达离地速度之前前轮未离地,

$$N_f|_{u=u_f} \leq 0;$$

(3) 约束三: 到达离地速度之前后轮未离地,

$$N_b|_{u=u_f} \leq 0.$$

以上三个约束分别可以求出 $\delta_{LN}$ 的三个下界 $\delta_1$ 、 $\delta_2$ 和 $\delta_3$ , 则 $\delta_{LN}$ 的最优值为 $\max\{\delta_1, \delta_2, \delta_3\}$ 。积分系统动力学方程 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ 得到到达指定离地速度 $u_f$ 时的滑跑距离。

## 4 动态优化短距起飞策略的求解

本节将最优短距起飞问题构造为非线性规划问题, 再将其转化为无约束动态优化问题进行求解, 最终得到动态优化短距起飞策略。

#### 4.1 优化问题构造

根据第3节定义的起飞过程, 给出如下目标函数:

$$J = w_1 \cdot (u(t_f) - u_f)^2 + w_2 \cdot x_E(t_f), \quad (42)$$

式中,  $w_1$ 和 $w_2$ 是目标函数的权重系数(初始设置为 $w_1 = 1$ ,  $w_2 = 10$ ,  $w_2$ 设置较大是希望获得尽可能短的起飞距离,  $w_1$ 保证飞机末速度接近期望的最小离地速度, 该误差不要求很高的精度);  $t_f$ 是末态时间. 第一项代表实际末速度 $u(t_f)$ 与期望末速度 $u_f$ 之差; 第二项代表起飞距离.

为保证所求策略的合理性, 需要引入必要的约束. 第一类为作动器的范围约束, 包括:

- (1) 升降舵偏角约束:  $\delta_e \in [-30^\circ, 30^\circ]$ ;
- (2) 推力分配比约束:  $\tau_{TS} \in [0, 1.2]$ ;
- (3) 矢量喷管纵向偏角约束:  $\delta_{LN} \in [0^\circ, 90^\circ]$ ;
- (4) 升力风扇推力矢量偏角约束:  $\delta_{LF} \in [0^\circ, 42^\circ]$ .

第二类为系统状态和性能约束, 包括:

- (5) 俯仰角约束:  $\theta = 0 \text{ rad}$ ;
- (6) 高度约束:  $z_E = -2.5 \text{ m}$ (初始重心高度);
- (7) 支持力约束:  $N_b \leq N_f \leq 0 \text{ N}$ ;
- (8) 升降舵偏角速率约束:  $\dot{\delta}_e \in [-150^\circ/\text{s}, 150^\circ/\text{s}]$ ;
- (9) 矢量喷管纵向偏角速率约束:  
 $\dot{\delta}_{LN} \in [-38^\circ/\text{s}, 38^\circ/\text{s}]$ ;
- (10) 升力风扇推力矢量偏角速率约束:  
 $\dot{\delta}_{LF} \in [-38^\circ/\text{s}, 38^\circ/\text{s}]$ ;
- (11) 推力分配比变化速率约束:  
 $\dot{\tau}_{TS} \in [-0.15 \text{ s}^{-1}, 0.15 \text{ s}^{-1}]$ .

上述两类约束中, 第一类约束可以直接体现在待优化变量上, 而第二类约束则需要经过系统动力学的计算后体现, 处理相对复杂.

总结来说, 最优短距起飞策略优化问题可以表示为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{u}(t)} J(\mathbf{x}) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \\ \mathbf{u}^{\text{LB}} \leq \mathbf{u}(t) \leq \mathbf{u}^{\text{UB}}, \\ g(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (43)$$

式中,  $\mathbf{u}^{\text{LB}} \leq \mathbf{u}(t) \leq \mathbf{u}^{\text{UB}}$ 代表第一类约束;  $g(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq 0$ 代表

第二类约束. 可以看出, 该问题属于末态时间自由的带约束动态优化问题.

#### 4.2 优化问题求解

##### 4.2.1 问题转化

若将优化问题(43)中的约束直接代入数值算法中, 可能会导致求解空间非凸、不连续等情况, 不利于求解, 同时自由的末态时间也需要处理. 因此, 优化问题(43)需要被转化为末态时间固定的无约束动态优化问题进行求解.

首先处理自由的末态时间, 定义

$$\tau = \frac{t}{t_f} \in [0, 1]. \quad (44)$$

对时间变量做等价的替换, 则系统动力学方程可写为

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = t_f \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}). \quad (45)$$

这样可以将末态时间变为一个新的待优化变量, 而整个过程的时间被归一化. 对于 $t_f$ , 给出其范围为 $[t^{\text{LB}}, t^{\text{UB}}] = [0, 16 \text{ s}]$ .

其次, 对于第一类约束, 本节引入Sigmoid函数将有界变量映射到全实数域:

$$u_* = u_*^{\text{LB}} + \frac{u_*^{\text{UB}} - u_*^{\text{LB}}}{1 + e^{-\hat{u}_*}}, \quad (46)$$

式中,  $u_*$ 代表原控制量;  $\hat{u}_*$ 代表变换后的对应控制量;  $u_*^{\text{UB}}$ 和 $u_*^{\text{LB}}$ 分别代表原控制量的上下界. 对于末态时间, 可以采用相同的方法进行变换:

$$t_f = t^{\text{LB}} + \frac{t^{\text{UB}} - t^{\text{LB}}}{1 + e^{-\hat{t}_f}}, \quad (47)$$

式中,  $\hat{t}_f$ 代表变换后的末态时间. 显然, 对于任意的 $\hat{u}_*$ 和 $\hat{t}_f$ , 作动器和末态时间的范围约束自然满足.

最后, 对于第二类约束, 利用平方和形式将约束主体映射为函数 $g(t)$ , 并引入惩罚函数<sup>[31]</sup>消除不等式约束 $g(t) \leq 0$ :

$$p(t) = \begin{cases} -\frac{1}{g(t)}, & g(t) \leq -\sigma, \\ \frac{1}{\sigma} \left[ 3 + \frac{3}{\sigma} g(t) + \left( \frac{g(t)}{\sigma} \right)^2 \right], & g(t) > -\sigma, \end{cases} \quad (48)$$

式中,  $\sigma$  决定了该惩罚函数的分段区间. 当  $g(t) > -\sigma$  时, 惩罚函数从反比例函数转为二次函数, 使得惩罚函数在整个实数域有定义, 且具有良好的光滑性.

结合式(44)~(48), 原目标函数(42)可写为带惩罚项的新目标函数:

$$\begin{aligned} \hat{J} = & w_1 \cdot (u(1) - u_f)^2 + w_2 \cdot x_E(1) \\ & + R_k \cdot t_f \cdot \int_0^1 \sum_i k_i \cdot p_i(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (49)$$

式中,  $p_i(\tau)$  代表第二类不等式约束对应的惩罚项;  $R_k$  代表惩罚系数, 当  $R_k = 0$  时, 新目标函数(49)等价于原目标函数(42);  $k_i$  代表各惩罚项的权重系数.

综上, 原优化问题(43)转化为新的末态时间固定的无约束动态优化问题, 表示为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}(\tau), t_f} & \hat{J}(\mathbf{x}) \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(\tau) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \\ \mathbf{x}(\tau_0) = \mathbf{x}_0 \end{cases} \end{aligned} \quad (50)$$

#### 4.2.2 梯度计算

由于目标函数(49)及动力学模型(23)~(32)均很复杂, 在使用数值算法对问题(50)进行求解时, 如果不给出梯度计算的结果, 算法很难找到合适的优化方向, 会导致优化缓慢, 结果不理想.

对目标函数(49)进行拆分, 得到

$$\hat{J}_1 = w_1 \cdot (u(1) - u_f)^2, \quad (51)$$

$$\hat{J}_2 = w_2 \cdot x_E(1), \quad (52)$$

$$\hat{J}_3 = R_k \cdot t_f \cdot \int_0^1 \sum_i k_i \cdot p_i(\tau) d\tau. \quad (53)$$

对于每一项目标函数, 分别求其对末态时间和控制量的偏导数, 如下:

$$\frac{\partial \hat{J}_1}{\partial t_f} = 2w_1 \cdot (u(1) - u_f) \cdot \dot{u}(1), \quad (54)$$

$$\frac{\partial \hat{J}_2}{\partial t_f} = w_2 \cdot \dot{x}_E(1), \quad (55)$$

$$\frac{\partial \hat{J}_3}{\partial t_f} = R_k \cdot \sum_i k_i \cdot p_i(1), \quad (56)$$

$$\frac{\partial \hat{J}_1}{\partial \hat{\mathbf{u}}(\tau_j)} = 2w_1 \cdot (u(1) - u_f) \frac{\partial u(1)}{\partial \hat{\mathbf{u}}(\tau_j)}, \quad (57)$$

$$\frac{\partial \hat{J}_2}{\partial \hat{\mathbf{u}}(\tau_j)} = w_2 \frac{\partial x_E(1)}{\partial \hat{\mathbf{u}}(\tau_j)}, \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{J}_3}{\partial \hat{\mathbf{u}}(\tau_j)} &= R_k \cdot t_f \cdot \int_0^1 \sum_i k_i \frac{\partial p_i(\tau)}{\partial \hat{\mathbf{u}}(\tau_j)} d\tau \\ &= R_k \cdot t_f \cdot \int_0^1 \sum_i k_i \frac{dp_i(\tau)}{dg_i(\tau)} \frac{\partial g_i(\tau)}{\partial \hat{\mathbf{u}}(\tau_j)} d\tau, \end{aligned} \quad (59)$$

式中,  $\frac{dp_i(\tau)}{dg_i(\tau)}$  可根据式(48)求出:

$$\frac{dp}{dg} = \begin{cases} \frac{1}{g^2}, & g \leq -\sigma, \\ \frac{1}{\sigma} \left( \frac{3}{\sigma} + 2\frac{g}{\sigma} \right), & g > -\sigma. \end{cases} \quad (60)$$

对于  $\frac{\partial u(1)}{\partial \hat{\mathbf{u}}(\tau_j)}$ 、 $\frac{\partial x_E(1)}{\partial \hat{\mathbf{u}}(\tau_j)}$  和  $\frac{\partial g_i(\tau)}{\partial \hat{\mathbf{u}}(\tau_j)}$  这三个导数, 由于系统动力学模型过于复杂, 如果用链式法则求取解析解会使得计算量过大. 因此, 可以采用中心差分做近似, 以  $\frac{\partial u(1)}{\partial \hat{\mathbf{u}}(\tau_j)}$  为例:

$$\frac{\partial u(1)}{\partial \hat{\mathbf{u}}(\tau_j)} \approx \frac{u(1, \hat{\mathbf{u}}(\tau_j) + \varepsilon) - u(1, \hat{\mathbf{u}}(\tau_j) - \varepsilon)}{2\varepsilon}, \quad (61)$$

式中,  $\varepsilon$  是增量. 对于式(59)中出现的积分项, 难以求解解析解, 可以采用Runge-Kutta数值积分法进行计算. 对微分方程  $\dot{y} = f(t, y), y(t_0) = y_0$ , 四阶Runge-Kutta公式为

$$f_1 = f(t_i, y_i), \quad (62)$$

$$f_2 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}f_1\right), \quad (63)$$

$$f_3 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}f_2\right), \quad (64)$$

$$f_4 = f(t_i + h, y_i + hf_3), \quad (65)$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4), \quad (66)$$

式中,  $h$  为步长. 注意到式(59)中的积分项只与时间变量相关, 因此式(62)~(66)可以退化为辛普森公式:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6} \left[ f(t_i) + 4f\left(t_i + \frac{h}{2}\right) + f(t_i + h) \right]. \quad (67)$$

至此, 目标函数关于所有待优化变量的梯度已求出, 可以采用数值优化方法求解问题(50).

### 4.2.3 优化流程

本节采用拟牛顿法对该非线性规划问题进行求解. 由于目标函数(49)中涉及较多项, 尤其是对多个约束的惩罚函数, 难以直接得出一组权重系数和惩罚系数, 使得结果收敛, 因此需要对权重系数逐步调整. 将第3节得到的固定值起飞策略作为待优化变量的初值, 采用算法2进行数值优化, 在优化过程中, 每一个 $R_k$ 下, 通过不断调整权重系数直至所有约束满足或者结果收敛, 保留此轮结果和权重系数作为下一轮的初始设置, 继续优化直至 $R_k$ 足够小, 即得到最优的短距起飞策略.

综合第3和第4节的方法, 可以得到整个最优短距起飞策略的流程, 如图5所示.

## 5 仿真结果与分析

本节将展示最优短距起飞策略的相关变量曲线并进行一定的分析, 然后将本文方法与其他研究的方法进行对比, 最后对影响短距起飞的5个因素进行敏感性分析.

### 算法2 末态时间固定的无约束最优短距起飞策略优化算法

**步骤1** 将虚拟时间变量 $\tau \in [0, 1]$ 等分为 $N$ 份, 离散化待优化变量为 $4N + 1$ 个, 即1个末态时间参数和 $4N$ 个时序控制输入, 将一个末态时间自由的动态优化问题转化为非线性规划问题;

**步骤2** 设定初始惩罚系数和所有待优化变量的初值(可使用第2节的固定值策略结果);

**步骤3** 使用Runge-Kutta方法积分系统动力学方程 $\dot{\mathbf{x}}(\tau) = \mathbf{f}_f(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ , 得到所有离散时刻的飞机状态;

**步骤4** 计算目标函数 $J$ , 以及 $J$ 对所有待优化变量的梯度;

**步骤5** 采用拟牛顿法求解该非线性规划问题, 如果某一项约束未能满足, 则增大对应权重系数, 直至所有约束基本满足或结果收敛, 最终得到初始轮次的所有变量的最优结果;

**步骤6** 设置 $R_{k+1} = 0.1R_k$ , 每次将上一轮得到的优化变量的结果以及目标函数中的权重系数作为这一轮的初值;

**步骤7** 重复步骤3~6, 直至 $R_k$ 足够小, 目标函数中惩罚项退化, 最终得到的结果即最优短距起飞策略.

### 5.1 最优短距起飞策略结果

通过图5所示的求解流程, 可以得到不同飞机参数设置下的固定值和动态优化短距起飞策略. 设置飞机推重比为0.8349(即飞机重量为22000 kg, 推重比的计算如式(68)所示), 重心位置无偏移, 气动系数无偏差,

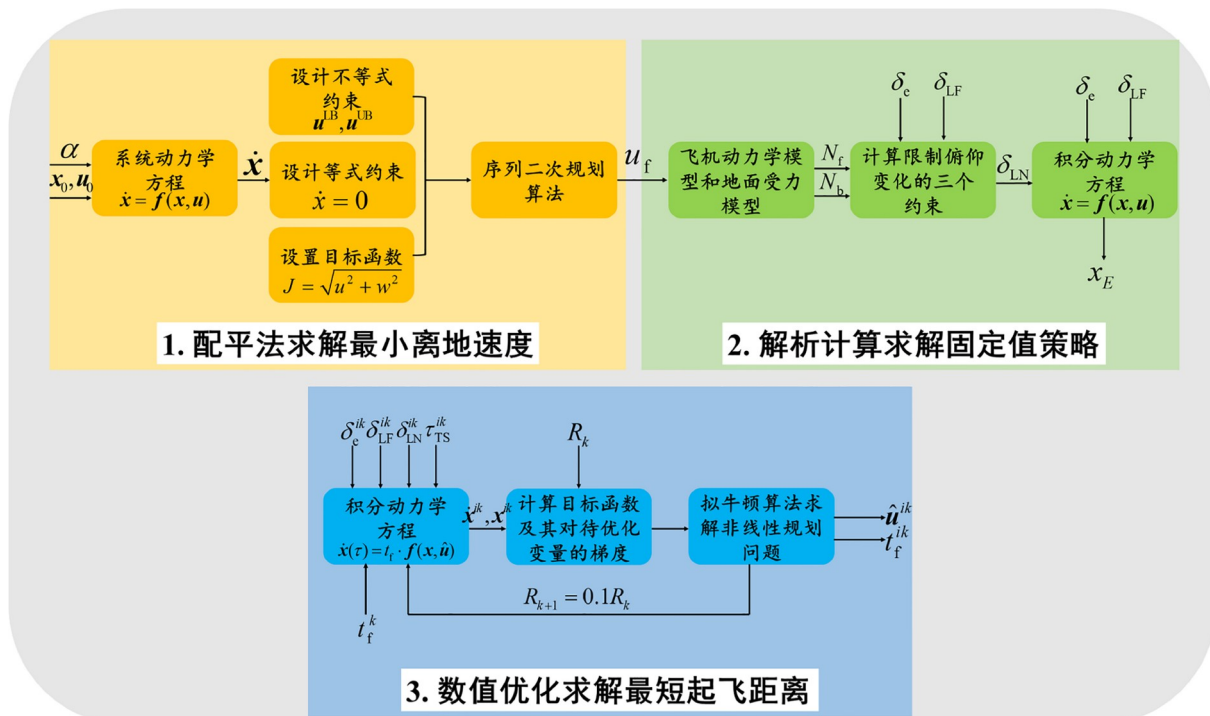


图5 (网络版彩图)最优短距起飞策略的求解流程

Figure 5 (Color online) Solution process for an optimal short take-off strategy.

以及推力分配比可调(固定值策略中固定为1.05), 为方便起见, 该设置称为标准设置. 在标准设置下, 固定值和动态优化策略如图6所示.

$$\text{推重比} = \frac{T + T_{\text{LRCS}} + T_{\text{RRCS}}}{m \cdot g} = \frac{18000 \text{ N}}{m \cdot g}. \quad (68)$$

可以看到,  $\delta_e$  在  $0^\circ$  附近做微小调整,  $\delta_{\text{LF}}$  基本保持在  $42^\circ$ , 这证明在固定值策略的推导中对  $\delta_e$  和  $\delta_{\text{LF}}$  的分析具有合理性. 值得注意的是  $\delta_{\text{LN}}$  和  $\tau_{\text{TS}}$ : 一般而言, 由于 V/STOL 飞机起飞之后会进行前过渡阶段的模式转换, 尾喷管会逐渐回到水平位置, 起飞过程中  $\delta_{\text{LN}}$  逐渐减小更符合前过渡要求. 然而  $\tau_{\text{TS}}$  逐渐增大, 导致抬头力矩增大, 而  $\delta_{\text{LN}}$  同步增大提供低头力矩进行平衡, 同时尾喷管的前向推力分量未被过度削弱, 最终提升前向加速度. 事实证明, 这样的变化趋势可以获得更短的起飞距离. 通过观察其他非标准设置下的策略, 发现上述变化趋势具有普遍性. 在图6显示的策略下, 飞机在起飞过程中的速度变化及北方向位移变化如图7所示.

显然, 动态优化策略下的加速度(图7(a)曲线斜率)大于固定值策略的加速度, 使得飞机在 5.899 s (相较固定值策略的 6.167 s) 内达到最小离地速度 31.88 m/s, 因

此起飞距离缩短至 95.61 m, 较固定值策略的 99.58 m 减少 3.99%. 结合图6和7可知, 动态优化策略通过  $\delta_{\text{LN}}$  和  $\tau_{\text{TS}}$  的动态协同, 提升了前向加速效率, 在相同速度目标下缩短了滑跑距离, 验证了策略的有效性. 但固定值策略的结果明显可以接受, 实际工程中完全可以采用更易实现的固定值策略.

此外, 基于第3.2节前后轮所受支持力表达式(40)和(41), 通过仿真实时计算  $N_f$  和  $N_b$ . 图7(c)和(d)展示了标准设置下固定值策略和动态优化策略的  $N_f$  和  $N_b$  随时间的变化曲线, 固定值策略下,  $N_f$  最小值(绝对值, 下同理)为  $-15937 \text{ N}$ ,  $N_b$  最小值为  $-51802 \text{ N}$ , 均小于 0, 无提前离地风险; 动态优化策略下,  $N_f$  最小值为  $-11843 \text{ N}$ ,  $N_b$  最小值为  $-58374 \text{ N}$ , 同样满足约束.

## 5.2 方法对比

在标准设置的基础上, 通过单独改变推重比、推力分配比和重心位置可以产生其他设置. 在这些设置下, 将本文方法得到的动态最优策略与其他类似研究<sup>[21,22]</sup>进行对比. 方法一<sup>[21]</sup>提前将升力矢量喷管(即升力风扇推力矢量)偏转至垂直位置, 并穷举计算不同的

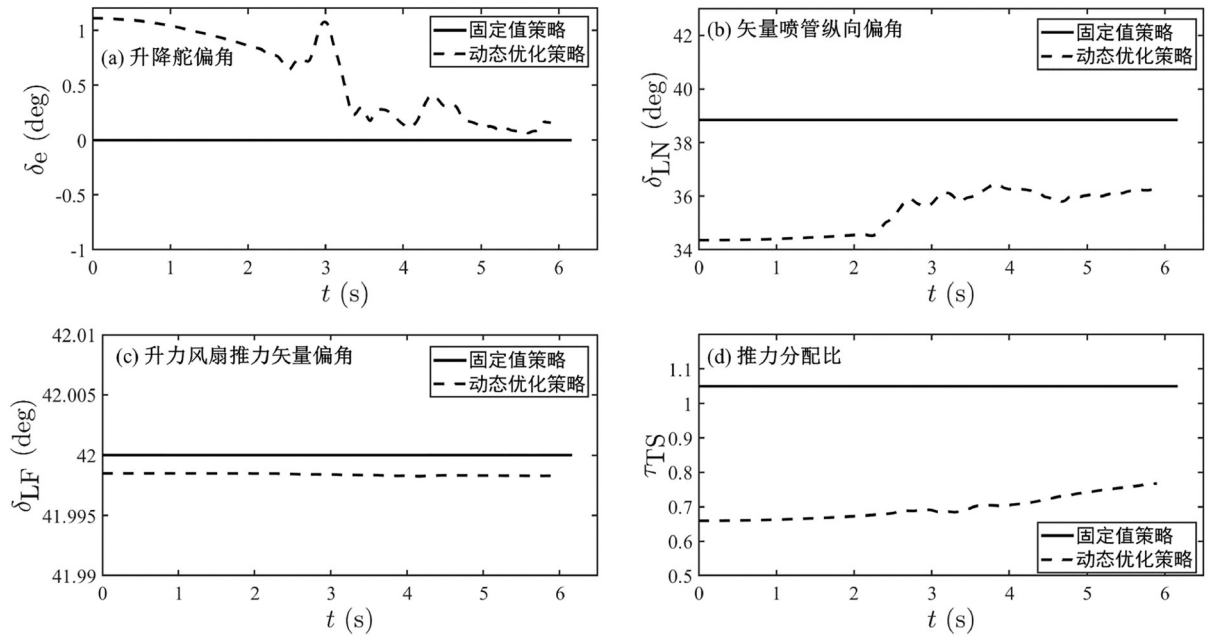


图6 标准设置下的固定值与动态优化短距起飞策略. (a) 升降舵偏角; (b) 矢量喷管纵向偏角; (c) 升力风扇推力矢量偏角; (d) 推力分配比

Figure 6 Fixed-value and dynamic optimization short take-off strategies under standard settings. (a) Elevator deflection angle; (b) thrust-vectoring nozzle longitudinal deflection angle; (c) liftfan thrust-vectoring deflection angle; (d) thrust split ratio.

固定尾喷管偏转角得到的结果; 方法二<sup>[22]</sup>直接穷举升力风扇推力矢量偏角和尾喷管纵向偏角的不同情况, 选取最优的结果作为预置多推力偏转常值方案. 表3展示了三种方法得到的短距起飞策略的对比结果. 选取推重比=0.8349、推力分配比=1.00和重心向前偏移0.5 m三种设置, 绘制三种方法得到的起飞距离对比曲线, 如图8所示.

从表3和图8可知: 相对于方法一和方法二, 本文方

法得到的动态最优短距起飞策略分别平均减少了15.49%和2.09%, 优异的表现主要来源于灵活可变的策略. 另外, 由于起飞阶段飞机的速度不够大, 没有足够的动压, 升降舵偏角的影响较小, 推力矢量起到了决定性的作用, 这也反映在图6中. 在不同推力分配比的设置中, 该参数被固定, 本文的动态优化策略在对应的设置中仅比方法二的策略多占据不到1%的优势, 这说明在推力矢量中推力大小的变化相较于推力角度的变

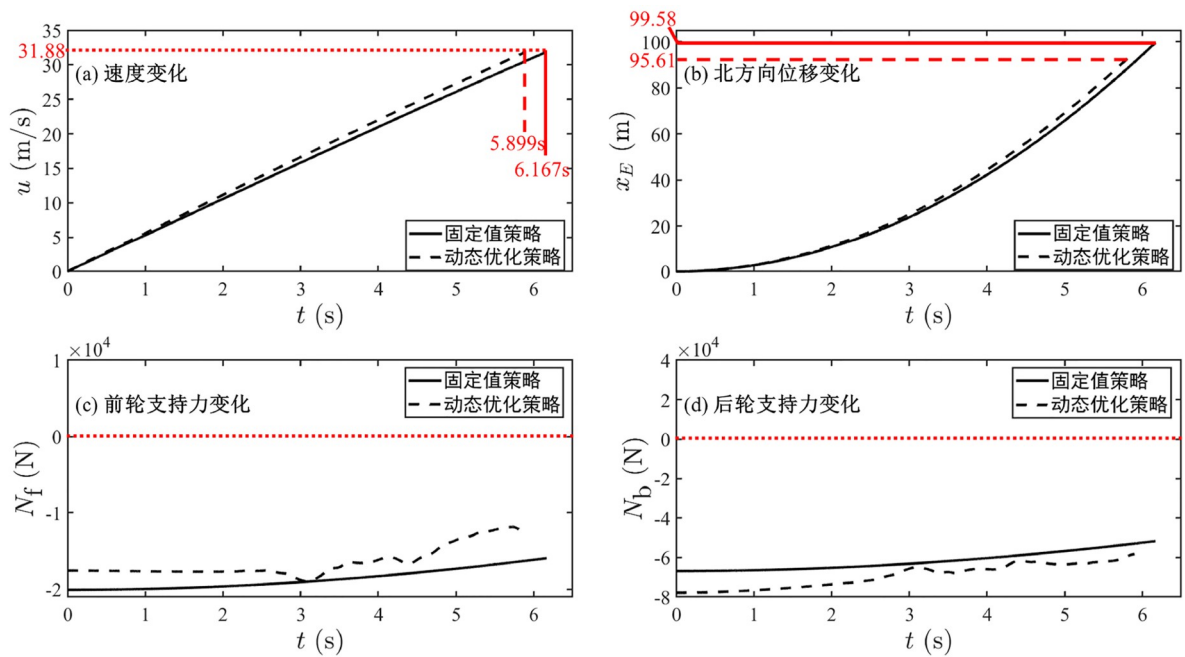


图 7 (网络版彩图)标准设置下的最优短距起飞过程. (a) 前向速度曲线; (b) 北方向位移曲线; (c) 前轮支持力曲线; (d) 后轮支持力曲线

Figure 7 (Color online) Optimal short take-off profile under standard settings. (a) Forward velocity curve; (b) northern displacement curve; (c) nose landing gear normal force curve; (d) rear landing gear normal force curve.

表 3 三种短距起飞策略的对比结果

Table 3 Comparison results of three short take-off strategies

| 参数设置        | 方法一 <sup>[21]</sup> |           | 方法二 <sup>[22]</sup> |           | 本方法       |           |
|-------------|---------------------|-----------|---------------------|-----------|-----------|-----------|
|             | $t_f$ (s)           | $x_E$ (m) | $t_f$ (s)           | $x_E$ (m) | $t_f$ (s) | $x_E$ (m) |
| 推重比=0.7064  | 13.90               | 309.6     | 10.86               | 261.8     | 10.51     | 254.7     |
| 推重比=0.8349  | 8.985               | 138.5     | 6.167               | 99.58     | 5.899     | 95.61     |
| 推力分配比=0.95  | 7.260               | 107.4     | 5.885               | 94.97     | 5.757     | 94.64     |
| 推力分配比=1.00  | 8.242               | 125.4     | 6.019               | 97.13     | 5.891     | 96.49     |
| 重心向前偏移0.5 m | 7.657               | 136.1     | 6.680               | 129.4     | 6.462     | 125.5     |
| 重心向前偏移1.0 m | 8.093               | 164.0     | 7.445               | 164.5     | 7.306     | 161.5     |

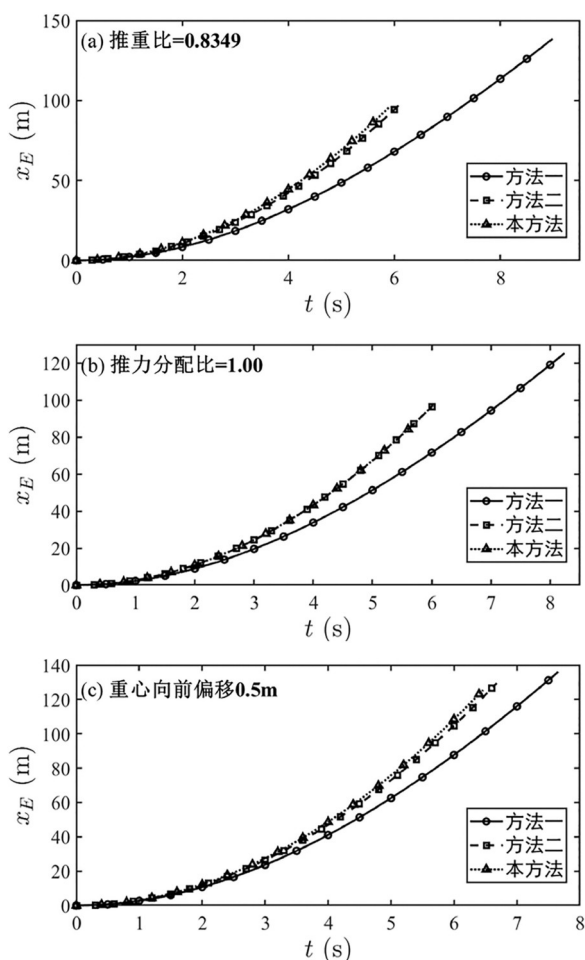


图8 三种方法得到的短距起飞距离的对比。(a) 推重比=0.8349设置下的起飞距离;(b) 推力分配比=1.00设置下的起飞距离;(c) 重心向前偏移0.5 m设置下的起飞距离

Figure 8 Comparison of short take-off distances obtained by three methods. (a) Take-off distance with a thrust-to-weight ratio of 0.8349; (b) take-off distance with a thrust split ratio of 1.00; (c) take-off distance with a center of gravity offset of 0.5 m forward.

化对缩短起飞距离更加有利。

### 5.3 敏感性分析

推重比、推力分配比、重心位置和气动系数也影响起飞距离。本节将在标准设置的基础上,分别调整5个因素,以进行它们对起飞距离影响的敏感性分析。

#### 5.3.1 推重比

保持标准设置中其余参数不变,将推重比从0.7064逐渐增加到1.2,本文的动态最优策略下的起飞距离如图9所示。

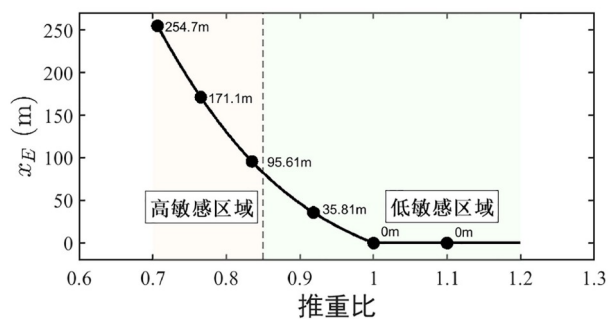


图9 (网络版彩图)推重比对最优短距起飞距离的影响

Figure 9 (Color online) The influence of thrust-to-weight ratio on the optimal short take-off distance.

图9的结果与一般认知一致,随着推重比的不断增加,起飞距离逐渐减小至0,即达到垂直起飞的要求。根据牛顿第二定律,随着推重比的增加,加速度逐渐增大,同时离地速度也减小,起飞距离自然缩短。由曲线斜率可以看出,在推重比较小时,起飞距离对推重比具有高敏感性,这一区域的推重比减小将导致较大的起飞距离增长,因此在实际飞行中应当注意起飞时飞机的配重。随着推重比增大到接近1附近,起飞距离对推重比的敏感性降低。

#### 5.3.2 推力分配比

保持标准设置中其余参数不变,将推力分配比从0.9逐渐增加到1.1,本文的动态最优策略下的起飞距离如图10所示。

可以看到,在1附近,随着推力分配比的增加,起飞距离逐渐变长。当推力分配逐渐倾向于升力风扇时,抬头力矩增加,为避免过早的抬轮动作,需要 $\delta_{LN}$ 逐渐增大以提供更大的低头力矩,进而导致尾喷管推力矢量的前向分量减小,前向加速度降低。在实际飞行中,起飞策略可以在不影响其他飞行性能的前提下,适当减小推力分配比,以缩短起飞距离。同时,较小的推力分配比也有利于前过渡阶段的模式转换,转换中升力风扇的推力逐渐消失,飞机转为常规固定翼模式。当推力分配比在1附近时,起飞距离与推力分配比的关系近似线性,敏感性无明显变化。

#### 5.3.3 重心位置

保持标准设置中其余参数不变,重心位置的前后移动距离记为 $\Delta x_m$ ,其中 $\Delta x_m$ 为正表示向机头方向移动。

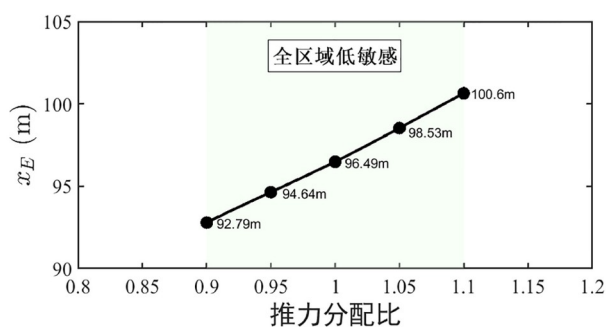


图 10 (网络版彩图)推力分配比对最优短距起飞距离的影响  
Figure 10 (Color online) The influence of thrust split ratio on the optimal short take-off distance.

将 $\Delta x_m$ 从 $-0.5$  m逐渐增加到 $0.5$  m, 本文的动态最优策略下的起飞距离如图11所示.

可以看到, 当重心向后偏移时, 起飞距离较短; 随着重心向前偏移, 起飞距离逐渐增加. 尽管重心向前偏移可以减小升力风扇的力臂, 使其推力产生的抬头力矩降低, 进而减小 $\delta_{LN}$ 以获得更大的加速度, 但是在重心前移的设置下, 飞机的最小离地速度显著增大, 这导致飞机需要加速更长的时间才能达到起飞要求. 以 $\Delta x_m = -0.5$  m和 $\Delta x_m = 0.5$  m为例, 根据算法1, 当 $\Delta x_m = -0.5$  m时, 最小离地速度为 $23.83$  m/s; 当 $\Delta x_m = 0.5$  m时, 最小离地速度增加到 $38.11$  m/s. 当重心后移时, 起飞距离对重心位置的敏感性较低, 并且有消失的趋势, 这意味着如果重心向后偏移过多, 可能反而导致起飞距离增加, 然而由于飞机结构的限制, 本研究最多只能将重心向后移动 $0.5$  m. 在 $0 \leq \Delta x_m \leq 1$  m区域内, 起飞距离对重心位置的敏感性较高; 在 $\Delta x_m = 1.5$  m附近, 敏感性有所减弱.

#### 5.3.4 升力系数

保持标准设置中其余参数不变, 将升力系数放大因子 $K_L$ (定义为升力 $L$ 的缩放比例)从 $0.8$ 逐渐增加到 $1.2$ , 本文的动态最优策略下的起飞距离如图12所示.

图12显示, 起飞距离随 $K_L$ 的增大呈现显著的单调递减趋势, 这是因为 $K_L$ 的增大使得飞机获得更低的起飞速度, 进而减少达到起飞速度的滑跑距离. 若将 $K_L$ 视为典型不确定性偏差源, 其对起飞距离的影响呈现非对称性: 负偏差( $K_L < 1.0$ , 气动升力低于设计预期)的风险高于正偏差( $K_L > 1.0$ , 气动升力高于设计预期).

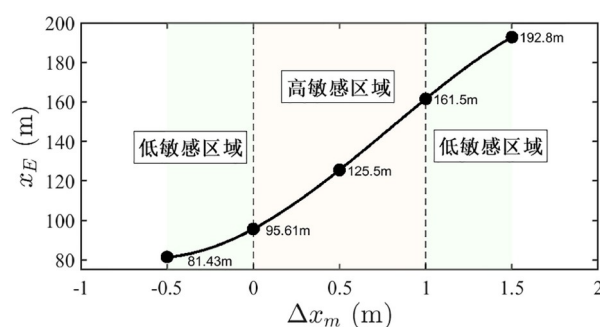


图 11 (网络版彩图)重心位置对最优短距起飞距离的影响  
Figure 11 (Color online) The influence of center of gravity position on the optimal short take-off distance.

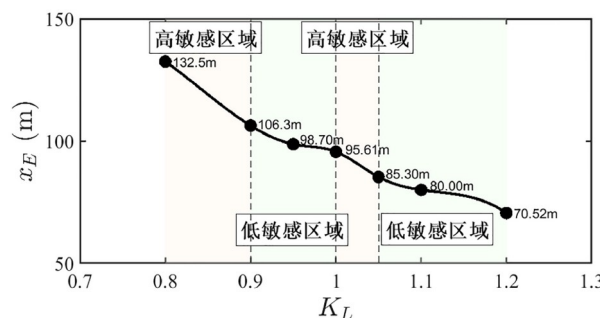


图 12 (网络版彩图)升力系数对最优短距起飞距离的影响  
Figure 12 (Color online) The influence of lift coefficient on the optimal short take-off distance.

负偏差时, 飞机需要更长的滑跑距离满足起飞要求, 且偏差越大, 滑跑距离的补偿增长越快; 正偏差时, 虽然可以缩短起飞距离, 但收益边际效应逐渐减弱, 且偏差过大容易加大俯仰力矩控制难度, 难以满足执行器约束.

#### 5.3.5 俯仰力矩系数

保持标准设置中其余参数不变, 将俯仰力矩系数放大因子 $K_M$ (定义为俯仰力矩 $M_{ay}$ 的缩放比例)从 $0.8$ 逐渐增加到 $1.2$ , 本文的动态最优策略下的起飞距离如图13所示.

图13显示, 起飞距离随 $K_M$ 的增大呈现单调递增趋势, 但相比 $K_L$ 对起飞距离的影响并不显著. 若将 $K_M$ 视为典型不确定性偏差源, 其对起飞距离的影响呈现“低偏差不敏感, 高偏差敏感”的分段特征, 且正负偏差的影响存在差异: 低偏差区间起飞距离波动小, 表明该区间内动态优化策略对 $K_M$ 的不确定性具有较好的抵消

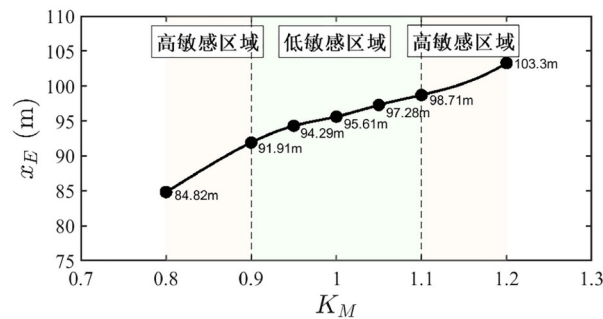


图 13 (网络版彩图)俯仰力矩系数对最优短距起飞距离的影响

Figure 13 (Color online) The influence of pitching moment coefficient on the optimal short take-off distance.

能力; 负高偏差时, 起飞距离较小, 但该区间俯仰姿态控制效率较低, 存在失稳的隐性风险; 正高偏差时, 起飞距离显著增加, 可能是因为俯仰力矩过大, 飞机需要牺牲前向加速效率以维持俯仰姿态稳定。

### 5.3.6 定量分析

为对比推重比、推力分配比、重心位置、升力系数和俯仰力矩系数这5个参数对起飞距离的影响, 定义归一化敏感性系数如下:

$$S = \frac{\Delta x_E / x_{E,\text{ref}}}{\Delta P / P_{\text{ref}}}, \quad (69)$$

式中,  $\Delta x_E$  表示起飞距离的变化量;  $x_{E,\text{ref}}$  表示标准设置下的最优短距起飞距离;  $\Delta P$  表示5个参数的变化量;  $P_{\text{ref}}$  表示标准设置下5个参数的值。在标准设置处计算5个参数的归一化敏感性系数, 如表4所示。

表4的结果表明, 在标准设置处, 起飞距离对推重比最为敏感, 对俯仰力矩系数最不敏感。通过敏感性分析得出以下重要结论: (1) 起飞距离对推重比最敏感, 推重比较小时敏感性最高, 优先保证推重比是缩短起飞距离的关键; (2) 推力分配比敏感性最低, 在1附近适当减小分配比可缩短起飞距离, 且有利于前过渡模式转换; (3) 重心后移可缩短起飞距离, 前移会因最小离地速度增大而增加距离,  $0 \leq \Delta x_m \leq 1$  m 区间敏感性较高, 需通过结构设计优化重心位置; (4) 升力系数与俯仰力矩系数的不确定偏差属于核心风险源, 但需关注升力系数大偏差时存在恶化, 工程上需严格控制升力系数的负偏差。

表 4 标准设置处的敏感性对比

Table 4 Sensitivity comparison at the standard settings

| 参数     | 归一化敏感性系数 | 敏感度排名 |
|--------|----------|-------|
| 推重比    | -7.88    | 1     |
| 推力分配比  | 0.45     | 4     |
| 重心位置   | 4.38     | 2     |
| 升力系数   | -1.42    | 3     |
| 俯仰力矩系数 | 0.30     | 5     |

## 6 结论与讨论

本文重点研究了垂直/短距起降飞机的短距起飞策略, 具体飞机类型是参考F35B构型的多推力矢量垂直/短距起降飞机。为精确描述起飞过程, 研究建立了飞机的纵向动力学模型和地面受力模型, 其中重点建立了执行机构的动态模型, 以增广飞机的运动方程, 并将其加入到起飞策略优化的约束中进行考虑。研究明确定义了起飞距离概念, 可以增强抬轮的安全性。为求解最优短距起飞策略, 首先使用带约束配平算法求解最小离地速度, 满足飞机执行器动态、俯仰力矩等限制, 以飞机是否到达该速度作为起飞判断依据; 然后通过理论计算得到固定值起飞策略, 与其他相关研究不同, 在常值解的求解上并没有采用暴力穷举的方式, 而是进行了基于目标和约束的合理分析。最后将非线性规划问题转化为末态时间固定的无约束动态优化问题, 采用数值方法求解动态优化起飞策略, 结果优于其他相关研究的方法。数值结果表明: 动态优化起飞策略可以显著缩短起飞距离, 但固定值起飞策略的结果明显可以接受, 实际工程中完全可以采用更易实现的固定值策略。动态优化得到的策略存在普遍的变化趋势: 推力分配比逐渐增加, 矢量喷管纵向偏角逐渐增加, 升力风扇推力矢量偏角保持在 $42^\circ$ , 升降舵偏角在 $0^\circ$ 附近微小调整。另外, 研究对推重比、推力分配比、重心位置、升力系数和俯仰力矩系数这5个因素进行了敏感性分析。在数据范围内, 短距起飞距离随着推重比的增加而单调减小, 随着推力分配比的增加和重心位置前移而单调增加。在标准设置处, 起飞距离对推重比最为敏感, 对俯仰力矩系数最不敏感。基于上述结果给出实际工程指导: 在短距起飞的设计中, 应该优先保证足够大的推重比; 起飞策略可以在不影

响其他飞行性能的前提下, 适当减小推力分配比, 以缩短起飞距离; 在设计中可以尽量后置重心, 同时注意寻找可能存在的极小值点, 以指导实际制造和装配形成最优重心位置; 升力系数与俯仰力矩系数的不确定偏差属于核心风险源, 但工程上需控制升力系数无过

大的负偏差。

未来将继续进行推力矢量垂直/短距飞机的相关研究, 对更复杂的过渡过程进行轨迹优化求解, 在轨迹优化过程中考虑外部干扰和建模不确定性, 并尝试使用更新颖的强化学习等智能算法解决这些问题。

## 参考文献

- Gao Y, Zhang Y, Liu J, et al. Review on the development of conceptual schemes for vertical and/or short take-off and landing aircraft (in Chinese). *Natl Def Tech*, 2025, 46: 89–97 [高阳, 张毅, 刘嘉, 等. 垂直/短距起降飞机概念方案发展综述. *国防科技*, 2025, 46: 89–97]
- Yang Y J. Research on transition trajectory optimization and robust control of tail-sitter UAVs (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Beijing: Tsinghua University, 2021 [杨贇杰. 尾坐式无人机过渡过程轨迹优化和鲁棒控制. 博士学位论文. 北京: 清华大学, 2021]
- Cheng Z, Zhu J, Yuan X, et al. Design of optimal trajectory transition controller for thrust-vector V/STOL aircraft. *Sci China Inf Sci*, 2021, 64: 139201
- Ducard G J J, Allenspach M. Review of designs and flight control techniques of hybrid and convertible VTOL UAVs. *Aerosp Sci Tech*, 2021, 118: 107035
- Huang S, Xu J, Yu K, et al. Design and experimental study of a bypass dual throat nozzle with the ability of short/vertical takeoff and landing. *Aerosp Sci Tech*, 2022, 121: 107301
- Liu Z D, Wang X Y, Yang Y J, et al. Research on high-precision thrust control methods for vertical short takeoff and landing aircraft. In: *Proceedings of the 2024 China Automation Congress*. Qingdao, 2024. 6950–6955
- Zhu Q, Lyu Y, Huang S, et al. Thrust vector V/STOL aircraft control based on angular acceleration estimation. *Aerosp Sci Tech*, 2024, 149: 109132
- Yang X, Dong X, Liu X, et al. Construction and stability analysis of STOVL engine performance model. *IET Conf Proc*, 2024, 2024: 1–6
- Konstam A. *British Aircraft Carriers 1945–2010*. London: Bloomsbury Publishing, 2023
- Kokhany A F, Chesnov Y N, Nkurikinka D M. Samolety vertikal'nogo vzlyota i posadki. Istoriya sozdaniya i perspektivy razvitiya (in Russian). In: *Proceedings of the Nauchnyye Chteniya Imeni Professora NE Zhukovskogo*. 2023. 362–369
- Keijsper G. *F-35 in Service: With Air Forces around the World*. South Yorkshire: Pen and Sword, 2024
- Gertler J. *F-35 Joint Strike Fighter (JSF) Program*. Technical Report. Congressional Research Service, RL30563. 2020
- Johnson E R, Williams T. *American Military Helicopters and Vertical/Short Landing and Takeoff Aircraft Since 1941*. Jefferson: McFarland, 2021
- Courtin C B. *Performance, Stability and Control of Electric Short Takeoff and Landing Aircraft*. Dissertation for Doctoral Degree. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2024
- Courtin C, Mahseredjian A, Dewald A J, et al. A performance comparison of eSTOL and eVTOL aircraft. In: *Proceedings of the AIAA Aviation 2021 Forum*. Online, 2021. 3220
- Wu D W, Li H B, Li S, et al. Short takeoff performance optimization based on simulation model (in Chinese). *J Beijing Univ Aeronaut Astronaut*, 2014, 40: 756–761 [吴大卫, 李寒冰, 李书, 等. 基于仿真模型的短距起飞性能优化. *北京航空航天大学学报*, 2014, 40: 756–761]
- Lu Z, Hong H, Holzapfel F. Multi-phase vertical take-off and landing trajectory optimization with feasible initial guesses. *Aerospace*, 2023, 11: 39
- Gao J, Zhang Q, Chen J, et al. Take-off trajectory optimization of tilt-rotor aircraft based on direct allocation method. *IOP Conf Ser-Mater Sci Eng*, 2020, 768: 042004
- Finger D F, Götten F, Braun C, et al. Mass, primary energy, and cost: The impact of optimization objectives on the initial sizing of hybrid-electric general aviation aircraft. *CEAS Aeronaut J*, 2020, 11: 713–730
- Vinayagam A K, Sinha N K. Optimal aircraft take-off with thrust vectoring. *Aeronaut J*, 2013, 117: 1119–1138
- Chen K, Fu J, Zhu J. A research on the short-takeoff performance and flight control of STOVL aircraft. In: *Proceedings of the 2018 IEEE CSAA Guidance, Navigation and Control Conference*. Xiamen, 2018. 1–6

- 22 Wu W H, Gao Y, Wang Z J, et al. Optimization of short take-off performance for carrier-based V/STOL aircraft via LADRC method (in Chinese). *Acta Aeronaut Astronaut Sin*, 2019, 40: 122772 [吴文海, 高阳, 王子健, 等. 基于LADRC的舰载V/STOL飞机短距起飞性能优化. *航空学报*, 2019, 40: 122772]
- 23 Mason J R. F-35 S/VTOL aircraft performance model validation of short take-off flight test data. In: *Proceedings of the 2013 International Powered Lift Conference*. Reston, 2013. 1–15
- 24 Walker G, Allen D. X-35B STOVL flight control law design and flying qualities. In: *Proceedings of the 2002 Biennial International Powered Lift Conference and Exhibit*. Hartford, 2002. 6018
- 25 Bordignon K, Bessolo J. Control allocation for the X-35B. In: *Proceedings of the 2002 Biennial International Powered Lift Conference and Exhibit*. Hartford, 2002. 6020
- 26 Wu S T, Fei Y H. *Flight Control System* (in Chinese). Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2024. 10 [吴森堂, 费玉华. *飞行控制系统*. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2024. 10]
- 27 Vandrangi S K. Aerodynamic characteristics of NACA 0012 airfoil by CFD analysis. *J Airline Oper Aviat Manag*, 2022, 1: 1–8
- 28 Hente C, Roccia B A, Rolfes R, et al. Analytical linearization of aerodynamic loads in unsteady vortex-lattice method for nonlinear aeroelastic applications. *AIAA J*, 2024, 62: 3857–3880
- 29 Fuller J W. Constrained dynamic inversion control and its application to turbomachinery. In: *Proceedings of the Power Systems Conference*. Seattle, 2010. 1737
- 30 Feng X L. Technology verification and test & evaluation of F-35 “Lightning II” fighter: Main challenges and solutions (in Chinese). Xi’an: Northwestern Polytechnical University Press, 2020. 8 [冯晓林. F-35“闪电II”战斗机技术验证与试验鉴定: 主要挑战和解决方案. 西安: 西北工业大学出版社, 2020. 8]
- 31 Agrawal S K, Fabien B C. *Optimization of Dynamic Systems*. Berlin: Springer Science & Business Media, 2013

# Optimization of take-off strategy for vertical/short take-off and landing aircraft

YANG MingYuan<sup>1</sup>, ZHU JiHong<sup>2</sup>, YANG YunJie<sup>2</sup>, DU ZhiHui<sup>2</sup>, WANG XiangYang<sup>1</sup> & LIU LuJin<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Institute for Aero Engine, Tsinghua University, Beijing 100084, China

<sup>2</sup> Department of Precision Instrument, Tsinghua University, Beijing 100084, China

<sup>3</sup> Tianjin Research Institute for Advanced Equipment, Tsinghua University, Tianjin 300300, China

Vertical/short take-off and landing (V/STOL) aircraft possess the capability to take off from confined areas and deploy rapidly, demonstrating broad application prospects. However, research on optimal short take-off strategies for such aircraft remains limited. Existing studies fail to comprehensively account for the constraints of short take-off strategies, exhibit insufficient strategic advantages, and lack quantitative analysis of influencing factors. To address this, this paper designs a comprehensive optimization method for solving the optimal short take-off strategy. First, a longitudinal aircraft dynamics model and a ground force model are established, accounting for actuator dynamics. Then, based on the minimum lift-off speed obtained via a trim algorithm, a fixed-value take-off strategy is derived through theoretical calculation to serve as the initial value for dynamic optimization. The optimal short take-off problem is transformed into a nonlinear programming problem, incorporating both actuator constraints and system state/performance constraints. A numerical optimization approach is employed to solve the dynamic optimization take-off strategy. Finally, a sensitivity analysis is conducted on factors affecting take-off distance—thrust-to-weight ratio, thrust split ratio, center of gravity position, and aerodynamic coefficient, revealing that take-off distance is most sensitive to the thrust-to-weight ratio. Simulation results demonstrate that the short take-off strategy generated by the proposed method effectively reduces take-off distance and enhances the rapid deployment capability of this class of aircraft.

**V/STOL aircraft, short takeoff, nonlinear model, actuator dynamics, trajectory optimization, sensitivity analysis**

doi: [10.1360/SST-2025-0361](https://doi.org/10.1360/SST-2025-0361)