



具有串联弹性驱动关节的绳驱动7-DOF拟人臂设计与分析研究

徐坤¹, 汤建胤¹, 王耀兵², 赵志军², 张涛¹, 肖航^{1*}, 丁希仑¹

1. 北京航空航天大学机械工程及自动化学院, 北京 100191

2. 中国空间技术研究院北京空间飞行器总体设计部, 北京 100094

* E-mail: xiaohang@buaa.edu.cn

收稿日期: 2025-09-14; 接受日期: 2026-06-10; 网络版发表日期: 2026-06-18

国家自然科学基金项目(批准号: U22B2080, 52105004, T2121003)和中央高校基本科研业务费(编号: JKF-2025039981150)资助项目

摘要 绳驱动机械臂具有重量轻、有效载荷重量比高、速度快等优点. 本文提出了一种新型的7-DOF绳驱动拟人机械臂, 该机械臂具有模块化串联弹性驱动关节, 兼顾了关节灵活性、高动态性和高输出扭矩. 对3-DOF肩关节的模块化串联弹性驱动器(series-elastic-actuator, SEA)关节进行了设计和分析, 基于反平行四边形机构设计了绳驱动1-DOF肘关节和3-DOF腕关节, 满足了关节轻量化的要求. 建立了机械臂的正运动学模型, 提出了机械臂逆运动学求解方法, 并在指数映射空间上进行了机械臂运动规划. 研制了机械臂原理样机并进行了功能和性能测试试验. 所设计的拟人机械臂重4.86 kg、长0.77 m, 接近人体上肢参数. 关节运动试验结果表明所设计的机械臂具有较好的运动性能, 验证了关节设计的有效性. 采用提出的运动规划算法实现了直线和圆弧轨迹的运动. 机械臂末端的最大负载能力为2.0 kg. 所设计的拟人机械臂包含SEA肩关节、绳驱动肘关节和腕关节, 具有高柔顺性、大输出力矩、轻质量、易安装和维修等优点, 应用前景广阔.

关键词 机械臂, 绳驱动, 模块化关节, 反平行四边形机构, 运动学分析

1 引言

传统机械臂关节大多数为刚性的, 由电机、液压缸和气动缸等提供动力. 驱动部件通常位于关节处, 这使得机械臂惯性较大, 限制了其高速运动和快速响应能力^[1,2]. 受人体上肢结构启发, 绳驱动机械臂具有工作空间大、重量轻、有效载荷重量比高、速度快等优点^[3,4]. 其在维修、操作和检查等各种任务中具有广

阔的应用前景^[5,6].

国内外学者围绕绳驱动机械臂已开展了深入的研究. 模仿人体肌肉布局及驱动模式, Yang等人提出了7-DOF灵巧机械臂的拟人化设计^[7]. Pang等人设计了一种包含新型绳索张紧机构的7-DOF绳驱动机械臂^[8]. Lens等人将肌腱驱动和柔性相结合提出了系列轻量化的肌腱驱动机械臂, 显著减轻了质量并提高了被动柔顺性^[9]. Tsumaki等人设计了一种7-DOF轻质绳驱动机

引用格式: 徐坤, 汤建胤, 王耀兵, 等. 具有串联弹性驱动关节的绳驱动7-DOF拟人臂设计与分析研究. 中国科学: 技术科学, 2026, 56: 1544–1560
Xu K, Tang J Y, Wang Y B, et al. A novel 7-DOF cable-driven robotic arm with modular series-elastic-actuator joint (in Chinese). Sci Sin Tech, 2026, 56: 1544–1560, doi: 10.1360/SST-2025-0265

械臂, 其具有较大的腕关节运动范围^[10]. Xiao等人针对7-DOF绳驱动机械臂开展了驱动降维研究, 减少了驱动数量^[11]. Kim等人设计了由6根绳索驱动的7-DOF机械臂, 其具有惯量低、运动速度快等优点^[12,13]. Chen等人提出了一种用于肩关节的绳驱动3-R(SS)-RTR并联机构, 其可以实现球铰关节的等效运动^[14]. Wang等人将球面纯滚动机构应用到了机械臂的肩关节^[15]. Wu等人提出了一类具有等直径球形纯转动特征的2-DOF旋转并联机器人^[16].

串联弹性驱动器(series-elastic-actuator, SEA)具有抗冲击载荷、可被动机械式储能以及高输出力矩等优点, 在机器人中应用广泛^[17,18]. Veneman等人提出了一种基于博登线的串联弹性驱动系统, 用于外骨骼康复机器人^[19]. Wyeth设计的新型串联弹性驱动器, 安全性能明显优于传统的高阻抗驱动器^[20]. Carpino等人提出了一种新型的扭转弹簧, 结构紧凑, 可用作串联弹性驱动器模块化柔性系统的基本部件^[21]. Qian等人为助力外骨骼机器人设计了一种具有非线性刚度特征的可重构旋转串联弹性驱动器^[22]. Dong等人将五杆机构与传统的串联弹性驱动器相结合, 设计了一种新型的串联弹性驱动器, 用于全动力驱动的踝足假肢^[23]. de Gea Fernández等人设计了系列弹性驱动器, 以满足用户对工业协作机器人不同构型和负载的需求^[24]. 将串联弹性驱动器用于机械臂的关节有助于机械臂性能的提升.

正运动学分析可以获得从机械臂关节空间到末端位置和姿态空间的映射. Denavit-Hartenberg(D-H)方法^[25]和指数积(product of exponentials, POE)方法^[26]通常用于求解正运动学问题. D-H法通过齐次变换矩阵的连乘直接描述关节运动, 每个关节需建立独立坐标系^[27]. POE方法将运动学关系表示为矩阵指数的乘积, 无需中间坐标系^[28]. D-H表示方法需要的参数比POE表示方法少, 但可能会产生病态矩阵, 导致控制精度难以保证. POE方法对旋转及移动副可进行统一表达, 且仅需定义两个参考坐标系, 更适于通用化、标准化的描述^[29].

在机械臂完成给定任务时, 末端执行器的位置和姿态根据给定任务确定, 需要通过逆运动学求解机械臂各关节角度, 用于机械臂控制. 只有当机械臂处于一些特殊构型时才能求得逆运动学的解析解, 对于一般的机械臂来说, 主要采用数值方法进行逆运动学的

求解. Newton-Raphson(NR)是常用的数值求解方法, 但该方法很大程度上依赖于初始值的设定, 且不能保证全局收敛^[30]. Whitney使用Moore Penrose的广义逆矩阵来解决这个问题, 不受原始雅可比矩阵秩的约束^[31]. Wampler将逆运动学问题表述为最小阻尼二乘(damped least square, DLS)问题^[32]. Sugihara提出了一种基于最小阻尼二乘法的逆运动学数值求解方法, 显著提高了数值求解的稳定性和收敛性^[33].

本文的主要贡献如下: 提出了一种具有模块化串联弹性驱动关节的7-DOF绳驱动机械臂. 对机械臂的驱动模式进行了综合, 获得了最优的机械臂构型. 完成了用于肩关节的模块化SEA关节参数设计和优化, 基于反平行四边形机构设计了绳驱动的肘关节和腕关节. 开展了基于指数映射的机械臂运动规划, 与其他方法相比可以避免奇异性. 研制了原理样机并进行了测试试验, 验证了设计和分析的可行性.

本文剩余部分内容如下: 第2节比较了机械臂不同驱动模式的优劣. 第3节介绍了SEA关节模组的设计和分析. 第4节开展了肘关节和腕关节的设计. 第5节对机械臂进行了正逆运动学分析, 并开展了运动规划研究. 第6节介绍了原理样机的研制和测试试验. 第7节对本文进行了总结.

2 机械臂驱动模式综合设计

人体上肢构型可被等效为球铰-转动副-球铰(spherical hinge-revolute pair-spherical hinge, SRS)串联运动链. 如图1(a)所示, 提出了针对SRS机械臂的四种驱动模式. 在驱动模式I中, 电机和减速器直接放置在关节处. 二者质量较大, 导致机械臂运动时具有较高的惯量, 对机械臂高速运动和快速响应能力具有不利影响.

在驱动模式II中, 所有关节均通过绳索驱动, 电机和绕线筒安装在底座上, 可以显著减轻机械臂的质量, 进而使得机械臂能够实现高动态的运动. 肘关节和腕关节的驱动绳索需要穿过3-DOF的肩关节, 最终连接到底座的绕线筒上, 将使得肩关节的结构变得较为复杂. 在驱动模式III中, 肘关节和腕关节的电机和绕线筒安装在大臂处, 肩关节的绳索驱动电机安装在相应关节旁, 这种布置方式使得机械臂具有较低的惯量.

在驱动模式IV中, 肩关节不再采用绳索驱动, 肩关

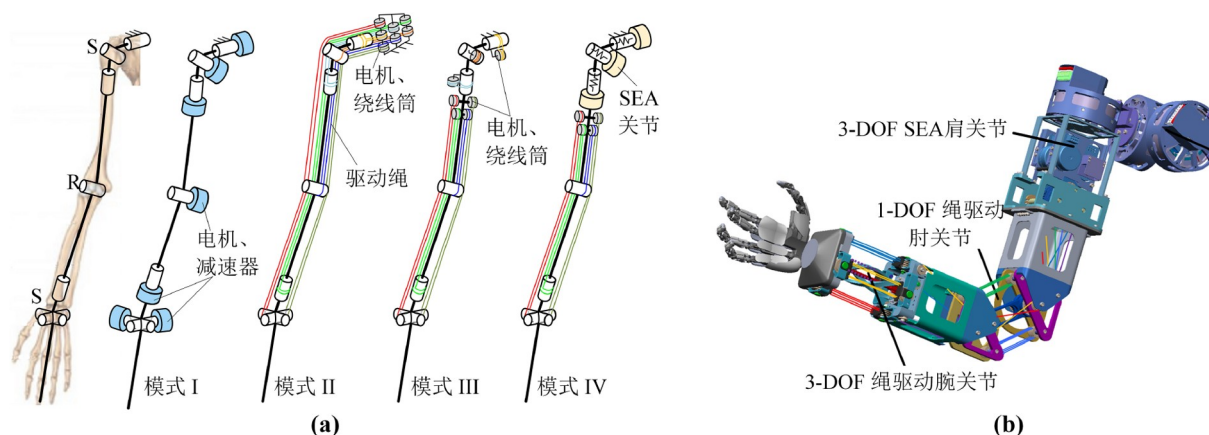


图1 (网络版彩图)绳驱动7-DOF拟人臂. (a) SRS机械臂四种驱动模式; (b) 绳驱动机械臂详细结构

Figure 1 (Color online) Cable-driven 7-DOF robotic arm. (a) Four actuation modes for the SRS robotic arm; (b) detailed structure of the cable-driven robotic arm.

节需要同时具备柔顺性和大输出扭矩的特点. 机器人关节柔顺性主要通过关节主动柔顺控制、SEA关节、变刚度驱动器(variable stiffness actuator, VSA)关节等方式实现. 关节主动柔顺控制基于控制算法, 灵活性高, 不增加额外硬件, 但依赖高带宽力控和较为精确的动力学模型, 模型不确定性、传动摩擦以及结构弹性等因素容易导致控制性能下降. VSA关节刚度可主动调节, 能适应不同的刚度需求, 但机械系统较为复杂, 额外的刚度调节机构使得关节体积和重量较大, 且对刚度与位置耦合控制要求较高. SEA关节通过引入弹性元件, 可以提供一定程度的被动柔顺性, 降低了对高带宽力控的依赖, 并具有较为简单的结构形式.

本研究机械臂的设计需求主要为轻量化、高动态性、高输出扭矩和高人机交互安全性, 综合上述对三类关节柔顺实现方式的对比, SEA关节是本研究机械臂肩关节的最优选择. 此外, 还可对SEA关节中弹性元件的刚度进行设计, 虽然单个SEA关节的刚度是固定的, 但是针对不同任务可以选用不同刚度的弹性元件进行替换, 也能满足不同任务的刚度需求.

因此, 在驱动模式IV中, 引入了带有串联弹性驱动器的模块化关节, 以取代绳驱动的肩关节. 由于绳索的弹性, 绳驱动关节具有良好的柔顺性, 可以确保交互过程中的安全性. SEA关节模组具有模块化、结构紧凑、输出扭矩大、安装维护方便等优点. 基于上述分析, 选择模式IV作为机械臂的驱动布局构型.

图1(b)给出了设计的绳驱动7-DOF拟人臂, 其由3-

DOF肩关节、1-DOF肘关节以及3-DOF腕关节组成, 各部分设计将在后续章节中详细介绍.

本文所提出的绳驱动机械臂在肩关节、肘关节及腕关节等方面进行了改进. 机械臂肩关节由3个轴线正交的SEA关节组成, 使得其在具有良好的柔顺性、确保交互过程安全性的同时, 还具有结构紧凑、输出扭矩大、安装维护方便等优点. 在绳驱动机械臂的肘关节的设计中, 围绕具体零部件结构设计进行了改进, 使得肘关节能够承受更大的侧向载荷; 还增添了机械限位设计, 避免肘关节出现过量转动造成关节损坏. 绳驱动机械臂腕关节由三个分支组成, 中空结构可用于布置回转传动轴, 结构更为简单、运动精度更高.

3 肩关节模块化串联弹性驱动关节设计

3.1 SEA关节模组详细设计

从解剖学上讲, 人体肩关节近似于球铰关节. 图2(a)给出了设计的1-DOF SEA关节模组, 机械臂肩关节包含三个旋转轴相互垂直的SEA关节模组. SEA关节模组主要由无框电机、行星减速器、两个绝对编码器、弹性元件和输出法兰组成. 无框电机的中空结构用于安装行星减速器, 从而缩短了关节模组的轴向长度. 弹性元件通过标示为红色的孔 $A_1 \sim A_4$ 与行星减速器固连, 绿色孔 $B_1 \sim B_8$ 用于连接弹性元件和输出法兰. 电机的旋转角度和弹性元件的偏转角度分别由两个编码器测量.

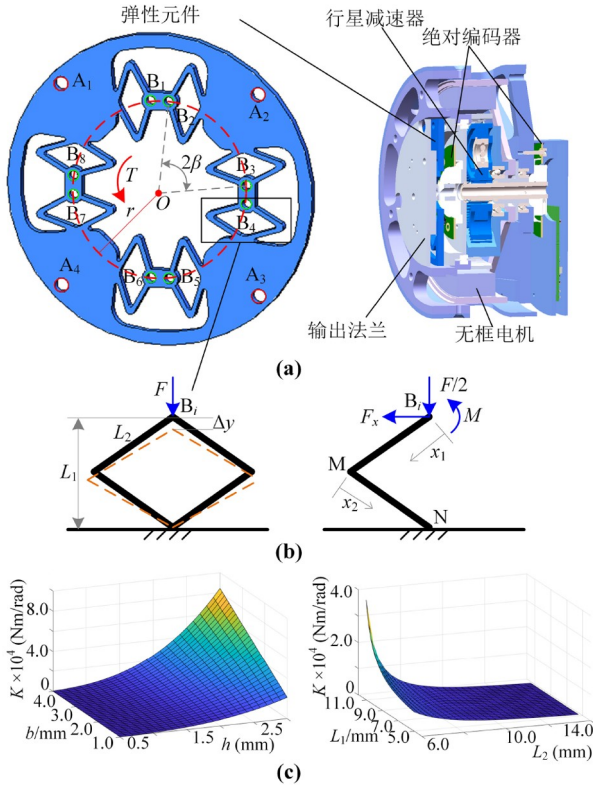


图 2 (网络版彩图)SEA 关节模组及其刚度性能分析. (a) SEA 关节模组详细结构; (b) 弹性元件刚度建模; (c) 刚度 K 随 b , h 及 L_1 , L_2 的变化

Figure 2 (Color online) The SEA joint module and its stiffness analysis. (a) Detailed structure of the SEA joint module; (b) stiffness modeling of the elastic element; (c) changes of stiffness K with b , h and L_1 , L_2 .

无框电机的额定扭矩为 5 Nm, 行星减速器的减速比为 9, 故设计的 SEA 关节模组的输出扭矩为 45 Nm. 关节模组的包络尺寸为 $\Phi 120 \text{ mm} \times 53 \text{ mm}$, 关节刚度主要由弹性元件决定, 可以通过选择弹性元件的几何参数来满足关节的各种刚度设计要求.

3.2 SEA 关节刚度建模

弹性元件的刚度远小于关节其他部件的刚度, SEA 关节的刚度主要由弹性元件决定, 图 2(a) 展示了所设计的弹性元件的详细结构. 首先分析了菱形结构单元的刚度, 这是推导弹性元件刚度的基础.

如图 2(b) 所示, 垂直力 F 施加在菱形结构的顶点 B_i 上. 由于结构的对称性, 仅存在垂直方向的变形, 记为 Δy . 为了获得力和变形之间的关系, 菱形结构沿垂直方向分为两部分. 对于一半的结构, B_i 处的垂直力、水

平力和弯矩分别为 $F/2$, F_x 和 M .

B_i 处的变形基于莫尔积分法计算, 一半结构包含两部分, 即 B_iM 和 MN . B_iM 和 MN 中的弯矩可以表示为

$$\begin{cases} M_r(x_1) = M - \frac{Fx_1\sqrt{4L_2^2 - L_1^2}}{4L_2} + \frac{F_xL_1x_1}{2L_2}, \\ M_r(x_2) = M - \frac{F(L_2 - x_2)\sqrt{4L_2^2 - L_1^2}}{4L_2} + \frac{F_xL_1}{2}\left(1 + \frac{x_2}{L_2}\right), \end{cases} \quad (1)$$

其中 L_2 表示菱形结构的边长, L_1 表示 B_iN 的长度.

假设一单元力矩作用在 B_i 处, 在单元力矩作用下, B_iM 和 MN 处的力矩分别为 $\overline{M}_r(x_1) = 1$ 与 $\overline{M}_r(x_2) = 1$. B_i 处的转角变形为

$$\Delta\theta = \frac{1}{EI} \left[\int_0^{L_1} \overline{M}_r(x_1)M_r(x_1)dx_1 + \int_0^{L_2} \overline{M}_r(x_2)M_r(x_2)dx_2 \right], \quad (2)$$

其中 E 表示弹性模量, I 表示惯性矩, b 为菱形结构的宽度, h 是弹性元件的厚度, 惯性矩为 $I = bh^3/12$.

类似地, 水平变形 Δx 是通过假设作用在 B_i 上的水平单位力来计算的. 根据结构对称性, 旋转变形 $\Delta\theta$ 和水平变形 Δx 都等于 0. 因此, 可以获得 B_i 处的水平力和弯矩:

$$\begin{cases} F_x = 0, \\ M = \frac{F\sqrt{4L_2^2 - L_1^2}}{8}. \end{cases} \quad (3)$$

为了计算垂直变形 Δy , 假设垂直单位力作用于 B_i . 基于莫尔积分法, 垂直变形为

$$\Delta y = \frac{FL_2}{12EI} \left(L_2^2 - \frac{L_1^2}{4} \right). \quad (4)$$

外部载荷施加在输出法兰上, 使得扭矩 T 通过八个连接点 $B_1 \sim B_8$ 作用在弹性元件上. 弹性元件在 T 的作用下产生旋转变形 θ . 八个菱形结构的 B_iN 与半径为 r 的圆相切, 这意味着 $\Delta y = \theta r$. 扭矩 T 和力 F 之间的关系为

$$T = 8Fr = \frac{384EIr^2\theta}{L_2(4L_2^2 - L_1^2)}. \quad (5)$$

由此可以推导出弹性元件的旋转刚度为

$$K = \frac{dT}{d\theta} = \frac{384EIr^2}{L_2(4L_2^2 - L_1^2)}. \quad (6)$$

3.3 几何参数对关节刚度的影响

关节刚度受到弹性元件几何参数的影响, 即 b , h ,

r , L_1 和 L_2 , 接下来研究这些参数对关节刚度的影响规律. 图2(c)分别给出了刚度 K 随着 b , h 和 L_1 , L_2 的变化, 可以看出, 刚度随着 b 和 h 的增加而增加. L_1 和 L_2 对刚度的影响则相反, 即随着二者增大而减小. 此外, h 和 L_2 对刚度的影响比 b 和 L_1 更大. 随着几何参数的改变, 关节刚度在大范围内变化.

从式(6)中可以看出, 对于给定的关节刚度存在无限多种可能的几何参数组合 $[b, h, r, L_1, L_2]$. 为了获得最优的几何参数, 建立了参数优化设计模型, 优化目标为使弹性元件的质量最小, $[b, h, r, L_1, L_2]$ 选为优化变量. 优化模型为

$$\text{find } X = [b, h, r, L_1, L_2], \quad (7)$$

$$\min M_e = 32bhL_2, \quad (8)$$

$$\text{s.t. } K = [K], \quad (9)$$

$$\left(\frac{L_1}{2}\right)^2 + \left(r + \sqrt{L_2^2 - \frac{L_1^2}{4}}\right)^2 < R^2, \quad (10)$$

$$\frac{L_1}{2}\tan\beta < r - \sqrt{L_2^2 - \frac{L_1^2}{4}}, \quad (11)$$

其中 $[K]$ 表示关节刚度设计值. R 是弹性元件的半径. 式(10)表示菱形结构应位于弹性元件内部, 不超出弹性元件半径范围. 式(11)表示菱形结构相互之间不会干涉. 基于所提出的优化模型, 可以找到满足关节刚度要求的最优几何参数. 当所需的关节刚度 $[K] = 2000 \text{ Nm/rad}$ 时, 可以获得使得弹性元件质量最小的几何参数 $[b, h, r, L_1, L_2] = [1, 0.5, 22, 10.5, 6] \text{ mm}$. 类似地, 可以获得具有不同参数的弹性元件以满足各类关节刚度要求.

4 基于反平行四边形机构的肘、腕关节设计

4.1 反平行四边形机构

反平行四边形机构是指通过将平行四边形扭转 180° 并使其两侧相交而获得的机构, 图3(a)给出了一个典型的反平行四边形机构. 反平行四边形机构的运动是沿两个相切椭圆的纯滚动; 通过选取适当的几何参数, 反平行四边形机构可以近似为两个圆之间的滚动运动, 即交点的轨迹近似为一个圆. 图中椭圆和近似圆分别由灰色和绿色曲线表示, 反平行四边形机构的纯圆周滚动运动特性可用于肘关节的设计.

为了实现三维空间中的2-DOF近似球面滚动运动, 将两个正交排列的改进反平行四边形机构组合在一起, 如图3(b)所示. C_i ($i = 1, 2, 3, 4$)是反平行四边形机构的关节, D_i ($i = 1, 2, 3, 4$)表示添加的正交旋转关节, D_i 的轴线垂直于 C_i 的轴线. 在改进的反平行四边形机构中添加了正交旋转关节, 使该机构可以跟随另一正交反平行四边形机构的运动自由运动. 组合机构中有四个分支, 这使得该机构冗余或过约束. 通过移除其中一个分支并均匀放置其他三个分支, 可以简化该机构. 为了避免干涉并在中心获得较大的中空空间, 三个连杆可以采用样条曲线设计. 所提出的并联机构可以实现2-DOF球面滚动运动, 可用于腕关节的设计.

4.2 肘关节与腕关节设计

人体肘关节相当于一个单自由度旋转关节, 图4(a)给出了设计的单自由度绳驱动肘关节, 可以实现纯圆周滚动运动. 两个相同的半圆对称分布, 两个圆相切; 此外还增加了两根约束绳索, 以确保纯滚动运动. 支撑杆用于承受横向扭矩, 它通过旋转关节和两个半圆形部件连接. 肘关节由两根绳索驱动, 为了提高关节的承载能力, 在两个滑轮之间来回缠绕绳索来实现张力的放大.

基于所提出的球面滚动机构, 完成了腕关节的详细设计, 如图4(b)所示. 球面滚动机构连接手腕移动平台和底座, 可以实现偏转和弯曲运动, 四根驱动绳索用于控制2-DOF球面滚动运动. 类似地, 通过张力放大机构, 绳索张力被放大, 提升了关节承载能力. 利用并联机构杆件之间的中空空间, 增加了一个两端为万向节的传动轴, 实现了腕关节的回转运动, 从而实现了完整的3-DOF腕关节运动. 传动轴和两个万向节将旋转运动传递到手腕的远端.

基于反平行四边形机构的腕关节相较于传统球铰机构, 在运动范围方面, 所设计腕关节弯曲和偏转角度最大可达 90° , 远大于球铰的 35° ; 在结构性能方面, 所设计腕关节分支铰链接触面大、应力分布均匀, 球铰接触应力集中、易磨损; 在运动精度方面, 球铰的球窝与球头之间的间隙难以完全消除, 腕关节包含三个运动分支, 运动精度比单一球铰高.

与并联机构腕关节相比, 在构型复杂度方面, 现有具备3-DOF转动自由度的并联机构往往具有多个支链和多种类型运动副, 结构复杂, 且至少需要4根绳索才

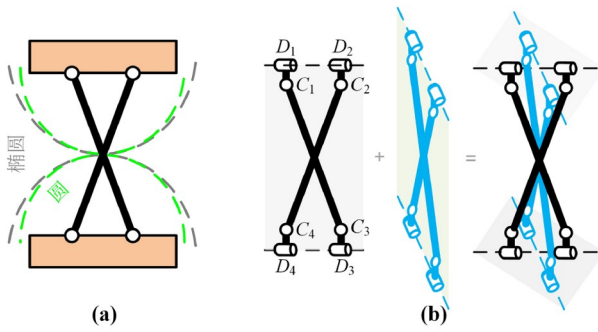


图 3 (网络版彩图)反平行四边形机构. (a) 1-DOF机构; (b) 2-DOF机构

Figure 3 (Color online) Anti-parallellogram mechanism. (a) 1-DOF mechanism; (b) 2-DOF mechanism.

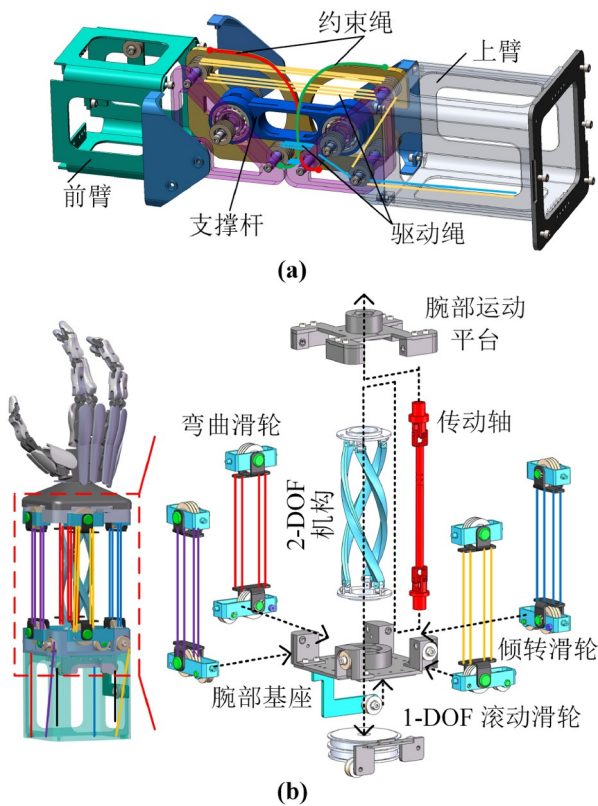


图 4 (网络版彩图)肘关节与腕关节. (a) 肘关节详细结构; (b) 腕关节详细结构

Figure 4 (Color online) Elbow and wrist joints. (a) Detailed structure of elbow; (b) detailed structure of wrist.

能控制机构的3-DOF转动自由度, 所设计腕关节仅包含三个运动分支, 结构简单, 仅需3根绳索即可控制机构的3-DOF转动自由度, 在构型复杂度上优于现有并

联机构. 在中空结构方面, 通过合理布局反平行四边形机构腕关节三个分支, 其中心形成大尺寸中空区域, 可用于安装回转自由度传动轴. 在运动范围方面, 传统并联机构在大角度姿态下易出现奇异位形、杆件干涉等问题, 使其难以实现较大角度的弯曲和偏转, 而所设计腕关节可实现 90° 的弯曲和偏转.

所设计机械臂的肘关节和腕关节采用绳索驱动, 关节运动部件不包含电机、减速器等大质量部件, 关节惯量较小, 在相同驱动力矩作用时, 相较于传统的电机减速器在关节处的直驱关节具有更高的动态性能. 以绳驱动肘关节为例, 建立绳驱动关节加速度与转矩之间的映射关系, 推导得到绳驱动关节转动惯量, 进而计算得到当时关节无负载时, 角加速度最大值为 417 rad/s^2 ; 当负载为 2 kg 时, 角加速度最大值为 183 rad/s^2 , 关节响应时间为 0.026 s . 在相同电机参数与输出转矩条件下, 采用类似的方法可以计算得到直驱关节的角加速度和响应时间. 所设计的绳驱动关节在最大角加速度、响应时间上较电机减速器直驱关节均有较大幅度提升, 表明绳驱动关节通过将电机、减速器等布置在靠近基座处, 降低了远端质量与系统整体惯量, 从而有效提高了绳驱动关节的动态性能.

5 机械臂运动学分析与运动规划

5.1 正运动学分析

5.1.1 肘关节正运动学分析

如图5(a)所示, 坐标系 $\{O_e\}$ 和 $\{O_f\}$ 分别固定在上臂和前臂, 原点 O_e 和 O_f 与滚动圆心重合. $\{O_e\}$ 的 x_e 轴即 x_e , 沿着上臂的方向; y_e 位于肘关节平面内, 垂直于 x_e ; z_e 遵循右手定则. x_f 沿着前臂的方向, y_f 和 z_f 通过类似的方式确定. $\{O_e\}$ 和 $\{O_f\}$ 之间的变换矩阵描述了前臂相对于上臂的姿势.

通过肘关节正向运动学, 可以获得两个坐标系之间的变换矩阵以及关节角度与驱动绳索长度之间的关系. 支撑连杆和机械臂之间的旋转关节分别表示为 e 和 f , θ_e 和 θ_f 表示相应的关节角度. 根据纯圆周滚动运动的特点, 可以得出 θ_e 等于 θ_f . 当 $\theta_e = \theta_f = 0$ 时, 肘关节处于初始状态. 初始状态下 $\{O_e\}$ 和 $\{O_f\}$ 之间的变换矩阵记为 T_{e0} .

肘关节可以看作是一个具有两个旋转关节 e 和 f 的2-DOF串联链, 两个关节的运动旋量为 S_e 与 S_f . 前臂相

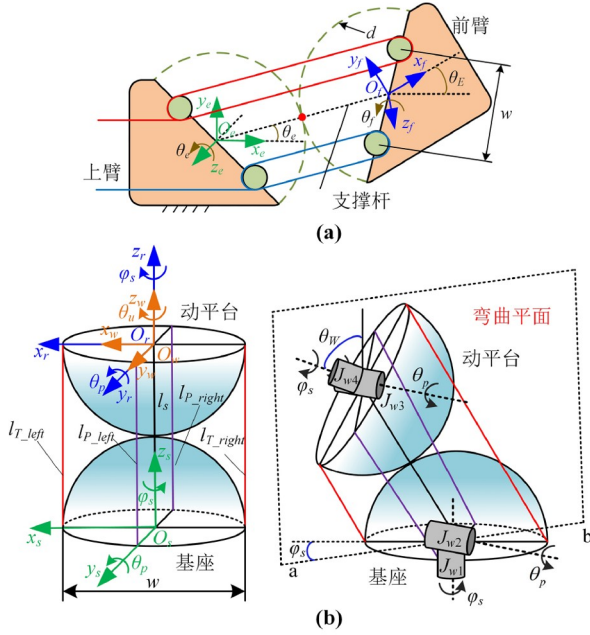


图5 (网络版彩图) 关节正运动学建模. (a) 肘关节正运动学建模; (b) 腕关节正运动学建模

Figure 5 (Color online) Forward kinematic model of the joints. (a) Kinematic model of elbow; (b) kinematic model of wrist.

对于上臂的变换矩阵为

$$\mathbf{T}_{ef} = \mathbf{e}^{\hat{\mathbf{S}}_e \theta_e} \mathbf{e}^{\hat{\mathbf{S}}_f \theta_f} \mathbf{T}_{e0}, \quad (12)$$

其中 $\hat{\mathbf{S}}_e$ 与 $\hat{\mathbf{S}}_f$ 表示 $\mathbf{S}_e$ 与 $\mathbf{S}_f$ 的反对称矩阵.

l_{left} 和 l_{right} 表示驱动绳索的长度, 在图中标记为蓝线和红线. d 和 w 分别表示滚动表面圆的直径和两个滑轮的中心距离. θ_E 是 x_e 和 x 轴之间的角度, 即时关节角度, $\theta_E = 2\theta_e = 2\theta_f$. 当肘关节处于垂直位姿($\theta_E = 90^\circ$)时, $l_{\text{left}} = l_{\text{right}} = nd$, n 是围绕滑轮缠绕的驱动绳索的数量. 绳索长度为

$$\begin{aligned} l_{\text{left}} &= n \left[d - w \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta_E}{2} \right) \right], \\ l_{\text{right}} &= n \left[d + w \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta_E}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

绳索长度变化 Δl_{left} , Δl_{right} 与关节角度之间的关系为

$$\Delta l_{\text{right}} = -\Delta l_{\text{left}} = n w \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta_E}{2} \right). \quad (14)$$

5.1.2 腕关节正运动学分析

腕关节正运动学分析分为两部分: 2-DOF空间机构和1-DOF旋转关节. 图5(b)展示了已建立的坐标系 $\{O_s\}$ 和 $\{O_r\}$, 它们分别与2-DOF空间机构的基座和动平台固连, $\{O_s\}$ 和 $\{O_r\}$ 的原点与滚动球心重合. z_s 沿着前臂的方向, y_s 与 $\{O_r\}$ 的 y_r 平行, x_s 遵循右手定则. z_r 沿着手掌的方向, 在初始状态下, x_r 和 y_r 分别平行于 x_s 和 y_s . $\{O_w\}$ 位于手掌, 可以通过围绕 z_r 轴旋转 $\{O_r\}$ 获得. 当传动轴与坐标系 z 轴共线时, 腕关节处于初始姿势, 此状态下 $\{O_w\}$ 和 $\{O_s\}$ 之间的变换矩阵记为 $\mathbf{T}_{w0}$.

为了简化腕关节的正运动学分析, 2-DOF空间机构被等效为一个具有额外约束的串联运动链. 其中存在两组正交的转动关节, 即 J_{w1} , J_{w2} , J_{w3} 与 J_{w4} . 基于球面纯滚动运动特性, J_{w1} 与 J_{w2} 的转动角度分别与 J_{w4} 与 J_{w3} 相等. 该串联运动链的运动包含四步. 首先, 关节 J_{w1} 转动角度 φ_s ; 接下来, 关节 J_{w2} 转动角度 θ_p ; 然后, 关节 J_{w3} 转动角度 θ_p ; 最后, 关节 J_{w4} 转动角度 $-\varphi_s$. 四个关节的运动旋量分别为 $\mathbf{S}_{w1}$, $\mathbf{S}_{w2}$, $\mathbf{S}_{w3}$ 与 $\mathbf{S}_{w4}$.

$\{O_w\}$ 和 $\{O_s\}$ 之间的变换矩阵可以写为

$$\mathbf{T}_w = \mathbf{e}^{\hat{\mathbf{S}}_{w1} \varphi_s} \mathbf{e}^{\hat{\mathbf{S}}_{w2} \theta_p} \mathbf{e}^{\hat{\mathbf{S}}_{w3} \theta_p} \mathbf{e}^{-\hat{\mathbf{S}}_{w4} \varphi_s} \mathbf{e}^{\hat{\mathbf{S}}_u \theta_u} \mathbf{T}_{w0}, \quad (15)$$

其中 $\mathbf{S}_u = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ 表示1-DOF转动关节的运动旋量, θ_u 表示该关节的转动角度.

实际上, 2-DOF空间机构的运动相当于弯曲平面内的旋转, 弯曲平面是通过将平面 $x_s O_s z_s$ 绕 z_s 轴以角度 φ_s 旋转而获得的. $\{O_r\}$ 的 z_r 轴和 $\{O_s\}$ 的 z_s 轴之间的角度为 θ_w , $\theta_w = 2\theta_p$. 将绳索投影到弯曲平面, 除了滑轮中心之间的宽度 w , 两组绳索的布局与肘关节1-DOF机构相似. 弯曲绳索和偏转绳索的等效宽度分别为 $w \sin \varphi_s$ 和 $w \cos \varphi_s$. 弯曲姿态(φ_s , θ_w)与绳索运动之间的关系可由下式得出:

$$\begin{cases} \Delta l_p = \Delta l_{p_{\text{left}}} = -\Delta l_{p_{\text{right}}} = n w \sin \varphi_s \sin \frac{\theta_w}{2}, \\ \Delta l_T = \Delta l_{T_{\text{left}}} = -\Delta l_{T_{\text{right}}} = n w \cos \varphi_s \sin \frac{\theta_w}{2}. \end{cases} \quad (16)$$

5.1.3 整臂正运动学分析

图6(a)给出了包含基坐标系和末端坐标系的整个手臂, 这些坐标系分别与机械臂的基座和手掌固定. 基于前述分析, 7-DOF绳索驱动机械臂包含十个旋转关

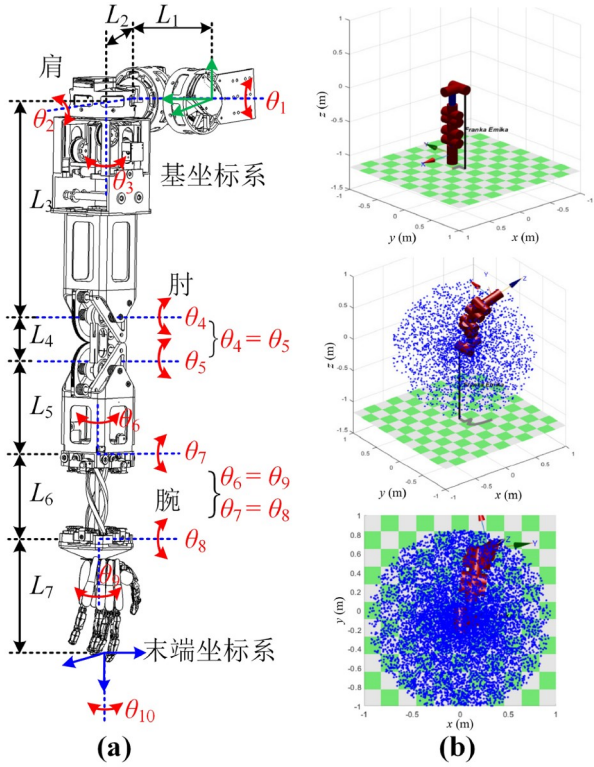


图 6 (网络版彩图)机械臂正运动学建模. (a) 机械臂参数; (b) 机械臂工作空间

Figure 6 (Color online) Forward kinematic model of the arm. (a) Arm parameters; (b) workspace of the arm.

节: 肩部三个、肘部两个、腕部五个. 根据关节的纯滚动运动特性, 十个关节存在额外的约束. 肘关节的两个关节具有相同的旋转角度 $\theta_4 = \theta_5$. 腕部第一和第四关节的旋转方向相反, 旋转角度相同 $\theta_6 = \theta_9$. 腕部的第二和第三关节具有相同的旋转角度 $\theta_7 = \theta_8$. 因此, 尽管机械臂有 10 个关节, 但机械臂的自由度还为 7.

初始位姿下基坐标系和末端坐标系之间的转换矩阵记为 T_0 . S_i ($i = 1, 2, \dots, 10$) 表示在基坐标系下描述的第 i 个关节的运动旋量. 整个机械臂的正运动学模型可以描述为

$$T_{\text{arm}} = e^{\hat{S}_1\theta_1} e^{\hat{S}_2\theta_2} e^{\hat{S}_3\theta_3} e^{\hat{S}_4\theta_4} e^{\hat{S}_5\theta_5} e^{\hat{S}_6\theta_6} e^{\hat{S}_7\theta_7} e^{\hat{S}_8\theta_8} \times e^{\hat{S}_9\theta_9} e^{\hat{S}_{10}\theta_{10}} T_0. \quad (17)$$

采用蒙特卡洛法计算机械臂的工作空间. 由于肩关节的特殊排布, 三个肩关节的运动范围为 $[0, 2\pi]$, 肘关节和腕关节的旋转范围由这些关节的详细结构决定. 图 6(b) 给出了通过随机抽样方法获得的机械臂工

作空间. 机械臂的工作空间是一个球体, 设计的机械臂可以到达球体中的任何位置.

5.2 逆运动学分析

基于正运动学模型, 机械臂的运动微分方程为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}}, \quad (18)$$

其中 $\mathbf{J}$ 为机械臂雅可比矩阵, $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ 代表机械臂各关节转动速度, $\dot{\mathbf{x}}$ 为机械臂末端速度, 是一个 6×1 向量, 前三个和后三个元素分别代表机械臂手掌的线性速度和转动速度.

机械臂速度 $\dot{\mathbf{x}}$ 可以写成

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{T}_{\text{arm}} T_{\text{arm}}^{-1}, \quad (19)$$

其中

$$\begin{cases} \dot{T}_{\text{arm}} = \hat{S}_1\dot{\theta}_1 e^{\hat{S}_1\theta_1} \dots e^{\hat{S}_{10}\theta_{10}} T_0 + e^{\hat{S}_1\theta_1} \hat{S}_2\dot{\theta}_2 e^{\hat{S}_2\theta_2} \dots e^{\hat{S}_{10}\theta_{10}} T_0 \\ \quad + \dots + e^{\hat{S}_1\theta_1} e^{\hat{S}_2\theta_2} \dots \hat{S}_{10}\dot{\theta}_{10} e^{\hat{S}_{10}\theta_{10}} T_0, \\ T_{\text{arm}}^{-1} = T_0^{-1} e^{-\hat{S}_{10}\theta_{10}} e^{-\hat{S}_9\theta_9} \dots e^{-\hat{S}_2\theta_2} e^{-\hat{S}_1\theta_1}. \end{cases} \quad (20)$$

式(19)可推导为

$$\dot{\mathbf{x}} = \hat{S}_1\dot{\theta}_1 + e^{\hat{S}_1\theta_1} \hat{S}_2\dot{\theta}_2 e^{-\hat{S}_1\theta_1} + \dots + e^{\hat{S}_1\theta_1} e^{\hat{S}_2\theta_2} \dots \times e^{\hat{S}_{10}\theta_{10}} \hat{S}_{10}\dot{\theta}_{10} e^{-\hat{S}_{10}\theta_{10}} \dots e^{-\hat{S}_2\theta_2} e^{-\hat{S}_1\theta_1} \dot{\theta}_{10}. \quad (21)$$

其能通过伴随矩阵表示为一个向量:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{S}_1\dot{\theta}_1 + Ad_{e^{\hat{S}_1\theta_1}} \mathbf{S}_2\dot{\theta}_2 + Ad_{e^{\hat{S}_1\theta_1} e^{\hat{S}_2\theta_2}} \mathbf{S}_3\dot{\theta}_3 + \dots \\ &\quad + Ad_{e^{\hat{S}_1\theta_1} e^{\hat{S}_2\theta_2} \dots e^{\hat{S}_9\theta_9}} \mathbf{S}_{10}\dot{\theta}_{10} \\ &= \mathbf{J}_{s1}\dot{\theta}_1 + \mathbf{J}_{s2}\dot{\theta}_2 + \dots + \mathbf{J}_{s10}\dot{\theta}_{10} \\ &= [\mathbf{J}_{s1} \quad \mathbf{J}_{s2} \quad \dots \quad \mathbf{J}_{s10}] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_{10} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (22)$$

其中

$$\mathbf{J}_{si} = Ad_{e^{\hat{S}_1\theta_1} e^{\hat{S}_2\theta_2} \dots e^{\hat{S}_{i-1}\theta_{i-1}}} \mathbf{S}_i \quad (i = 2, 3, \dots, 10). \quad (23)$$

机械臂十个旋转关节存在 $\theta_4 = \theta_5$, $\theta_6 = \theta_9$, $\theta_7 = \theta_8$ 角度约束, 相等的三组关节角对应的雅可比矩阵相关列进行合并, 合并后的雅可比矩阵为

$$\mathbf{J}_N = [\mathbf{J}_{s1} \quad \mathbf{J}_{s2} \quad \mathbf{J}_{s3} \quad \mathbf{J}_{s4} + \mathbf{J}_{s5} \quad \mathbf{J}_{s6} + \mathbf{J}_{s9} \quad \mathbf{J}_{s7} + \mathbf{J}_{s8} \quad \mathbf{J}_{s10}]. \quad (24)$$

机械臂独立关节角度记为 $\theta^N = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_6, \theta_7, \theta_{10}]$, 则机械臂末端速度 $\dot{\mathbf{x}}$ 与独立关节角速度 $\dot{\theta}^N$ 映射关系为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_N \dot{\theta}^N. \quad (25)$$

手臂的正向运动学表示为 $\mathbf{T} = f(\theta^N)$, 其中 $\mathbf{T}$ 表示手臂末端执行器的相应姿态. 逆运动学是求解与所需姿态 $\mathbf{T}_d$ 对应的关节角度 θ_d^N . 假设 θ_0^N 是接近 θ_d^N 的初始值. 正向运动学的泰勒展开式为

$$\mathbf{T}_d = f(\theta_d^N) \approx f(\theta_0^N) + \left. \frac{\partial f}{\partial \theta^N} \right|_{\theta_0^N} (\theta_d^N - \theta_0^N), \quad (26)$$

其中 $(\partial f / \partial \theta^N)|_{\theta_0^N} = \mathbf{J}_N(\theta_0^N)$ 表示 $\theta^N = \theta_0^N$ 时的雅可比矩阵.

其可表示为

$$\mathbf{J}_N(\theta_i^N)(\theta_{i+1}^N - \theta_i^N) = \mathbf{e}_{rr}, \quad (27)$$

其中 $\mathbf{e}_{rr} = \mathbf{T}_d - f(\theta_i^N)$ 表示当前关节角度下理想位姿和获得位姿之间的差值.

由于机械臂的冗余特性, 雅可比矩阵是非方阵, 有7列6行. 引入伪逆矩阵, 可以得到

$$\dot{\theta}^N = \mathbf{J}_N^\dagger \dot{\mathbf{x}}, \quad (28)$$

其中 $\mathbf{J}_N^\dagger$ 是雅可比矩阵的伪逆矩阵, 其为

$$\mathbf{J}^\dagger = (\mathbf{J}_N^T \mathbf{J}_N)^{-1} \mathbf{J}_N^T. \quad (29)$$

DLS可用于求解逆运动学问题, 结合式(27)和(29), 可以推导出 θ_{i+1}^N 和 θ_i^N 之间的关系:

$$\theta_{i+1}^N = \theta_i^N + (\mathbf{J}_N^T \mathbf{J}_N + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}_N^T \mathbf{e}_{rr}, \quad (30)$$

其中 λ 是阻尼因子, $\mathbf{I}$ 是单位矩阵.

除非迭代次数达到上限, 或者当前姿态和期望姿态之间的误差小于给定的偏差, 否则迭代计算将一直继续下去. 当满足迭代终止判断条件时, 迭代结束. 求解得到关节角度 $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_{10}\}$, 机械臂接近理想位姿.

5.3 基于指数映射的运动规划

在指数坐标系中, 机械臂末端执行器的姿态被映

射到六维欧氏空间, 这可以通过插值算法对轨迹规划进行简化. 机械臂在开始时刻 t_0 的初始位姿可以表示为

$$\mathbf{T}(t_0) = \mathbf{T}_0, \quad \mathbf{V}(t_0) = \mathbf{V}_0, \quad \dot{\mathbf{V}}(t_0) = \dot{\mathbf{V}}_0, \quad (31)$$

其中 $\mathbf{T}_0$ 表示初始位姿矩阵, $\mathbf{V}_0$ 为开始时刻 t_0 机械臂末端执行器的速度, $\dot{\mathbf{V}}_0$ 表示对应的加速度向量.

在结束时刻 t_f , 机械臂目标位姿为

$$\mathbf{T}(t_f) = \mathbf{T}_f, \quad \mathbf{V}(t_f) = \mathbf{V}_f, \quad \dot{\mathbf{V}}(t_f) = \dot{\mathbf{V}}_f, \quad (32)$$

其中 $\mathbf{T}_f$, $\mathbf{V}_f$ 和 $\dot{\mathbf{V}}_f$ 分别代表在时刻 t_f 的机械臂位姿、速度向量和加速度向量.

开始时间和结束时间之间的变换矩阵通过 $\mathbf{T}_0^{-1} \mathbf{T}_f$ 给出, 运动规划问题被转换为在 $\mathbf{I}$ 和 $\mathbf{T}_0^{-1} \mathbf{T}_f$ 之间插值, 而不是从 $\mathbf{T}_0$ 到 $\mathbf{T}_f$ 的插值. 机械臂末端执行器的运动在指数坐标系中表示为

$$\begin{aligned} \exp[\xi(t)] &= \mathbf{T}_0^{-1} \mathbf{T}(t), \\ \dot{\xi}(t) &= \text{dexp}_{-\xi(t)}^{-1} \mathbf{V}(t), \\ \ddot{\xi}(t) &= \text{dexp}_{-\xi(t)}^{-1} \left[\dot{\mathbf{V}}(t) - \frac{d}{dt} \text{dexp}_{-\xi(t)} \dot{\xi}(t) \right], \end{aligned} \quad (33)$$

其中 $\xi(t)$, $\dot{\xi}(t)$ 与 $\ddot{\xi}(t)$ 分别表示理想轨迹、它在指数空间的微分以及二阶微分, $\exp$, dexp 与 ddexp / dt 为在李群上的指数映射、其微分和二阶微分, $\text{dexp}_{-\xi(t)}$ 表示其为一个关于 $-\xi(t)$ 的函数, 可以被写为

$$\text{dexp}_{-\xi(t)} = \mathbf{I} + \frac{\delta}{2} [-\hat{\xi}(t)] + \frac{1-\eta}{\|\xi(t)\|^2} [-\hat{\xi}(t)]^2, \quad (34)$$

其中 $-\hat{\xi}(t)$ 表示 $-\xi(t)$ 的反对称矩阵, $\delta = s^2$, $\eta = sc$, $s = 2 \sin(\|\xi(t)\|/2) / \|\xi(t)\|$, $c = \cos(\|\xi(t)\|/2)$.

上标“-1”表示 $\text{dexp}_{-\xi(t)}$ 的逆.

利用五次多项式从 t_0 到 t_f 对 $\xi(t)$ 插值. 在 $t = t_0$ 时, 可以得到

$$\begin{aligned} \xi(t_0) &= \xi_0 = 0, \\ \dot{\xi}(t_0) &= \dot{\xi}_0 = \text{dexp}_{-\xi_0}^{-1} \mathbf{V}_0, \\ \ddot{\xi}(t_0) &= \ddot{\xi}_0 = \text{dexp}_{-\xi_0}^{-1} \left(\dot{\mathbf{V}}_0 - \frac{d}{dt} \text{dexp}_{-\xi_0} \dot{\xi}_0 \right). \end{aligned} \quad (35)$$

在 $t = t_f$ 时:

$$\begin{aligned}\xi(t_f) &= \xi_f, \\ \exp(\xi_f) &= \mathbf{T}_0^{-1} \mathbf{T}_f, \\ \dot{\xi}(t_f) &= \dot{\xi}_f = \text{dexp}_{-\xi_f}^{-1} \mathbf{V}_f, \\ \ddot{\xi}(t_f) &= \ddot{\xi}_f = \text{dexp}_{-\xi_f}^{-1} \left(\dot{\mathbf{V}}_f - \frac{d}{dt} \text{dexp}_{-\xi_f} \dot{\xi}_f \right).\end{aligned}\quad (36)$$

由此能够得到在时刻 t 的姿态矩阵、速度矩阵以及加速度矩阵:

$$\begin{aligned}\mathbf{T}(t) &= \mathbf{T}_0 \exp[\xi(t)], \\ \mathbf{V}(t) &= \text{dexp}_{-\xi(t)} \dot{\xi}(t), \\ \dot{\mathbf{V}}(t) &= \text{dexp}_{-\xi(t)} \ddot{\xi}(t) + \frac{d}{dt} \text{dexp}_{-\xi(t)} \dot{\xi}(t).\end{aligned}\quad (37)$$

基于机械臂的逆运动学分析, 可以推导出所需的机械臂关节角度, 该角度即可用于控制机械臂的运动。

基于指数映射的五次多项式运动规划方法与传统的基于欧拉角的方法相比, 最大的优势在于可以避免奇异性的出现。例如当采用XYZ欧拉角时, 若俯仰角为 90° , 则滚转和偏航角存在无数组解, 这使得机器人是否处于预期的姿态难以判断。采用指数映射表示姿态变化, 旋转轴和旋转角度唯一确定, 可以避免欧拉角中出现的奇异性问题。此外, 基于指数映射的五次多项式运动规划方法将位置和姿态统一为六维向量 $\xi(t)$, 可同时对位置和姿态轨迹进行规划, 保证了位置和姿态运动的协调性。

6 样机研制与测试试验

6.1 样机研制

图7(a)给出了所设计的7-DOF绳驱动机械臂原理样机。3-DOF肩关节由三个模块化SEA关节组成, 1-DOF肘关节和3-DOF腕关节由绳索驱动, 机械臂的长度为0.77 m, 与人体上肢类似。手臂总质量为4.86 kg, 肘关节和腕关节采用直径1.2 mm的钢丝绳。

机械臂控制系统硬件如图7(b)所示, 分为了供电层、驱动层以及控制层三个层次。SEA关节模组选用T-MOTOR, 肘、腕关节电机选用MAXON EC45, 驱动器分别选用了Elmo与Epos4。供电层由稳压电源与继电器组成, 保证了供电的安全性。驱动层由驱动电机与驱动器组成, 控制层由MIO-5272单板电脑组成, 实

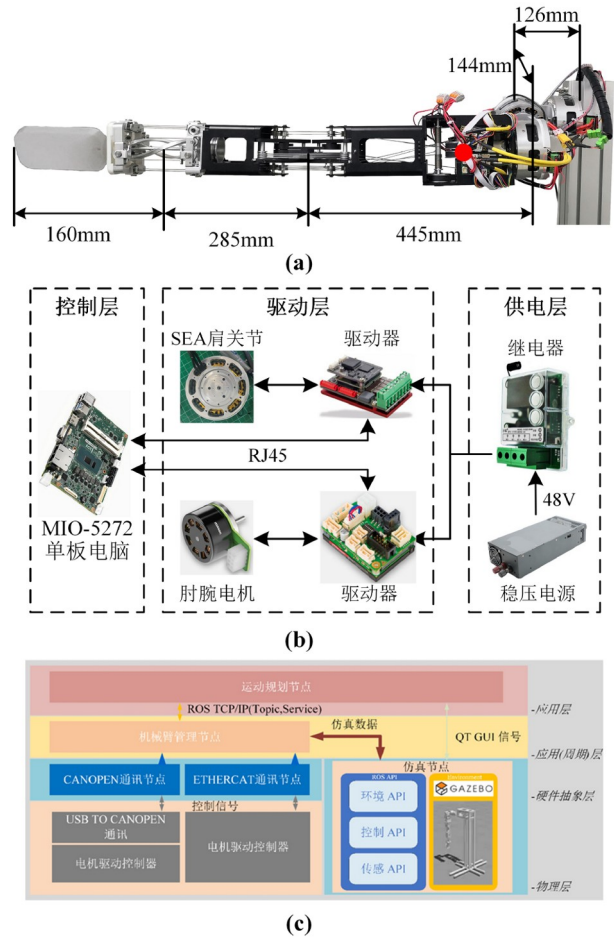


图7 (网络版彩图)机械臂硬件系统。(a) 机械臂样机; (b) 控制系统硬件框架; (c) 控制系统软件框架

Figure 7 (Color online) Hardware system of the arm. (a) Prototype of the arm; (b) hardware framework of the control system; (c) software framework of the control system.

现对机械臂的运动控制。

机械臂的控制系统软件框架如图7(c)所示, 基于机器人操作系统(robot operating system, ROS)开发了机械臂的控制系统。该框架由四层组成: 物理层(第1层)、硬件层(第2层)、应用周期层(第3层)和应用层(第4层)。运动规划器节点包含在第4层中, 它决定给定的任务并将命令发送到下一层; 第3层包含Arm管理器节点, 计算正向和反向运动学、雅可比矩阵、运动轨迹等; 第2层中的共享内存和信号量用于管理管理器节点之间共享的数据, 并避免同步问题。每个电机的实际输出角度可通过编码器获得, 实现了位置闭环控制。

6.2 SEA关节刚度测试

所设计的SEA关节模组的主要组成部件如图8(a)所示. 肩部由三个SEA关节模组组成, 模组的直径和宽度分别为120和53 mm. 无框电机的额定扭矩为5 Nm, 行星减速器的减速比为9, SEA关节模块的输出扭矩为45 Nm.

研发的关节模块的刚度测试平台如图8(b)所示. 该平台主要由分度头、扭矩传感器和待测量元件组成; 分度头是一种机床零部件, 用于为待测量元件提供受控和可重复的旋转运动; 转动手摇曲柄反过来使得主轴旋转, 从而使得待测量元件转动. 扭矩传感器用于测量施加在待测量元件上的负载; 待测量元件的旋转变形可以通过分度头获得.

首先进行弹性元件变形的测量. 依次施加1、2、3、……、11、12 Nm的外部扭矩, 得到弹性元件相应的变形角度, 重复该过程五次. 图9(a)给出了测试结果, 蓝色曲线表示五次实验的平均值, 用红线表示测量数据的线性拟合结果. 弹性元件刚度的测试值为686.5 Nm/rad. 图中黑线表示理论上载荷与变形角之间的关系, 弹性元件的理论刚度为854.2 Nm/rad. 误差

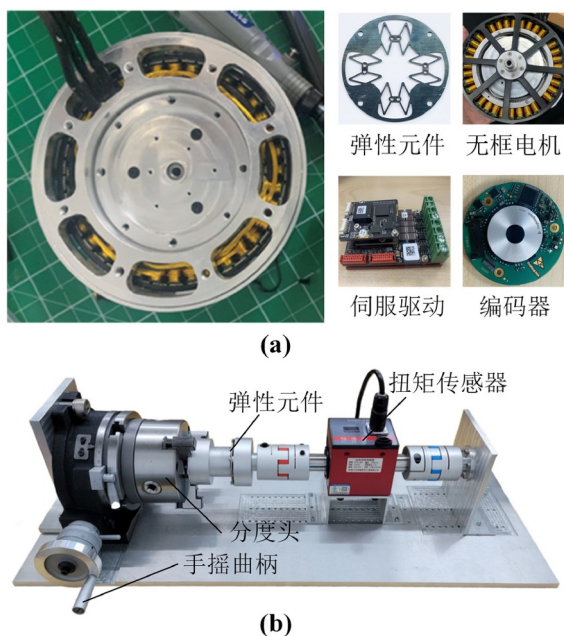


图8 (网络版彩图)SEA关节刚度测试. (a) SEA关节; (b) 刚度测试平台

Figure 8 (Color online) Stiffness testing of the SEA joint. (a) The SEA joint; (b) the stiffness testing platform.

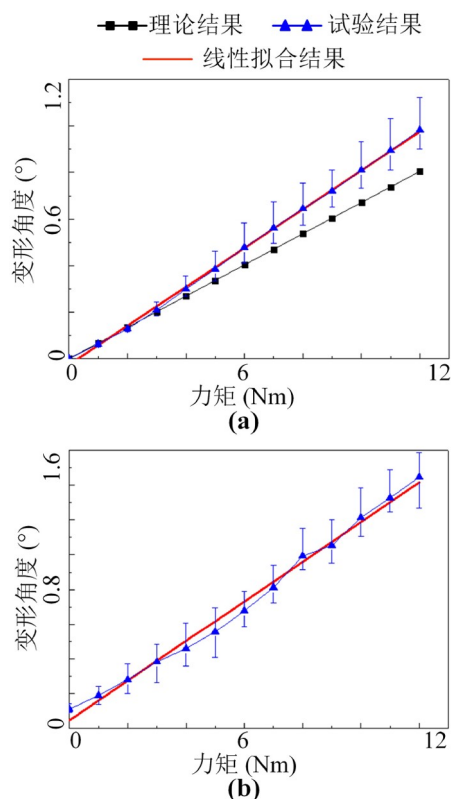


图9 (网络版彩图)SEA关节刚度测试结果. (a) 弹性元件刚度; (b) 关节刚度

Figure 9 (Color online) Stiffness testing results of the SEA joint. (a) The elastic element stiffness; (b) the joint stiffness.

条表示最坏情况的界限, 理论结果与实验结果之间的误差为19.6%.

弹性元件实验刚度小于理论刚度的原因主要为材料非线性及摩擦的影响, 具体如下. (1) 弹性元件的菱形结构承受外部载荷, 当变形量较大时, 线性小变形假设不再严格成立, 变形后的几何构型会改变力的传递路径, 导致实际刚度随载荷增加而逐渐下降, 即几何非线性的影响. 弹性元件采用弹簧钢制造, 其应力-应变关系在小应变范围内近似线性, 但当局部应力接近材料屈服强度时, 会出现局部塑性变形, 材料可能进入弹塑性阶段, 即使卸载后弹性变形恢复, 局部微塑性也会导致刚度衰减, 即材料本构非线性的影响. (2) 弹性元件通过螺栓或压紧方式与法兰连接, 二者之间存在摩擦, 在扭矩加载过程中, 接触面之间可能存在微小的相对滑动, 但在滑动发生之前, 静摩擦会吸收部分扭矩, 使得传递到弹性元件上的有效扭矩低

于施加值; 当扭矩超过最大静摩擦力后, 进入滑动阶段, 此时动摩擦持续消耗一部分能量, 表现为摩擦导致的滞后效应, 使得实测刚度值小于理论刚度值。

本文建立的参数优化模型在精确性方面有待提升, 但是其模型简单, 适用于初步设计阶段, 在揭示几何参数对刚度的影响规律、刚度相对变化比较等方面仍具有一定的指导意义, 在后续工作中也可以通过引入摩擦补偿系数或刚度修正因子来提高精度。

接下来针对SEA关节刚度进行了测试, 与弹性元件的刚度测试类似, 获得了不同外扭矩对应的关节变形角度。测试结果如图9(b)所示。蓝色曲线表示五次实验的平均值。对测量数据进行线性拟合, 用红线表示。试验测得的关节刚度为501.5 Nm/rad。关节刚度小于弹性元件刚度的原因分析如下: SEA关节中, 弹性元件、行星减速器、输出法兰、连接件等部件构成串联刚度链, 整体刚度为各部件刚度倒数之和的倒数, 即关节最终刚度会小于弹性元件刚度。其次, 各部件之间的连接(如齿轮副、螺栓连接、键连接等)存在微小间隙, 加载时需要先消除间隙, 会导致关节刚度小于弹性元件刚度。此外, 弹性元件与相邻部件之间的装配预紧力、摩擦等因素也可能导致关节刚度小于弹性元件刚度。

SEA关节模组的引入使得整臂末端刚度降低, 在外部冲击或力作用下发生可控变形, 吸收部分能量, 整臂被动柔顺性增强, 进而提高了人机交互安全性。对比分析了外载作用下, 采用SEA关节模组和传统刚性关节模组时机械臂末端的变形位移。如图10所示, 图10(a)中机械臂为初始位姿, 末端作用有水平载荷, 在此载荷作用下, 肩关节角度 θ_1 与 θ_3 不变, θ_2 的转角变形记为 $\Delta\theta_2$ 。图10(b)中机械臂为初始位姿, 在垂直载荷作用下, 肩关节角度 θ_2 与 θ_3 不变, θ_1 的转角变形记为 $\Delta\theta_1$ 。图10(c)中机械臂的大臂小臂垂直, 在水平载荷作用下, 肩关节角度 θ_1 不变, θ_2 与 θ_3 发生的转角变形分别记为 $\Delta\theta_2$ 与 $\Delta\theta_3$ 。

以上三种工况下肩关节转角变形分别为

$$\begin{cases} \Delta\theta_1 = \Delta\theta_3 = 0, \Delta\theta_2 = \frac{Fh_1}{K_S}, \\ \Delta\theta_2 = \Delta\theta_3 = 0, \Delta\theta_1 = \frac{F_2h_1}{K_S}, \\ \Delta\theta_1 = 0, \Delta\theta_2 = \frac{F_3h_2}{K_S}, \Delta\theta_3 = \frac{F_3h_3}{K_S}. \end{cases} \quad (38)$$

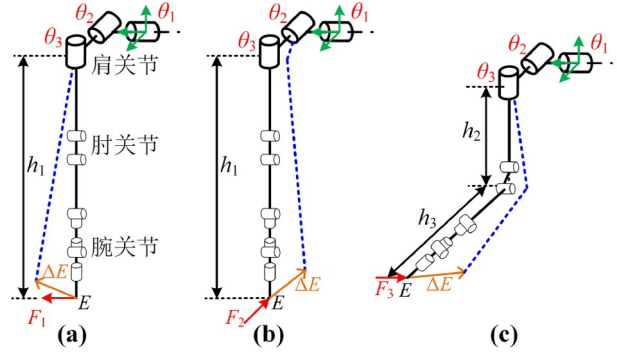


图10 (网络版彩图)整臂末端变形位移。(a) 初始位姿(水平载荷); (b) 初始位姿(垂直载荷); (c) 肘部弯曲位姿

Figure 10 (Color online) Deformation at the end of the arm. (a) Initial posture (horizontal load); (b) initial posture (vertical load); (c) elbow bending posture.

代入关节刚度 K_S 、机械臂末端载荷, 即可求得各工况对应的肩关节转动角度, 根据机械臂正运动模型即可求得末端点E的变形位移 ΔE 。基于上述分析, 可以计算得到机械臂肩关节为SEA关节模组时, 三种工况下末端变形位移分别为15.79、15.98、7.77 mm; 类似地, 肩关节采用传统刚性关节(关节刚度假定为6300 Nm/rad)时, 三种工况下末端变形位移分别为1.26、1.27、0.62 mm。不难看出, 使用SEA关节模组后, 相同载荷及位姿下机械臂末端变形位移大幅增加, 有效提高了整臂柔顺性能及人机交互安全性。

6.3 关节运动测试

由于关节的特殊布局, 肩部的三个模块化SEA关节不会相互干涉, 能够在 $[0, 2\pi]$ 范围内整周转动。模块化SEA关节具有易维护的特点, 机械臂肩关节采用了三个相同的SEA关节模组, 各关节模组具有统一的机械和电气接口, 更换方便快捷。单个模块化SEA关节各部件通过周向螺钉固定, 当需要对驱动装置、电机、减速器、磁编码器、柔性元件其中某一个元件进行更换时, 不需要改变其他元件与壳体的安装情况, 模块化设计使得各功能模块相互独立装配, 更换过程中无需进行轴系整体拆解, 可明显缩短维护时间。

本文开展了机械臂肩关节SEA关节模组拆装时间以及SEA关节模组自身拆装时间测试。进行肩关节SEA关节模组整体拆装时, 仅需对目标拆装关节与前后关节连接螺钉进行拆装, 并插拔供能与通信两个电

气接口。对肩关节SEA关节模组进行了多次拆装测试, 统计结果表明肩关节SEA关节模组的平均拆装时间为2.6 min。接下来对单个SEA关节内部零部件进行了多次拆装测试, 统计结果表明该模块化SEA关节内部零部件的平均拆装时间为9.5 min。

如图11(a)所示, 进行了关节运动实验, 肘关节的最大转动角度为 177.8° , 可以使得上臂和前臂基本平行。图11(b)展示了当 $[\varphi_s, \theta_p] = [0^\circ, 90^\circ]$ 和 $[\varphi_s, \theta_p] = [90^\circ, 90^\circ]$ 时腕关节的极限状态。腕关节的最后一个自由度即回转运动, 可以在 $[0, 2\pi]$ 的范围内连续旋转。

图11(c)展示了转动角度为 0° 、 45° 和 90° 时肘关节的运动状态。腕关节的独立弯曲和偏转运动如图11(d)所示, 腕关节可以朝不同的方向弯曲和偏转。

为了验证所提出的运动学模型的合理性和有效性, 进行了肘关节和腕关节转动角度测量实验。通过惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)获得实时关节运动数据。如图12(a)所示, IMU安装在前臂以测量肘部的转动角度, 安装在手掌以测量手腕的转动角度。

实验测量了三组关节运动数据。第一组是肘关节从 0° 转动到 90° 。第二组和第三组分别是肘关节处于 0° 和 90° 时手腕的弯曲、偏转和回转角度。图12(b)~(h)给出了关节运动的实际测量角度曲线和理论规划角度曲线。实验结果表明, 理论角度与实验角度之间的误差很

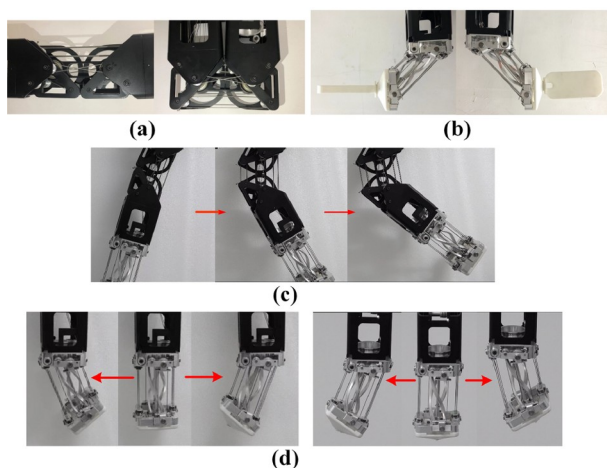


图11 (网络版彩图) 关节运动测试。(a) 肘关节极限位置; (b) 腕关节极限位置: $[\varphi_s, \theta_p] = [0^\circ, 90^\circ]$, $[\varphi_s, \theta_p] = [90^\circ, 90^\circ]$; (c) 肘关节运动; (d) 腕关节运动: 弯曲运动 $\pm 60^\circ$ 、偏转运动 $\pm 60^\circ$ 。

小, 这证明了所建立绳驱动关节运动学模型的正确性。

6.4 机械臂运动测试

机械臂的运动规划是基于指数映射进行的。图13(a)给出了生成的直线轨迹, 机械臂采用所提出的运动规

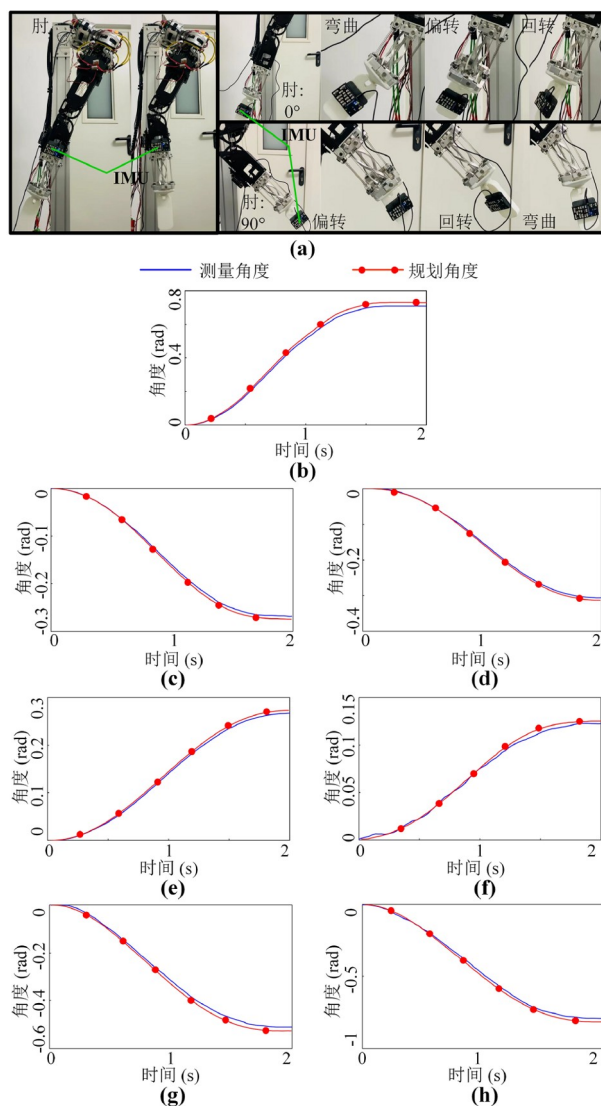


图12 (网络版彩图) 绳驱动关节运动角度测量。(a) IMU布置; (b) 肘关节运动; (c) 肘关节 0° 时腕关节弯曲; (d) 肘关节 90° 时腕关节弯曲; (e) 肘关节 0° 时腕关节偏转; (f) 肘关节 90° 时腕关节偏转; (g) 肘关节 0° 时腕关节回转; (h) 肘关节 90° 时腕关节回转。

Figure 12 (Color online) Joint angle measuring of the cable-driven joints. (a) IMU distribution; (b) elbow joint motion; (c) wrist bending with elbow at 0° ; (d) wrist bending with elbow at 90° ; (e) wrist tilting with elbow at 0° ; (f) wrist tilting with elbow at 90° ; (g) wrist rolling with elbow at 0° ; (h) wrist rolling with elbow at 90° .

划方法实现了三维空间中的直线轨迹运动. 图13(b)和(c)给出了运动过程中七个关节对应的电机角度的变化. 类似地, 如图14所示, 对机械臂进行了圆弧轨迹的运动规划, 同样记录了各关节电机角度. 实验结果表明, 所设计的机械臂具有跟踪不同轨迹的能力, 验证

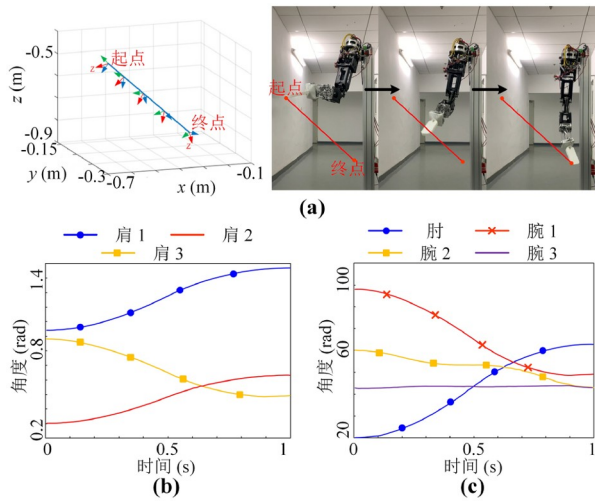


图 13 (网络版彩图)机械臂直线运动. (a) 直线轨迹; (b) 肩关节电机转角; (c) 肘、腕关节电机转角

Figure 13 (Color online) Linear trajectory motion of the arm. (a) Linear trajectory; (b) motor angles of shoulder joint; (c) motor angles of elbow and wrist joints.

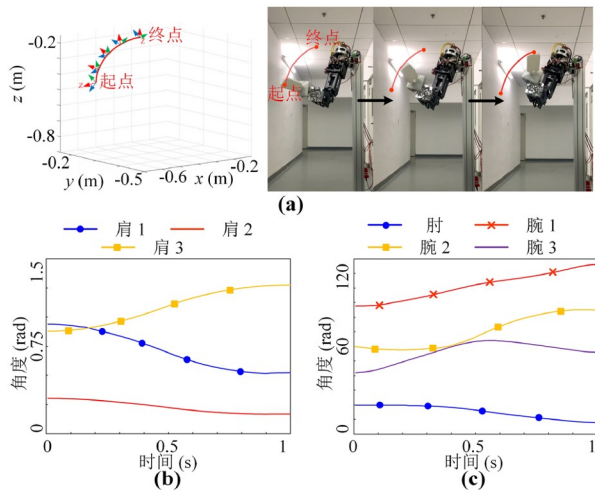


图 14 (网络版彩图)机械臂圆弧运动. (a) 圆弧轨迹; (b) 肩关节电机转角; (c) 肘、腕关节电机转角

Figure 14 (Color online) Circular trajectory motion of the arm. (a) Circular trajectory; (b) motor angles of shoulder joint; (c) motor angles of elbow and wrist joints.

了所提出的逆运动学模型和运动规划算法的可行性.

机械臂运动实际轨迹往往会偏离理想规划轨迹, 轨迹跟踪误差产生的主要原因如下: 首先, 零部件加工及装配误差, 会导致机械臂末端实际轨迹偏离理想轨迹; 其次, 由于绳索的弹性变形, 导致建立的绳索长度与关节角映射关系模型不准确, 进而造成轨迹误差; 然后, 未能在肘关节、腕关节处安装转动角度测量编码器, 无法获得肘关节、腕关节实际运动状态, 导致无法实现完整的位置控制闭环, 也会造成实际轨迹偏离理想轨迹; 最后, 机械臂受自重、外载的作用发生变形, 也会使得实际轨迹发生偏移.

机械臂驱动绳索在负载作用下会发生弹性变形, 尤其在高速运动及加减速阶段, 易引发系统弹性振动, 进而影响末端轨迹跟踪精度. 为抑制振动, 可采取以下策略: (1) 绳索张力控制, 安装绳索张力传感器, 实时测量绳索张力并形成闭环控制, 通过维持绳索张力恒定, 可有效抑制因张力波动引起的弹性振动; (2) 主动阻尼控制, 在关节角度控制回路中引入主动阻尼项, 增加系统的等效阻尼比, 可有效抑制弹性振动; (3) 前馈补偿控制, 基于绳索弹性变形模型, 计算期望运动对应的绳索伸长量, 在运动规划阶段对期望轨迹进行前馈补偿, 提前修正由于弹性变形引起的关节角度偏差, 减小动态跟踪误差.

6.5 机械臂负载能力测试

对机械臂末端负载能力进行了测试. 重物安装于机械臂的末端, 随着机械臂肘关节的运动, 负载被提起, 在此过程中肩关节和腕关节保持在初始状态. 依次将0.5、1.0、1.5和2.0 kg的重物悬挂在机械臂末端. 如图15所示, 肘关节在不同负载的作用下能够顺利从0°旋转到90°. 实验结果表明设计的绳驱动机械臂可提起负载为2 kg的重物.

6.6 机械臂潜在工程应用

基于所设计的绳驱动7-DOF拟人臂, 开展了单机机械臂、双机械臂分别完成指定任务案例仿真研究. 如图16(a)所示, 以太空操作场景中的常见任务插拔线缆为例, 插头母头固定不动, 机械臂末端夹持器抓取线缆插头公头, 逐步接近插头母头, 最终将线缆插头公头插入插头母头. 如图16(b)所示, 以操作场景中的常见任务液体试剂倾倒入为例, 一机械臂末端夹持器抓取

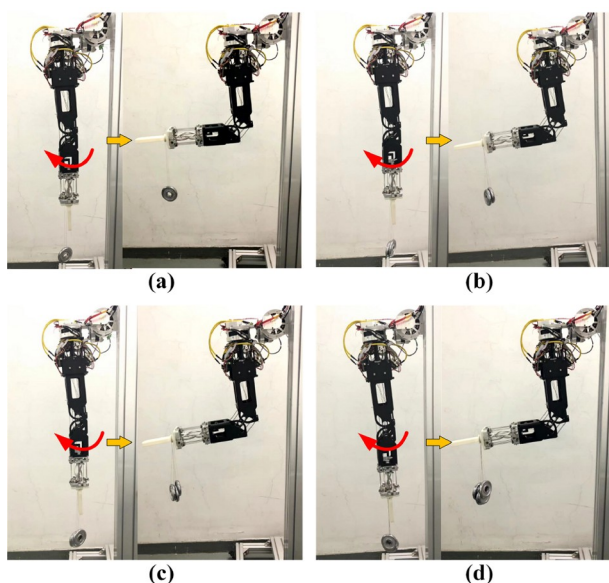


图 15 (网络版彩图)机械臂负载测试. (a) 0.5 kg; (b) 1.0 kg; (c) 1.5 kg; (d) 2.0 kg

Figure 15 (Color online) Load experiments of the arm. (a) 0.5 kg; (b) 1.0 kg; (c) 1.5 kg; (d) 2.0 kg.

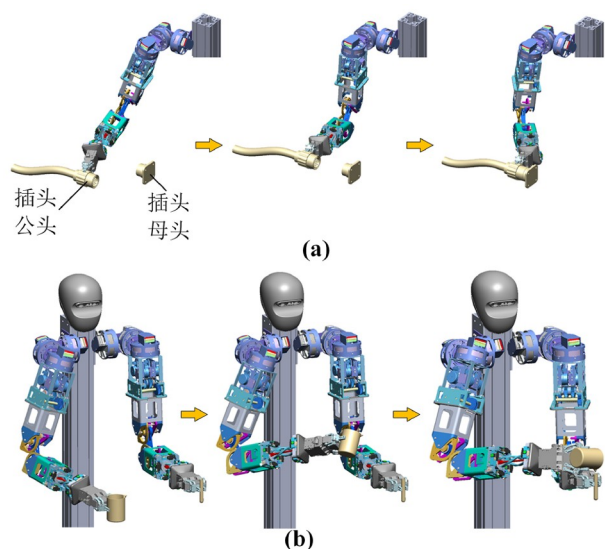


图 16 (网络版彩图)机械臂典型应用场景. (a) 插拔线缆任务; (b) 液体试剂倾倒任务

Figure 16 (Color online) Typical applications of the arms. (a) Cable plugging and unplugging task; (b) liquid reagent pouring task.

烧杯, 另一机械臂末端夹持器抓取试管, 在双臂的配合下将烧杯中的液体倒入试管中. 由以上案例仿真分析可以看出, 所设计的机械臂具有较高的实用价值.

实际应用场景下, 机械臂的碰撞检测必不可少. 对于本文所设计的机械臂, 可以采用基于关节力矩/电流监测的方法实现碰撞检测, 通过SEA关节上的两个编码器分别测量电机侧转角与输出侧转角, 即可实时计算弹性元件的变形量, 从而获得关节输出力矩; 当检测到力矩突变且超出预设阈值时, 即可判断发生碰撞. 其次, 可在机械臂表面布置触觉传感器, 直接感知接触时的受力信息, 具有检测精度高、响应速度快的优点. 此外, 还可以通过额外布置的相机, 识别机械臂工作环境中的物体, 通过实时避障路径规划避免发生碰撞.

7 结论

本文针对所提出的新型7-DOF绳驱动机械臂开展了机构设计、运动学建模、运动规划以及样机性能测试等研究. 设计了一种适用于3-DOF肩部的模块化SEA关节, 其具有灵活性高、模块化、结构紧凑、输出扭矩高等优点. 揭示了弹性元件参数对SEA关节刚度的影响规律, 提出了面向不同设计需求的弹性元件参数优化设计方法. 基于反平行四边形机构设计了绳驱动1-DOF肘关节和3-DOF腕关节, 可分别实现平面圆形滚动运动和空间球形滚动运动. 进行了机械臂逆运动学的求解, 在指数映射空间上开展了机械臂运动规划研究.

本文研制了7-DOF绳驱动机械臂原理样机, 该机械臂重4.86 kg、长0.77 m, 接近人体上肢参数. 用于肩关节的SEA关节刚度为501.5 Nm/rad, 采用具有不同参数的弹性元件可以获得不同的关节刚度. 关节运动试验结果表明, 肘关节最大弯曲角度为177.8°, 腕关节弯曲、偏转最大角度为90°, 回转运动可实现连续整周转动, 各关节具有良好的运动性能. 基于所提出的逆运动学和运动规划算法, 机械臂实现了空间直线和圆弧轨迹运动, 验证了所提出方法的有效性. 通过机械臂负载测试得到了机械臂末端最大负载能力为2.0 kg.

在未来研究工作中, 将研究绳索弹性变形引起的绳索长度变化对机械臂运动的影响, 此外, 还将开展绳索磨损、弹性元件疲劳及机械臂寿命测试, 建立部件、整臂失效模型和寿命预测方法, 识别潜在失效模式, 为改进和优化设计提供依据, 进而促进所设计机械臂的工程化推广应用.

参考文献

- 1 Li W J, Cheng D Y, Liu X G, et al. On-orbit service (OOS) of spacecraft: A review of engineering developments. *Prog Aerospace Sci*, 2019, 108: 32–120
- 2 Billard A, Kragic D. Trends and challenges in robot manipulation. *Science*, 2019, 364: eaat8414
- 3 Qian S, Zi B, Shang W W, et al. A review on cable-driven parallel robots. *Chin J Mech Eng*, 2018, 31: 66
- 4 Gosselin C. Cable-driven parallel mechanisms: State of the art and perspectives. *Mech Eng Rev*, 2014, 1: DSM0004
- 5 Peng J, Wu H, Liu T, et al. Workspace, stiffness analysis and design optimization of coupled active-passive multilink cable-driven space robots for on-orbit services. *Chin J Aeronautics*, 2023, 36: 402–416
- 6 Yang J, Peng H, Zhang J, et al. Dynamic modeling and beating phenomenon analysis of space robots with continuum manipulators. *Chin J Aeronautics*, 2022, 35: 226–241
- 7 Yang G, Lin W, Kurbanhusen M S, et al. Kinematic design of a 7-DOF cable-driven humanoid arm: A solution-in-nature approach. In: *Proceedings of the 2005 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*. IEEE, 2005. 444–449
- 8 Pang S, Shang W, Zhang F, et al. Design and stiffness analysis of a novel 7-DOF cable-driven manipulator. *IEEE Robot Autom Lett*, 2022, 7: 2811–2818
- 9 Lens T, Stryk O. Design and dynamics model of a lightweight series elastic tendon-driven robot arm. In: *Proceedings of the 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 2013. 4512–4518
- 10 Tsumaki Y, Suzuki Y, Sasaki N, et al. A 7-DOF wire-driven lightweight arm with wide wrist motion range. In: *Proceedings of the 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 2018. 8206–8211
- 11 Xiao H, Tang J, Lyu S, et al. Design and implementation of a synergy-based cable-driven humanoid arm with variable stiffness. *J Mech Robotics*, 2024, 16: 041002
- 12 Kim Y J. Anthropomorphic low-inertia high-stiffness manipulator for high-speed safe interaction. *IEEE Trans Robot*, 2017, 33: 1358–1374
- 13 Kim Y J, Kim J I, Jang W. Quaternion joint: Dexterous 3-DOF joint representing quaternion motion for high-speed safe interaction. In: *Proceedings of the 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 2018. 935–942
- 14 Chen Y, Zhang X, Huang Y, et al. Kinematics optimization of a novel 7-DOF redundant manipulator. *Robotics Autonomous Syst*, 2023, 163: 104377
- 15 Wang B, Zhang T, Chen J, et al. A modular cable-driven humanoid arm with anti-parallelgram mechanisms and Bowden cables. *Front Mech Eng*, 2023, 18: 6
- 16 Wu K, Yu J, Zong G, et al. A family of rotational parallel manipulators with equal-diameter spherical pure rotation. *J Mech Robotics*, 2014, 6: 011008
- 17 Pratt G A, Williamson M M. Series elastic actuators. In: *Proceedings of the 1995 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 1995. 399–406
- 18 Arnaldo G L J, Rafael M A, Antônio B F. Series elastic actuator: Design, analysis and comparison. *Recent Adv Rob Syst*, 2016, 1: 203–234
- 19 Veneman J F, Ekkelenkamp R, Kruidhof R, et al. Design of a series elastic-and Bowden cable-based actuation system for use as torque-actuator in exoskeleton-type training. In: *Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics*. IEEE, 2005. 496–499
- 20 Wyeth G. Demonstrating the safety and performance of a velocity sourced series elastic actuator. In: *Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 2008. 3642–3647
- 21 Carpino G, Accoto D, Sergi F, et al. A novel compact torsional spring for series elastic actuators for assistive wearable robots. *J Mech Des*, 2012, 134: 121002
- 22 Qian Y, Han S, Aguirre-Ollinger G, et al. Design, modeling, and control of a reconfigurable rotary series elastic actuator with nonlinear stiffness for assistive robots. *Mechatronics*, 2022, 86: 102872
- 23 Dong D, Ge W, Convens B, et al. Design, optimization and energetic evaluation of an efficient fully powered ankle-foot prosthesis with a series elastic actuator. *IEEE Access*, 2020, 8: 61491–61503
- 24 de Gea Fernández J, Yu B, Bargsten V, et al. Design, modelling and control of novel series-elastic actuators for industrial robots. *Actuators*, 2020, 9: 6
- 25 Denavit J, Hartenberg R S. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices. *J Appl Mech*, 1955, 22: 215–221

- 26 Brockett R W. Robotic manipulators and the product of exponentials formula. In: Proceedings of the Mathematical Theory of Networks and Systems. 2005. 120–129
- 27 Paul R P. Robot Manipulators: Mathematics, Programming, and Control: The Computer Control of Robot Manipulators. Massachusetts: MIT Press, 1981
- 28 Lynch K M, Park F C. Modern Robotics: Mechanics, Planning, and Control. Cambridge: Cambridge University Press, 2017
- 29 Murray R M, Li Z, Sastry S S. A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation. Leiden: CRC Press, 2017
- 30 Rabinowitz P. Numerical Methods for Nonlinear Algebraic Equations. Philadelphia: Gordon & Breach Science Publishers, 1970
- 31 Whitney D. Resolved motion rate control of manipulators and human prostheses. [IEEE Trans Man Mach Syst](#), 1969, 10: 47–53
- 32 Wampler C. Manipulator inverse kinematic solutions based on vector formulations and damped least-squares methods. [IEEE Trans Syst Man Cybern](#), 1986, 16: 93–101
- 33 Sugihara T. Solvability-unconcerned inverse kinematics by the Levenberg-Marquardt method. [IEEE Trans Robot](#), 2011, 27: 984–991

A novel 7-DOF cable-driven robotic arm with modular series-elastic-actuator joint

XU Kun¹, TANG JianYin¹, WANG YaoBing², ZHAO ZhiJun², ZHANG Tao¹,
XIAO Hang¹ & DING XiLun¹

¹ School of Mechanical Engineering and Automation, Beihang University, Beijing 100191, China

² Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China

Cable-driven humanoid robotic arms have the advantages of lightweight, large workspace, high payload-to-weight ratio, high speed. This paper proposes a novel 7-DOF cable-driven robotic arm with modular series-elastic-actuator (SEA) joint, which balances the joint flexibility, high dynamics and high output torque. The modular SEA joint for the 3-DOF shoulder is designed and analyzed. The cable-driven 1-DOF elbow and 3-DOF wrist joints are developed based on the anti-parallelogram mechanism, which satisfies the lightweight requirement. The forward kinematic model is established, and the inverse kinematics problem is solved. Motion planning on exponential mapping space is conducted. Experiments on developed prototype are performed to verify the arm performance. The arm total mass and length are 4.86 kg and 0.77 m, which are similar to those of a human arm. The joint motion experiment results show that the arm has good motion performance, which verifies the feasibility of the joint design. Linear and circular trajectory motions are realized with the proposed motion planning algorithms. The maximum load weight of the arm is 2.0 kg. The proposed robotic arm consists of modular SEA should joint, cable-driven elbow and wrist joints, which makes the arm have the advantages of good flexibility, large out-put torque, easy installation and maintenance.

robotic arm, cable-driven, modular joint, anti-parallel mechanism, kinematic analysis

doi: [10.1360/SST-2025-0265](https://doi.org/10.1360/SST-2025-0265)