中国科学: 技术科学 2025 年 第 55 卷 第 10 期: 1776 ~ 1790
SCIENTIA SINICA Technologica techcn.scichina.com
《中国科学》杂志社 SCIENCE CHINA PRESS
论 文

考虑预设性能约束和执行器故障的自由漂浮空间机械臂固定时间容错控制

李佳玮, 曹喜滨*, 刘明

微小型航天器快速设计与智能集群全国重点实验室, 哈尔滨 150001
* E-mail: xbcao@hit.edu.cn

收稿日期: 2025-04-01; 接受日期: 2025-08-11; 网络版发表日期: 2025-10-13
国家自然科学基金委员会基础科学中心项目(批准号: 62188101)、国家重点研发计划(编号: 2024YFF0504702)、国家自然科学基金(批准号: 62273116)和思源人工智能科学与技术协同创新联盟基金(编号: HTKJ2023SY502003)资助

摘要 针对考虑预设性能约束的自由漂浮空间机械臂受到执行器故障及外界扰动等安全失控因素影响的问题, 本文提出了一种基于预设性能调节函数和迭代学习滑模观测器的自适应固定时间滑模容错控制策略. 首先, 为了满足空间机械臂关节角度跟踪误差的预设性能约束, 本文设计了一种固定时间正切型预设性能调节函数, 可以直接引入到控制器中从而避免对系统动力学模型进行复杂变换. 其次, 设计了一种迭代学习滑模观测器对关节执行器失效故障进行重构, 在观测器中引入滑模项对多源扰动进行解耦抑制从而保证故障重构精度. 最后, 基于固定时间稳定理论设计了一种包含反双曲正切函数的非奇异终端滑模面, 该滑模面消除了切换奇异问题并有效减弱了抖振现象. 进一步结合自适应估计抗扰方法设计了一种固定时间滑模容错控制器, 以实现存在上述情况下的空间机械臂高精度控制. 数值仿真实验结果显示, 在所提出控制策略的作用下, 空间机械臂可以在理想时间内实现高精度关节轨迹跟踪, 且相关状态始终满足预设性能约束, 证明了本文所提控制策略的有效性.

关键词 预设性能约束, 执行器故障, 迭代学习观测器, 固定时间稳定, 容错控制

1 引言

随着航天技术的发展, 空间在轨服务任务的需求也愈发多元化. 空间机械臂作为执行在轨服务任务的重要机构, 其在太空碎片清理、在轨燃料加注以及非合作目标消旋等空间任务中发挥着不可替代的作用[1~8]. 空间机械臂的工作模式通常分为自由漂浮模式、自由飞行模式和受控飞行模式, 其中自由漂浮模式是空间机械臂的基座卫星位置和姿态均不受主动控制作用; 自由飞行模式是基座卫星的姿态受到主动控制作用而位置不受到主动控制作用; 受控飞行模式是基座卫星的位置和姿态均受到主动控制作用. 空间机械臂在执行任务中为了节省燃料通常选择自由漂浮模式, 即关节轨迹跟踪控制. 因此空间机械臂的关节空间轨迹跟踪控制一直是研究热点[9,10].

近年来研究人员对机械臂轨迹跟踪控制研究进行

引用格式: 李佳玮, 曹喜滨, 刘明. 考虑预设性能约束和执行器故障的自由漂浮空间机械臂固定时间容错控制. 中国科学: 技术科学, 2025, 55: 1776–1790
Li J W, Cao X B, Liu M. Fixed-time fault-tolerant control for free-floating space manipulator with prescribed performance constraints and actuator faults (in Chinese). Sci Sin Tech, 2025, 55: 1776–1790, doi: 10.1360/SST-2025-0065

© 2025 《中国科学》杂志社

了大量探索，例如自抗扰控制、模型预测控制、基于强化学习的智能控制、滑模控制等. 自抗扰控制方法对精确模型的依赖程度较低，对于外界扰动的抑制能力较强，工程应用较为广泛[11,12]. 模型预测控制方法在实际工程应用中也取得了较好的效果[13,14]，尤其对于输入受限约束问题，其具有非常灵活的处理能力. 但是当系统模型是复杂非线性系统时其预测模型的精准度会受到一定影响. 基于强化学习的智能控制方法不会受到非线性系统模型的影响，而且基于强化学习的控制策略不需要精细调整控制参数[15]，但是其训练依赖大量的交互数据，很难进行在轨部署应用. 滑模控制方法作为一种经典的非线性系统控制方法，在可以保证控制系统瞬态性能和稳定精度的同时对外界扰动具有一定的鲁棒性[16,17]，但是在设计过程中需要考虑切换奇异问题和抖振现象对控制系统的影响.

然而上述大多数方法只能保证系统的渐近稳定性，为了进一步提升控制系统的响应速度和跟踪精度，有限时间稳定的概念被学者提出. Korayem和Nekoo[18]研究了具有状态非线性和控制非线性的时变系统的有限时间最优控制和次最优控制，并对相关方程施加有限时间约束将其变为状态相关的微分黎卡提方程，并提供了稳定性分析. 然而有限时间控制策略的收敛时间上界依赖于系统的初始条件. 为了克服这一缺点，固定时间稳定的概念被提出[19]. 其最重要的性质是系统收敛时间上界与初始状态无关，仅由系统参数决定. 固定时间控制策略在机械臂跟踪控制领域同样得到了广泛应用[20~25]. Jin等人[26]研究了自由漂浮空间机器人的任务空间跟踪控制问题，基于固定时间扩展状态观测器提出了一种固定时间位姿控制方法. Zhang等人[27]为了提高气动人造肌肉驱动多自由度机械臂的控制性能, 提出了一种固定时间角度跟踪控制策略.

在实际应用中除了需要考虑系统收敛时间还需要考虑系统的瞬态/稳态性能约束和容错性能[28~30]. 空间机械臂状态跟踪误差需要满足期望的稳态精度，同时在太空环境中工作时机械臂执行器容易发生失效故障, 其会对空间机械臂的安全造成严重影响, 并且太空环境中存在复杂的环境干扰，因此有必要对机械臂控制系统进行输出状态约束设计和抗扰设计. Zhang等人[31]提出了一种基于预设性能的快速收敛非奇异终端滑模自适应控制律. Shao等人[32]针对复杂约束下空间非合作目标安全抵近问题，提出了自适应预设性能控制方法，构建了一类固定时间收敛的性能函数，并将运动约束和任务要求(如时间、超调和精度等)统一转换为跟踪误差的瞬态/稳态性能约束，克服了现有控制方法难以兼顾收敛时间和性能/运动约束的局限. Capisani等人[33]研究了机器人执行机构故障重构问题，提出了一种可以快速重构故障的方法，稳定性分析证明了重构误差可以收敛于0，该方法最大的优势是不依赖精确模型.

受上述研究的启发，本文提出了一种自适应固定时间容错控制策略，其可以保证同时受到预设性能约束及环境干扰影响的空间机械臂发生执行器故障时仍然可以实现高精度关节轨迹跟踪. 更具体地说, 本文的主要贡献包括以下几方面.

(1) 设计了一种新型固定时间正切型预设性能调节函数，避免了传统预设性能控制方法中复杂的模型变换过程, 同时可以使预设性能边界函数更快收敛.

(2) 设计了一种新型迭代学习滑模观测器, 其可以通过滑模项对外界扰动进行解耦抑制来保证观测器对机械臂执行器失效故障的重构精度.

(3) 设计了一种新型的非奇异固定时间滑模面, 其相比传统方法可以使状态误差具有更快的收敛速度同时避免奇异问题；并在控制器的设计过程中结合自适应估计方法对系统所受的外界扰动进行补偿，以确保系统状态可以在固定时间内收敛.

2　预备知识及问题描述

2.1　自由漂浮空间机械臂动力学模型

利用拉格朗日原理建立一般动力学方程[26]为

$$\mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}}+\mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}=\boldsymbol{\tau}, \tag{1}$$

式中，$\dot{\mathbf{q}}=\left[\boldsymbol{\omega}_b^{\mathrm{T}},\mathbf{v}_b^{\mathrm{T}},\dot{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^{n+6}$为广义自由度，$\mathbf{H},\mathbf{C}\in\mathbb{R}^{(n+6)\times(n+6)}$，$\boldsymbol{\omega}_b,\mathbf{v}_b\in\mathbb{R}^3$分别为基座卫星的角速度向量、线速度向量，$\boldsymbol{\theta}\in\mathbb{R}^n$为空间机械臂关节自由度，$\boldsymbol{\tau}=\left[\boldsymbol{\tau}_b^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\tau}_\theta^{\mathrm{T}}\right]\in\mathbb{R}^{n+6}$为空间机械臂的主动力矩. 其中，$\boldsymbol{\tau}_b\in\mathbb{R}^6$，$\boldsymbol{\tau}_\theta\in\mathbb{R}^n$分别为基座主动力矩、关节控制力矩. 本文研究对象为自由漂浮空间机械臂，其工作模式为基座不受到主动控制作用，只有关节受到主动控制作用, 因此可以得到如下方程:

$$\begin{bmatrix}\mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2\\ \mathbf{H}_3 & \mathbf{H}_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\omega}}_b\\ \dot{\mathbf{v}}_b\\ \ddot{\boldsymbol{\theta}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2\\ \mathbf{C}_3 & \mathbf{C}_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\omega}_b\\ \mathbf{v}_b\\ \dot{\boldsymbol{\theta}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ \boldsymbol{\tau}_\theta\end{bmatrix},\tag{2}$$

式中, $\mathbf{H}_1,\mathbf{C}_1\in\mathbb{R}^{6\times6}$, $\mathbf{H}_2,\mathbf{C}_2\in\mathbb{R}^{6\times n}$, $\mathbf{H}_3,\mathbf{C}_3\in\mathbb{R}^{n\times6}$, $\mathbf{H}_4,\mathbf{C}_4\in\mathbb{R}^{n\times n}$. 进一步整理为

$$\begin{cases}\mathbf{H}_1\ddot{\mathbf{x}}+\mathbf{H}_2\ddot{\boldsymbol{\theta}}+\mathbf{C}_1\dot{\mathbf{x}}+\mathbf{C}_2\dot{\boldsymbol{\theta}}=\mathbf{0},\\ \mathbf{H}_3\ddot{\mathbf{x}}+\mathbf{H}_4\ddot{\boldsymbol{\theta}}+\mathbf{C}_3\dot{\mathbf{x}}+\mathbf{C}_4\dot{\boldsymbol{\theta}}=\boldsymbol{\tau}_\theta,\end{cases}\tag{3}$$

式中, $\dot{\mathbf{x}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\omega}_b^{\mathrm{T}} & \mathbf{v}_b^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$, 最后可以得到自由漂浮空间机械臂动力学方程为

$$\begin{cases}\mathbf{H}_n\ddot{\boldsymbol{\theta}}+\mathbf{C}_n=\boldsymbol{\tau}_\theta,\\ \mathbf{H}_n=\mathbf{H}_4-\mathbf{H}_3\mathbf{H}_1^{-1}\mathbf{H}_2,\\ \mathbf{C}_n=\mathbf{C}_b-\mathbf{H}_3\mathbf{H}_1^{-1}\mathbf{C}_a,\\ \mathbf{C}_a=\mathbf{C}_1\dot{\mathbf{x}}+\mathbf{C}_2\dot{\boldsymbol{\theta}},\\ \mathbf{C}_b=\mathbf{C}_3\dot{\mathbf{x}}+\mathbf{C}_4\dot{\boldsymbol{\theta}}.\end{cases}\tag{4}$$

当空间机械臂受到执行器故障以及外界扰动等失控因素影响时, 其动力学方程变为

$$\mathbf{H}_n\ddot{\boldsymbol{\theta}}+\mathbf{C}_n=\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\tau}_\theta+\mathbf{d}_1,\tag{5}$$

式中, $\mathbf{d}_1$为模型不确定性以及环境干扰力矩造成的外界扰动, $\boldsymbol{\eta}$为故障因子矩阵, 其具体形式为

$$\boldsymbol{\eta}=\mathrm{diag}\{\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_n\},\tag{6}$$

式中, $0<\eta_i<1$. 为了便于下文公式推导, 对式(5)进一步等价变换可以得到

$$\begin{cases}\mathbf{H}_n\ddot{\boldsymbol{\theta}}+\mathbf{C}_n=\boldsymbol{\tau}_\theta+\mathbf{d}_1+\mathbf{d}_2,\\ \mathbf{d}_2=(\boldsymbol{\eta}-\mathbf{I})\boldsymbol{\tau}_\theta,\end{cases}\tag{7}$$

式中, $\mathbf{I}$为单位矩阵. 令$\boldsymbol{\theta}_d$为期望关节角轨迹, 定义关节角跟踪误差变量和关节角速度跟踪误差变量分别为$\boldsymbol{\xi}_1=\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{\theta}_d$和$\boldsymbol{\xi}_2=\dot{\boldsymbol{\theta}}-\dot{\boldsymbol{\theta}}_d$. 进一步可以得到空间机械臂误差动力学方程为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\xi}}_1=\boldsymbol{\xi}_2,\\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_2=\mathbf{H}_n^{-1}(\boldsymbol{\tau}_\theta+\mathbf{d}_1+\mathbf{d}_2-\mathbf{C}_n)-\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d.\end{cases}\tag{8}$$

2.2 相关引理及假设

引理1[34] 对于非线性系统$\dot{\mathbf{x}}=\mathbf{f}(\mathbf{x})$, 如果存在一个连续正定函数$\mathbf{V}(\mathbf{x})$满足如下不等式:

$$\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{x})\leqslant-\alpha\mathbf{V}^{r_1}(\mathbf{x})-\beta\mathbf{V}^{r_2}(\mathbf{x})+\xi,\tag{9}$$

其中参数满足$\alpha>0$, $\beta>0$, $0<r_1<1$, $r_2>1$, $\xi>0$, 则该非线性系统是全局固定时间稳定的. 并且该系统状态量最后收敛于如下集合:

$$\left\{\mathbf{x}\left|\mathbf{V}(\mathbf{x})\leqslant\min\left\{\left(\frac{\xi}{f_1\alpha}\right)^{1/r_1},\left(\frac{\xi}{f_1\beta}\right)^{1/r_2}\right\}\right.\right\}.\tag{10}$$

同时系统到达稳态的时间满足

$$T\leqslant\frac{1}{\alpha(1-r_1)}+\frac{1}{\beta(r_2-1)}.\tag{11}$$

引理2[10] 对于非线性系统$\dot{\mathbf{x}}=\mathbf{f}(\mathbf{x})$, 如果存在一个连续正定函数$\mathbf{V}(\mathbf{x})$满足如下不等式:

$$\dot{\mathbf{V}}(\mathbf{x})\leqslant-(\alpha\mathbf{V}^{r_1}(\mathbf{x})+\beta\mathbf{V}^{r_2}(\mathbf{x}))^{\gamma},\tag{12}$$

其中参数满足$r_1\gamma<1$, $r_2\gamma>1$且α, β, r_1, r_2, $\gamma>0$, 则该非线性系统是全局固定时间稳定的. 同时系统到达稳态的时间满足

$$T\leqslant\frac{1}{\alpha^{\gamma}(1-\gamma r_1)}+\frac{1}{\beta^{\gamma}(\gamma r_2-1)}.\tag{13}$$

假设1 $\|\mathbf{D}_1\|\leqslant\bar{d}_1$, $\bar{d}_1\leqslant\beta_2$. $\mathbf{D}_1$为下文出现的复合干扰, $\bar{d}_1,\beta_2>0$, 假设1说明干扰是有界的.

假设2 $\|\mathbf{D}_1\|^2\leqslant\hat{\varpi}_1+\hat{\varpi}_2Z+\hat{\varpi}_3Z^2$, 其中$\hat{\varpi}_1>0$, $\hat{\varpi}_2>0$, $\hat{\varpi}_3>0$. Z是与系统状态有关的函数, 其具体形式将在下文给出, 假设2说明干扰量范数的平方是有界的.

2.3 控制问题描述

空间机械臂在存在外界干扰的太空环境中执行在轨任务时其状态跟踪误差需要受到预设性能约束, 并考虑到其执行器发生了失效故障, 在这种情况下不但要保证控制系统的稳定性而且要保证其响应速度和跟踪精度. 本文针对以上问题与需求, 设计了一种基于正切型预设性能调节函数和迭代学习滑模观测器的自适应固定时间容错控制器, 使得存在执行器故障及外界干扰的情况下, 系统状态误差在固定时间内收敛且与初始状态无关, 同时关节角度跟踪误差满足预设性能约束.

3　固定时间正切型预设性能调节函数设计

空间机械臂关节角过大会对机构安全产生不良影响, 为了保证空间机械臂具有良好的动态性能, 可以对其状态跟踪误差设置约束. 受到Yan等人[19]的启发, 本文设计了一种固定时间正切型预设性能调节函数将关节角度跟踪误差限制在预先设定的允许范围内. 定义如下形式的固定时间预设性能调节函数来描述此类约束:

$$\rho_i(t)=\begin{cases}\left(\rho_{i0}-\dfrac{t}{\Pi\Theta\Gamma}\right)\mathrm{e}^{\frac{-\Theta\Gamma t}{\Gamma-t}}, & t\leqslant\Gamma,\\ \rho_{i\infty}, & t>\Gamma,\end{cases}\tag{14}$$

式中, ρ_{i0}, $\rho_{i\infty}$, Θ, Γ为待设计的参数, 通过对这些参数进行设计可以获得期望的时域特性. 根据上式, 需要满足的预设性能约束为

$$-\rho_i(t)<\xi_{1i}<\rho_i(t).\tag{15}$$

根据上式可以得出结论, 只需要满足条件$|\xi_{1i}(0)|<\rho_i(0)$, 关节角度跟踪误差就会满足预先设定的性能边界函数. 进一步定义约束转换误差为

$$m_i=\frac{\xi_{1i}}{\rho_i}.\tag{16}$$

对上式进行分析可知, 当预设性能约束被满足时, 可以得到$-1<m_i<1$; 当关节角度跟踪误差靠近边界函数时, $|m_i|\to 1$. 根据其性质, 可以构造如下形式的函数:

$$f_1=k_z m_i\tan(\pi m_i/2),\tag{17}$$

式中, $k_z>0$. 对上式函数进行分析可知, 当状态量ξ_{2i}接近约束边界ρ_i时, $m_i\to 1$, 即得到$\tan(\pi m_i/2)\to\infty$. 当$m_i>0$时, $\tan(\pi m_i/2)>0$; 当$m_i<0$时, $\tan(\pi m_i/2)<0$, 根据以上性质可以将上式函数直接引入控制器中来使系统状态误差满足预设性能约束. 同时可以根据实际应用场景调整各项参数来得到合理的控制律.

注释1　若选择较大的参数k_z, 当系统状态量接近预设性能约束边界时会产生较大的力矩, 其可提高系统状态的收敛速度但需考虑执行器的实际承受能力; 若选择较小的参数k_z, 则其对于状态量的约束效果可能较弱. 因此需要结合实际任务背景选择合适的模型参数.

4　迭代学习滑模观测器设计

为了对空间机械臂的执行器失效故障进行重构补偿, 同时考虑到关节干扰力矩会影响观测器的重构精度, 本文设计一种迭代学习滑模观测器如下:

$$\begin{cases}\dot{\hat{\xi}}_1=\hat{\xi}_2-\boldsymbol{\psi}_1\hat{\xi}_1,\\ \dot{\hat{\xi}}_2=\mathbf{H}_n^{-1}\boldsymbol{\tau}_\theta+\hat{\mathbf{D}}_2-\boldsymbol{\varphi}-\boldsymbol{\psi}_2\hat{\xi}_1-\mathbf{H}_n^{-1}\mathbf{C}_n-\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d,\\ \boldsymbol{\varphi}=-\beta_2\mathrm{sign}(\boldsymbol{\Phi}\xi_2),\\ \mathbf{D}_2=\mathbf{H}_n^{-1}\mathbf{d}_2,\\ \hat{\mathbf{D}}_2(t)=\Pi\hat{\mathbf{D}}_2(t-\Delta T)+\boldsymbol{\Phi}\xi_2,\end{cases}\tag{18}$$

式中, $\xi_1=\xi_1-\hat{\xi}_1$, $\xi_2=\xi_2-\hat{\xi}_2$为状态估计误差; $\boldsymbol{\psi}_1$, $\boldsymbol{\psi}_2$, $\boldsymbol{\Phi}$均为待设计的参数矩阵, 其中参数β_2, $\Pi>0$. 令上式与式(8)相减可以得到如下形式的观测器误差动力学方程:

$$\begin{cases}\dot{\xi}_1=\xi_2+\boldsymbol{\psi}_1\xi_1,\\ \dot{\xi}_2=\tilde{\mathbf{D}}_2+\boldsymbol{\varphi}+\boldsymbol{\psi}_2\xi_1+\mathbf{H}_n^{-1}\mathbf{d}_1,\\ \mathbf{D}_2=\mathbf{H}_n^{-1}\mathbf{d}_2,\boldsymbol{\varphi}=-\beta_2\mathrm{sign}(\boldsymbol{\Phi}\xi_2),\\ \tilde{\mathbf{D}}_2(t)=\Pi\tilde{\mathbf{D}}_2(t-\Delta T)-\boldsymbol{\Phi}\xi_2\\ \qquad\quad+\mathbf{D}_2(t)-\Pi\mathbf{D}_2(t-\Delta T).\end{cases}\tag{19}$$

定理1 对于式(19), 当其参数矩阵满足如下条件:

$$2\mathbf{A}\boldsymbol{\psi}_1+\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}+\gamma_2\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Phi}<0,\tag{20}$$

$$\mathbf{I}-\gamma_2\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Phi}+\gamma_2\boldsymbol{\psi}_2\boldsymbol{\psi}_2<0,\tag{21}$$

$$\gamma_2=\gamma_1+1,\tag{22}$$

$$\Pi^2(b+\gamma_2)-1<0,\tag{23}$$

γ_1, b为下文证明过程中出现的小正数, 本文所设计的迭代学习滑模观测器对状态变量ξ_1, ξ_2, $\mathbf{D}_2$的观测重构误差ξ_1, ξ_2, $\tilde{\mathbf{D}}_2(t)$是最终一致有界的.

证明　选取Lyapunov函数为

$$\mathbf{V}_2=\xi_1^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\xi_1+\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\xi_2+\int_{t-\Delta T}^{t}\tilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{D}}_2\mathrm{d}\sigma,\tag{24}$$

式中, $\mathbf{A}$, $\boldsymbol{\Phi}$均为正定对角矩阵, 对上式求导可以得到

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{V}}_2=&2\xi_1^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\dot{\xi}_1+2\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\dot{\xi}_2+\tilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t)\tilde{\mathbf{D}}_2(t)\\ &-\tilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t-\Delta T)\tilde{\mathbf{D}}_2(t-\Delta T).\end{aligned}\tag{25}$$

进一步将各项导数代入上式可以得到

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{V}}_2 =& 2\xi_1^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\left(\xi_2+\boldsymbol{\psi}_1\xi_1\right)+\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t)\widetilde{\mathbf{D}}_2(t)\\&+2\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{D}_1+\boldsymbol{\varphi})+\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t)\widetilde{\mathbf{D}}_2(t)\\&-\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t-\Delta T)\widetilde{\mathbf{D}}_2(t-\Delta T)\\&+2\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\left(\widetilde{\mathbf{D}}_2+\boldsymbol{\psi}_2\xi_1\right),\end{aligned}\tag{26}$$

式中, $\mathbf{D}_1=\mathbf{H}_n^{-1}\mathbf{d}_1$. 进一步展开可以得到

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{V}}_2 =& -\gamma_1\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t)\widetilde{\mathbf{D}}_2(t)+2\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\widetilde{\mathbf{D}}_2\\&+2\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\mathbf{D}_1+2\gamma_2\xi_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}_2\boldsymbol{\Phi}\xi_1\\&+(1+\gamma_1)\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t)\widetilde{\mathbf{D}}_2(t)+2\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\varphi}\\&+2\xi_1^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\boldsymbol{\psi}_1\xi_1+2\xi_1^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\xi_2\\&-\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t-\Delta T)\widetilde{\mathbf{D}}_2(t-\Delta T).\end{aligned}\tag{27}$$

对上式进一步放缩可以得到

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{V}}_2 =& (1+\gamma_1)\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t)\widetilde{\mathbf{D}}_2(t)+2\xi_1^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\boldsymbol{\psi}_1\xi_1\\&+\xi_1^{\mathrm{T}}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\xi_1-\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t-\Delta T)\widetilde{\mathbf{D}}_2(t-\Delta T)\\&+\gamma_2\xi_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Phi}\xi_1+\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\psi}_2\boldsymbol{\psi}_2\xi_2+\xi_2^{\mathrm{T}}\xi_2\\&+2\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\varphi}+2\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\widetilde{\mathbf{D}}_1\\&+2\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\widetilde{\mathbf{D}}_2-\gamma_1\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t)\widetilde{\mathbf{D}}_2(t).\end{aligned}\tag{28}$$

对于$\gamma_2\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}\widetilde{\mathbf{D}}_2$项展开并化简可以得到

$$\begin{aligned}\gamma_2\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}\widetilde{\mathbf{D}}_2 =& \gamma_2\Delta\mathbf{D}_2^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{D}_2+\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Phi}\xi_2\\&-2\gamma_2\Pi\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t-\Delta T)\boldsymbol{\Phi}\xi_2-2\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\Delta\mathbf{D}_2\\&+\gamma_2\Pi^2\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t-\Delta T)\widetilde{\mathbf{D}}_2(t-\Delta T)\\&+2\gamma_2\Pi\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t-\Delta T)\Delta\mathbf{D}_2,\end{aligned}\tag{29}$$

式中, $\Delta\mathbf{D}_2=\mathbf{D}_2(t)-\Pi\mathbf{D}_2(t-\Delta T)$, 将上式代入式(28)可以得到

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{V}}_2 =& \xi_1^{\mathrm{T}}(2\mathbf{A}\boldsymbol{\psi}_1+\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}+\gamma_2\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Phi})\xi_1\\&+2\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\varphi}+\mathbf{D}_1)+2\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\widetilde{\mathbf{D}}_2-\gamma_1\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}\widetilde{\mathbf{D}}_2\\&+2\gamma_2\Pi\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t-\Delta T)\Delta\mathbf{D}_2+\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Phi}\xi_2\\&+\xi_2^{\mathrm{T}}(\mathbf{I}+\gamma_2\boldsymbol{\psi}_2\boldsymbol{\psi}_2)\xi_2+\gamma_2\Delta\mathbf{D}_2^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{D}_2\\&+(\gamma_2\Pi^2-1)\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t-\Delta T)\widetilde{\mathbf{D}}_2(t-\Delta T)\\&-2\gamma_2\Pi\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t-\Delta T)\boldsymbol{\Phi}\xi_2-2\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\Delta\mathbf{D}_2.\end{aligned}\tag{30}$$

令

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_1 =& 2\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\widetilde{\mathbf{D}}_2+\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Phi}\xi_2\\&-2\gamma_2\Pi\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t-\Delta T)\boldsymbol{\Phi}\xi_2-2\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\Delta\mathbf{D}_2,\end{aligned}\tag{31}$$

进一步整理可以得到

$$\mathbf{A}_1=-\gamma_2\xi_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Phi}\xi_2.\tag{32}$$

根据假设1和式(32), $\dot{\mathbf{V}}_2$项可以重新整理为

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{V}}_2 \leqslant& \xi_1^{\mathrm{T}}(2\mathbf{A}\boldsymbol{\psi}_1+\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}+\gamma_2\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Phi})\xi_1\\&+(\Pi^2(b+\gamma_2)-1)\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t-\Delta T)\widetilde{\mathbf{D}}_2(t-\Delta T)\\&+2(\bar{d}_1-\beta_2)\gamma_2\left\|\boldsymbol{\Phi}\xi_2\right\|-\gamma_1\widetilde{\mathbf{D}}_2^{\mathrm{T}}(t)\widetilde{\mathbf{D}}_2(t)\\&+\xi_2^{\mathrm{T}}(\mathbf{I}-\gamma_2\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Phi}+\gamma_2\boldsymbol{\psi}_2\boldsymbol{\psi}_2)\xi_2+\Delta_1,\end{aligned}\tag{33}$$

式中, $\Delta_1=\left(\gamma_2+\dfrac{\gamma_2^2}{b}\right)\Delta\mathbf{D}_2^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{D}_2$. 根据假设1、式(21)和(23), 定理1得证.

5 自适应固定时间滑模容错控制器设计

5.1 快速非奇异固定时间滑模面设计

本文设计的新型快速非奇异固定时间滑模面具体形式如下:

$$S_i=k_3\left(1+\xi_{1i}^2\right)^{\frac{1}{\vartheta}}\left(\arctan\xi_{1i}\right)^p+\frac{(\xi_{2i})^{\frac{1}{\vartheta}}}{\varrho+\iota(\arctan\xi_{1i})^{\nu-p}}.\tag{34}$$

当系统到达滑模面时, 对于系统误差在滑模面内的收敛情况, 可以提出如下定理.

定理2 当系统参数满足如下条件时:

$$2k_3^{\vartheta}\geqslant 1,\tag{35}$$

$$\varrho,\ \iota>0,\tag{36}$$

$$\vartheta\left(p+\frac{1}{\vartheta}\right)<2,\tag{37}$$

$$\vartheta\left(\nu+\frac{1}{\vartheta}\right)>2.\tag{38}$$

在滑模变量$\mathbf{S}$收敛到平衡点附近小邻域后, 在时间T_1内, 状态变量ξ_1和ξ_2均可以收敛到平衡点附近小邻域.

证明 先令式(34)等于0可以得到

$$\begin{aligned}S_i =& k_3\left(1+\xi_{1i}^2\right)^{\frac{1}{\vartheta}}\left(\arctan\xi_{1i}\right)^p\\&+\frac{(\xi_{2i})^{\frac{1}{\vartheta}}}{\varrho+\iota(\arctan\xi_{1i})^{\nu-p}}=0.\end{aligned}\tag{39}$$

上式可进一步转化为

$$S_i = k_3\left(1+\xi_{1i}^{2}\right)^{\frac{1}{\vartheta}}\left(\arctan\xi_{1i}\right)^{p}+\frac{\left(\dot{\xi}_{1i}\right)^{\frac{1}{\vartheta}}}{\varrho+\iota\left(\arctan\xi_{1i}\right)^{v-p}}=0. \tag{40}$$

令$\varsigma=\arctan(\xi_{1i})$, 对$\varsigma$求导可以得到

$$\dot{\varsigma}=\frac{\dot{\xi}_{1i}}{1+\xi_{1i}^{2}}. \tag{41}$$

因此式(39)可以进一步转化为

$$k_3\left(1+\xi_{1i}^{2}\right)^{\frac{1}{\vartheta}}\varsigma^{p}+\frac{\left(\dot{\xi}_{1i}\right)^{\frac{1}{\vartheta}}}{\varrho+\iota\varsigma^{v-p}}=0. \tag{42}$$

对其进一步转化可以得到

$$k_3^{\vartheta}\left(1+\xi_{1i}^{2}\right)\left(\varrho\varsigma^{p}+\iota\varsigma^{v}\right)^{\vartheta}+\dot{\xi}_{1i}=0. \tag{43}$$

进一步化简可以得到

$$-\dot{\varsigma}=k_3^{\vartheta}\left(\varrho\varsigma^{p}+\iota\varsigma^{v}\right)^{\vartheta}. \tag{44}$$

构造Lyapunov函数$\mathbf{V}_3=\varsigma^{2}$并对其求导, 可以得到

$$\dot{\mathbf{V}}_3=2\varsigma\dot{\varsigma}=-2k_3^{\vartheta}\varsigma\left(\varrho\varsigma^{p}+\iota\varsigma^{v}\right)^{\vartheta}. \tag{45}$$

进一步化简可以得到

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{V}}_3&=-\left(\left(2k_3^{\vartheta}\varsigma\right)^{\frac{1}{\vartheta}}\right)^{\vartheta}\left(\varrho\varsigma^{p}+\iota\varsigma^{v}\right)^{\vartheta}\\&=-\left(\left(2k_3^{\vartheta}\right)^{\frac{1}{\vartheta}}\left(\varsigma\right)^{\frac{1}{\vartheta}}\right)^{\vartheta}\left(\varrho\varsigma^{p}+\iota\varsigma^{v}\right)^{\vartheta}\\&=-2k_3^{\vartheta}\left(\varrho\mathbf{V}_3^{0.5\left(p+\frac{1}{\vartheta}\right)}+\iota\mathbf{V}_3^{0.5\left(v+\frac{1}{\vartheta}\right)}\right)^{\vartheta}.\end{aligned} \tag{46}$$

根据式(35)可得

$$\dot{\mathbf{V}}_3\leqslant-\left(\rho\mathbf{V}_3^{0.5\left(p+\frac{1}{\vartheta}\right)}+\iota\mathbf{V}_3^{0.5\left(v+\frac{1}{\vartheta}\right)}\right)^{\vartheta}. \tag{47}$$

根据式(36)~(38)及引理2可知, 再经过时间T_1后, 状态变量$\boldsymbol{\xi}_1$和$\boldsymbol{\xi}_2$收敛.

当滑模变量$\mathbf{S}$收敛到平衡点附近小邻域Ω_3时, 可依据上述证明过程进一步分析, 此时滑模面可重新变为如下形式:

$$\begin{aligned}S_i&=k_3\left(1+\left|\xi_{1i}\right|^{2}\right)^{\frac{1}{\vartheta}}\left(\arctan\left|\xi_{1i}\right|\right)^{p}+\frac{\left(\left|\xi_{2i}\right|\right)^{\frac{1}{\vartheta}}}{\varrho+\iota\left(\arctan\left|\xi_{1i}\right|\right)^{v-p}}\\&=\Omega_3.\end{aligned} \tag{48}$$

进一步变换可以得到

$$\begin{cases}\left(k_3-\dfrac{\Omega_3}{\left(1+\left|\xi_{1i}\right|^{2}\right)^{\frac{1}{\vartheta}}\left(\arctan\left|\xi_{1i}\right|\right)^{p}}\right)y_1=y_2,\\ y_1=\left(1+\left|\xi_{1i}\right|^{2}\right)^{\frac{1}{\vartheta}}\left(\arctan\left|\xi_{1i}\right|\right)^{p},\\ y_2=\dfrac{-\left(\left|\xi_{2i}\right|\right)^{\frac{1}{\vartheta}}}{\varrho+\iota\left(\arctan\left|\xi_{1i}\right|\right)^{v-p}}.\end{cases} \tag{49}$$

当满足如下条件时上式与式(39)等价:

$$k_3-\frac{\Omega_3}{\left(1+\left|\xi_{1i}\right|^{2}\right)^{\frac{1}{\vartheta}}\left(\arctan\left|\xi_{1i}\right|\right)^{p}}>0. \tag{50}$$

对上式进一步分析可得

$$\left(\arctan\left|\xi_{1i}\right|\right)^{p}>\frac{\Omega_{33}}{k_3}>\frac{\Omega_3}{k_3\left(1+\xi_{1i}^{2}\right)^{\frac{1}{\vartheta}}}. \tag{51}$$

即ξ_{1i}收敛于如下集合:

$$\left\{\xi_{1i}\middle|\left|\xi_{1i}\right|<\tan\left(\sqrt[p]{\Omega_3/k_3}\right)\right\}. \tag{52}$$

对ξ_{2i}分析可知,

$$\frac{\left(\left|\xi_{2i}\right|\right)^{\frac{1}{\vartheta}}}{\varrho+\iota\left(\arctan\left|\xi_{1i}\right|\right)^{v-p}}<\Omega_3\left(1-\frac{1}{k_3}\right). \tag{53}$$

进一步整理可知, ξ_{2i}收敛于如下集合:

$$\begin{cases}\left\{\xi_{2i}\middle|\left|\xi_{2i}\right|<\left(\bar{\varrho}\Omega_3\left(1-\dfrac{1}{k_3}\right)\right)^{\vartheta}\right\},\\ \bar{\varrho}=\varrho+\iota\left(\sqrt[p]{\dfrac{\Omega_3}{k_3}}\right)^{v-p}.\end{cases} \tag{54}$$

综上, 定理2得证.

5.2　自适应容错控制器设计

对于系统动力学方程式(8), 本节基于前文所设计的固定时间预设性能调节函数, 故障重构观测器和快速非奇异固定时间滑模面设计一种新型的自适应容错控制器如下:

$$\begin{aligned}\tau_\theta=&\mathbf{H}_n\left(\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d+\mathbf{H}_n^{-1}\mathbf{C}_n\right)-\mathbf{H}_n\hat{\mathbf{D}}_2-\mathbf{H}_n\tau_{d1}\\&-\mathbf{H}_n\tau_{d2}-\mathbf{H}_n\mathrm{diag}\left\{k_z m_i\tan\left(\frac{\pi}{2}m_i\right)\right\}\mathbf{S}\end{aligned}$$

$$-\frac{\mathbf{H}_n}{\chi(\|\mathbf{S}\|)}\left(j_1\mathrm{sign}\mathbf{S}+j_2\mathrm{sign}^{g_2}\mathbf{S}+j_3\mathrm{sign}^{g_1}\mathbf{S}\right)$$
$$-\mathbf{H}_n\frac{\mathbf{S}_n}{\epsilon_1^2}\left(\hat{\varpi}_1+\hat{\varpi}_2 Z+\hat{\varpi}_3 Z^2\right), \tag{55}$$

其中,

$$\begin{cases}\boldsymbol{\tau}_{d1}=\boldsymbol{\Phi}\mathrm{diag}\{\tau_{d11},\tau_{d12},\dots,\tau_{d1n}\},\\ \tau_{d1i}=\dfrac{2k_3}{\vartheta}\left(1+\xi_{1i}^2\right)^{\left(\frac{1}{\vartheta}-1\right)}\xi_{1i}\arctan\left(\xi_{1i}\right)^p\\ \qquad +pk_3\arctan\left(\xi_{1i}\right)^{p-1},\\ \boldsymbol{\Phi}=\mathrm{diag}\{\phi_1,\phi_2,\dots,\phi_n\},\\ \phi_i=\vartheta\xi_{2i}^{2-\frac{1}{\vartheta}}\left(\rho+\iota\arctan\left(\xi_{1i}\right)^{\nu-p}\right),\end{cases} \tag{56}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{\tau}_{d2}=\boldsymbol{\Xi}\mathrm{diag}\{\tau_{d21},\tau_{d22},\dots,\tau_{d2n}\},\\ \tau_{d2i}=\dfrac{-\iota(\nu-p)\dot{\xi}_{1i}(\arctan\xi_{1i})^{\nu-p-1}(\xi_{2i})^{\frac{1}{\vartheta}}}{\left(1+\xi_{1i}^2\right)\left(\varrho+\iota(\arctan\xi_{1i})^{\nu-p}\right)^2},\\ \boldsymbol{\Xi}=\mathrm{diag}\{\Xi_1,\Xi_2,\dots,\Xi_n\},\\ \Xi_i=\vartheta\left(\varrho+\iota\arctan\left(\xi_{1i}\right)^{\nu-p}\right)\xi_{2i},\end{cases} \tag{57}$$

$$\begin{cases}\mathbf{S}_n=\Upsilon\mathbf{S},\\ \Upsilon=\mathrm{diag}\{\Upsilon_1,\Upsilon_2,\dots,\Upsilon_n\},\\ \Upsilon_i=\dfrac{\xi_{2i}^{\left(\frac{1}{\vartheta}-1\right)}}{\vartheta\left(\varrho+\iota\arctan\left(\xi_{1i}\right)^{\nu-p}\right)},\end{cases} \tag{58}$$

$$\chi(\|\mathbf{S}\|)=s+(1-s)\mathrm{e}^{-1.1\|\mathbf{S}\|^2}, \tag{59}$$

$$Z=\|\boldsymbol{\xi}_1\|+\|\boldsymbol{\xi}_2\|^2, \tag{60}$$

式中, ϵ_1, s, j_1, j_2, j_3, g_1, g_2为待设计参数. 为了抑制复杂多源扰动的影响, 设计自适应估计参数更新律为

$$\begin{cases}\dot{\hat{\varpi}}_1=\iota_1\left(\dfrac{\|\mathbf{S}_n\|^2}{\epsilon_1^2}-\iota_{11}\hat{\varpi}_1\right),\\ \dot{\hat{\varpi}}_2=\iota_2\left(\dfrac{\|\mathbf{S}_n\|^2 Z}{\epsilon_1^2}-\iota_{22}\hat{\varpi}_2\right),\\ \dot{\hat{\varpi}}_3=\iota_3\left(\dfrac{\|\mathbf{S}_n\|^2 Z^2}{\epsilon_1^2}-\iota_{33}\hat{\varpi}_3\right),\end{cases} \tag{61}$$

式中, ι_1, ι_2, ι_3, ι_{11}, ι_{22}, ι_{33}为待设计参数, 对上述所提出的控制策略, 可得到如下定理.

定理3 对于存在复杂多源扰动的系统式(8), 通过设计快速非奇异固定时间滑模面式(34)、自适应容错控制器式(55)和自适应估计律式(61), 滑模面$\mathbf{S}$和误差状态变量ξ_1和ξ_2可以在固定时间内收敛至平衡点附近小邻域.

证明 构造Lyapunov函数为

$$\dot{\mathbf{V}}_4=\frac{1}{2}\mathbf{S}^{\mathrm{T}}\dot{\mathbf{S}}-\frac{1}{2\iota_1}\tilde{\varpi}_1^2-\frac{1}{2\iota_2}\tilde{\varpi}_2^2-\frac{1}{2\iota_3}\tilde{\varpi}_3^2, \tag{62}$$

其中各参数估计误差的定义为$\tilde{\varpi}_1=\varpi_1-\hat{\varpi}_1$, $\tilde{\varpi}_2=\varpi_2-\hat{\varpi}_2$, $\tilde{\varpi}_3=\varpi_3-\hat{\varpi}_3$. 对$\mathbf{V}_4$求导可得到

$$\dot{\mathbf{V}}_4=\mathbf{S}^{\mathrm{T}}\dot{\mathbf{S}}-\frac{1}{\iota_1}\tilde{\varpi}_1\dot{\hat{\varpi}}_1-\frac{1}{\iota_2}\tilde{\varpi}_2\dot{\hat{\varpi}}_2-\frac{1}{\iota_3}\tilde{\varpi}_3\dot{\hat{\varpi}}_3, \tag{63}$$

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{V}}_4=&\sum_{i=1}^{n}S_i\left(\frac{\omega\dot{\xi}_{1i}\xi_{1i}^{\frac{1}{\vartheta}}(\arctan\xi_{1i})^{\nu-p-1}}{\left(1+\xi_{1i}^2\right)(y_1)^2}\right)\\ &+\sum_{i=1}^{n}S_i\left(\frac{2k_3}{\vartheta}\xi_{1i}\dot{\xi}_{1i}(\arctan\xi_{1i})^p(k)^{\frac{1}{\vartheta}-1}\right)\\ &+\sum_{i=1}^{n}S_i\left(pk_3\dot{\xi}_{1i}(\arctan\xi_{1i})^{p-1}(k)^{\frac{1}{\vartheta}-1}\right)\\ &+\mathbf{S}^{\mathrm{T}}\mathrm{diag}\left\{\frac{1}{\vartheta_\rho+\vartheta_\iota(\arctan\xi_{1i})^{\nu-p}}\right\}\xi_2^{\frac{1}{\vartheta}-1}\dot{\boldsymbol{\xi}}_2\\ &-\frac{1}{\iota_1}\tilde{\varpi}_1\dot{\hat{\varpi}}_1-\frac{1}{\iota_2}\tilde{\varpi}_2\dot{\hat{\varpi}}_2-\frac{1}{\iota_3}\tilde{\varpi}_3\dot{\hat{\varpi}}_3.\end{aligned} \tag{64}$$

将式(8)代入上式可以得到

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{V}}_4=&\sum_{i=1}^{n}S_i\left(\frac{w\dot{\xi}_{1i}\xi_{1i}^{\frac{1}{\vartheta}}(\arctan\xi_{1i})^{\nu-p-1}}{k(y_1)^2}\right)\\ &+\sum_{i=1}^{n}S_i\left(\frac{2k_3}{\vartheta}\xi_{1i}\dot{\xi}_{1i}(\arctan\xi_{1i})^p(k)^{\frac{1}{\vartheta}-1}\right)\\ &+\sum_{i=1}^{n}S_i\left(pk_3\dot{\xi}_{1i}(\arctan\xi_{1i})^{p-1}(k)^{\frac{1}{\vartheta}-1}\right)\\ &-\frac{1}{\iota_1}\tilde{\varpi}_1\dot{\hat{\varpi}}_1-\frac{1}{\iota_2}\tilde{\varpi}_2\dot{\hat{\varpi}}_2-\frac{1}{\iota_3}\tilde{\varpi}_3\dot{\hat{\varpi}}_3\\ &+\mathbf{S}^{\mathrm{T}}\mathrm{diag}\left\{\frac{1}{\vartheta y_1}\right\}\xi_2^{\frac{1}{\vartheta}-1}\left(\mathbf{H}_n^{-1}\boldsymbol{\tau}_\theta\right)\\ &-\mathbf{S}^{\mathrm{T}}\mathrm{diag}\left\{\frac{1}{\vartheta y_1}\right\}\xi_2^{\frac{1}{\vartheta}-1}\left(\mathbf{H}_n^{-1}\mathbf{C}_n\right)\\ &+\mathbf{S}^{\mathrm{T}}\mathrm{diag}\left\{\frac{1}{\vartheta y_1}\right\}\xi_2^{\frac{1}{\vartheta}-1}\mathbf{H}_n^{-1}\mathbf{d}_1\\ &+\mathbf{S}^{\mathrm{T}}\mathrm{diag}\left\{\frac{1}{\vartheta y_1}\right\}\xi_2^{\frac{1}{\vartheta}-1}\mathbf{H}_n^{-1}\mathbf{d}_2\\ &-\mathbf{S}^{\mathrm{T}}\mathrm{diag}\left\{\frac{1}{\vartheta y_1}\right\}\xi_2^{\frac{1}{\vartheta}-1}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_d,\end{aligned} \tag{65}$$

其中,

$$\begin{cases} k = 1+\xi_{1i}^{2}, \\ w = -\iota(\nu-p), \\ y_1 = \varrho+\iota(\arctan\xi_{1i})^{\nu-p}. \end{cases} \tag{66}$$

将式(55)代入上式可以得到

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_4 = & -\frac{\mathbf{S}_n^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_n}{\epsilon_1^2}\left(\hat{\varpi}_1+\hat{\varpi}_2 Z+\hat{\varpi}_3 Z^2\right) \\ & -\sum_{i=1}^{n}\frac{j_1\Upsilon_i|S_i|}{\chi\left(\|\mathbf{S}\|\right)}+\mathbf{S}^{\mathrm{T}}\mathrm{diag}\left\{\frac{\xi_{2i}^{\frac{1}{\vartheta}-1}}{\vartheta y_1}\right\}\mathbf{H}_n^{-1}\mathbf{d}_1 \\ & -\mathbf{S}^{\mathrm{T}}\mathrm{diag}\{\Upsilon_i\}\,\mathrm{diag}\left\{m_i\tan\left(\frac{\pi}{2}m_i\right)\right\}\mathbf{S} \\ & -\frac{1}{\iota_1}\tilde{\varpi}_1\dot{\hat{\varpi}}_1-\frac{1}{\iota_2}\tilde{\varpi}_2\dot{\hat{\varpi}}_2-\frac{1}{\iota_3}\tilde{\varpi}_3\dot{\hat{\varpi}}_3 \\ & -\frac{\mathbf{S}_n^{\mathrm{T}}}{\chi\left(\|\mathbf{S}\|\right)}\left(j_2\mathrm{sign}^{g_2}\mathbf{S}+j_3\mathrm{sign}^{g_1}\mathbf{S}\right). \end{aligned} \tag{67}$$

根据注释1, 上式可进一步整理为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_4 \leqslant & -\frac{1}{\iota_1}\tilde{\varpi}_1\dot{\hat{\varpi}}_1-\frac{1}{\iota_2}\tilde{\varpi}_2\dot{\hat{\varpi}}_2-\frac{1}{\iota_3}\tilde{\varpi}_3\dot{\hat{\varpi}}_3 \\ & -\frac{\mathbf{S}_n^{\mathrm{T}}}{\chi\left(\|\mathbf{S}\|\right)}\left(j_2\mathrm{sign}^{g_2}\mathbf{S}+j_3\mathrm{sign}^{g_1}\mathbf{S}\right) \\ & -\frac{\mathbf{S}_n^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_n}{\epsilon_1^2}\left(\hat{\varpi}_1+\hat{\varpi}_2 Z+\hat{\varpi}_3 Z^2\right) \\ & +\mathbf{S}_n^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{H}_n^{-1}\mathbf{d}_1\right). \end{aligned} \tag{68}$$

将自适应估计律代入上式可以得到

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_4 \leqslant & -\frac{\mathbf{S}_n^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_n}{\epsilon_1^2}\left(\hat{\varpi}_1+\hat{\varpi}_2 Z+\hat{\varpi}_3 Z^2\right) \\ & +\mathbf{S}_n^{\mathrm{T}}\mathbf{H}_n^{-1}\mathbf{d}_1-\tilde{\varpi}_3\left(\frac{\|\mathbf{S}_n\|^2 Z^2}{\epsilon_1^2}-\iota_{33}\hat{\varpi}_3\right) \\ & -\tilde{\varpi}_3\left(\frac{\|\mathbf{S}_n\|^2 Z^2}{\epsilon_1^2}-\iota_{33}\hat{\varpi}_3\right)-\tilde{\varpi}_2\frac{\|\mathbf{S}_n\|^2 Z}{\epsilon_1^2} \\ & -\tilde{\varpi}_1\left(\frac{\|\mathbf{S}_n\|^2}{\epsilon_1^2}-\iota_{11}\hat{\varpi}_1\right)+\tilde{\varpi}_2\iota_{22}\hat{\varpi}_2 \\ & -\frac{\mathbf{S}_n^{\mathrm{T}}}{\chi(\|\mathbf{S}\|)}\left(j_2\mathrm{sign}^{g_2}\mathbf{S}+j_3\mathrm{sign}^{g_1}\mathbf{S}\right), \end{aligned} \tag{69}$$

进一步化简可以得到

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_4 \leqslant & -\frac{\mathbf{S}_n^{\mathrm{T}}}{\chi(\|\mathbf{S}\|)}\left(j_2\mathrm{sign}^{g_2}\mathbf{S}+j_3\mathrm{sign}^{g_1}\mathbf{S}\right) \\ & -\tilde{\varpi}_1\frac{\|\mathbf{S}_n\|^2}{\epsilon_1^2}-\tilde{\varpi}_2\frac{\|\mathbf{S}_n\|^2 Z}{\epsilon_1^2}-\tilde{\varpi}_3\frac{\|\mathbf{S}_n\|^2 Z^2}{\epsilon_1^2} \\ & -\frac{\mathbf{S}_n^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_n}{\epsilon_1^2}\left(\hat{\varpi}_1+\hat{\varpi}_2 Z+\hat{\varpi}_3 Z^2\right)+\|\mathbf{S}_n\|\|\mathbf{D}_1\| \\ & +\iota_{11}\tilde{\varpi}_1\hat{\varpi}_1+\iota_{22}\tilde{\varpi}_2\hat{\varpi}_2+\iota_{33}\tilde{\varpi}_3\hat{\varpi}_3. \end{aligned} \tag{70}$$

利用基本不等关系对上式进一步化简可以得到

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_4 \leqslant & -\tilde{\varpi}_1\frac{\|\mathbf{S}_n\|^2}{\epsilon_1^2}-\tilde{\varpi}_2\frac{\|\mathbf{S}_n\|^2 Z}{\epsilon_1^2}+\frac{\epsilon_1^2}{4} \\ & +\iota_{11}\tilde{\varpi}_1\hat{\varpi}_1+\iota_{22}\tilde{\varpi}_2\hat{\varpi}_2+\iota_{33}\tilde{\varpi}_3\hat{\varpi}_3 \\ & -\frac{\mathbf{S}_n^{\mathrm{T}}}{\chi\left(\|\mathbf{S}\|\right)}\left(j_2\mathrm{sig}^{g_2}\mathbf{S}+j_3\mathrm{sig}^{g_1}\mathbf{S}\right) \\ & -\frac{\|\mathbf{S}_n\|^2}{\epsilon_1^2}\left(\hat{\varpi}_1+\hat{\varpi}_2 Z+\hat{\varpi}_3 Z^2\right) \\ & -\tilde{\varpi}_3\frac{\|\mathbf{S}_n\|^2 Z^2}{\epsilon_1^2}+\frac{\|\mathbf{S}_n\|^2\|\mathbf{D}_1\|^2}{\epsilon_1^2}. \end{aligned} \tag{71}$$

根据假设2可以得到

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_4 \leqslant & -\tilde{\varpi}_1\frac{\|\mathbf{S}_n\|^2}{\epsilon_1^2}-\tilde{\varpi}_2\frac{\|\mathbf{S}_n\|^2 Z}{\epsilon_1^2}+\frac{\epsilon_1^2}{4} \\ & +\iota_{11}\tilde{\varpi}_1\hat{\varpi}_1+\iota_{22}\tilde{\varpi}_2\hat{\varpi}_2+\iota_{33}\tilde{\varpi}_3\hat{\varpi}_3 \\ & -\frac{\mathbf{S}_n^{\mathrm{T}}}{\chi\left(\|\mathbf{S}\|\right)}\left(j_2\mathrm{sign}^{g_2}\mathbf{S}+j_3\mathrm{sign}^{g_1}\mathbf{S}\right) \\ & -\tilde{\varpi}_3\frac{\|\mathbf{S}_n\|^2 Z^2}{\epsilon_1^2}. \end{aligned} \tag{72}$$

进一步整理可以得到

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_4 \leqslant & -\frac{j_2}{\chi(\|\mathbf{S}\|)}\sum_{i=1}^{n}\Upsilon_i S_i^{1+g_2}+\frac{\epsilon_1^2}{4} \\ & -\frac{j_3}{\chi(\|\mathbf{S}\|)}\sum_{i=1}^{n}\Upsilon_i S_i^{1+g_1}+\iota_{11}\tilde{\varpi}_1(-\tilde{\varpi}_1+\varpi_1) \\ & +\iota_{22}\tilde{\varpi}_2(-\tilde{\varpi}_2+\varpi_2)+\iota_{33}\tilde{\varpi}_3(-\tilde{\varpi}_3+\varpi_3). \end{aligned} \tag{73}$$

对于$s_1>0$, 可以得到如下不等关系:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_4 \leqslant & -\frac{j_2}{\chi(\|\mathbf{S}\|)}\sum_{i=1}^{n}\Upsilon_i S_i^{1+g_2} \\ & -\sum_{i=1}^{3}\frac{2s_1-1}{2s_1}\tilde{\varpi}_i^2+\sum_{i=1}^{3}\frac{s_1}{2}\varpi_i^2 \\ & -\frac{j_3}{\chi(\|\mathbf{S}\|)}\sum_{i=1}^{n}\Upsilon_i S_i^{1+g_1}+\frac{\epsilon_1^2}{4}. \end{aligned} \tag{74}$$

进一步整理可得

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{V}}_4 \leqslant & -\frac{2^{\frac{1+g_2}{2}} j_2}{\chi(\|\mathbf{S}\|)} \sum_{i=1}^{n} \Upsilon_i \left(\frac{1}{2} S_i^2\right)^{\frac{1+g_2}{2}} \\ & -\frac{2^{\frac{1+g_2}{2}} j_3}{\chi(\|\mathbf{S}\|)} \sum_{i=1}^{n} \Upsilon_i \left(\frac{1}{2} S_i^2\right)^{\frac{1+g_1}{2}} \\ & -\sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\Psi_i}{2\iota_{i1}} \widetilde{\varpi}_i^2\right)^{\frac{1+g_1}{2}} + \Delta_2 - \sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\Psi_i}{2\iota_{i1}} \widetilde{\varpi}_i^2\right)^{\frac{1+g_2}{2}}, \end{aligned} \tag{75}$$

其中,

$$\Psi_i = \frac{\iota_{i1}\iota_{i2}(2s_1-1)}{2s_1}, \tag{76}$$

$$\begin{aligned}\Delta_2 = & \sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\Psi_i}{2\iota_{i1}} \widetilde{\varpi}_i^2\right)^{\frac{1+g_2}{2}} + \frac{\epsilon_1^2}{4} - \sum_{i=1}^{3} \frac{2s_1-1}{2s_1} \widetilde{\varpi}_i^2 \\ & + \sum_{i=1}^{3} \frac{s_1}{2} \varpi_i^2 + \sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\Psi_i}{2\iota_{i1}} \widetilde{\varpi}_i^2\right)^{\frac{1+g_1}{2}}. \end{aligned} \tag{77}$$

式(75)可以被放缩为

$$\dot{\mathbf{V}}_4 \leqslant -\mu_1 \mathbf{V}_4^{\frac{1+g_2}{2}} - \mu_2 \mathbf{V}_4^{\frac{1+g_1}{2}} + \Delta_2, \tag{78}$$

其中,

$$\begin{cases} \mu_1 = \min\left\{\dfrac{2^{\frac{1+g_2}{2}} j_2 \lambda_{\min}(\Upsilon)}{\chi(\|\mathbf{S}\|)}, \boldsymbol{\Psi}_i^{\frac{1+g_2}{2}}\right\}, \\ \mu_2 = \min\left\{\dfrac{2^{\frac{1+g_1}{2}} j_3 \lambda_{\min}(\Upsilon)}{\chi(\|\mathbf{S}\|)}, \boldsymbol{\Psi}_i^{\frac{1+g_1}{2}}\right\}, \end{cases} \tag{79}$$

式中, $\lambda_{\min}(\Upsilon)$为矩阵Υ的最小特征值. Δ_2是足够小的有界正数. 根据引理1可知, 滑模变量和自适应估计误差会在有限时间内收敛到平衡点附近小邻域. 综上, 定理3得证.

注释2 令$h_i = \sum_{i=1}^{n} \dfrac{j_1 \Upsilon_i |S_i|}{\chi(\|\mathbf{S}\|)}$, 可以通过选择合适的控制参数使得$h_i \geqslant 0$.

6 仿真验证

为了验证本文所提出控制策略的有效性, 以如图1所示的7自由度空间机械臂作为研究对象进行关节轨迹跟踪实验, 机械臂各连杆均为刚体. 各连杆动力学参数如表1所示. 采样周期设置为0.001 s, 数值积分方式为固定步长的四阶龙格库塔法.

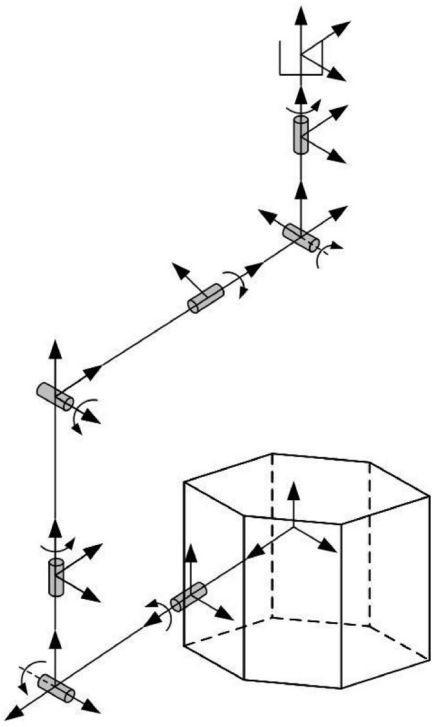


图 1 空间机械臂仿真模型

Figure 1 Space manipulator simulation model.

实验中空间机械臂的关节角度期望轨迹被设置为

$$\boldsymbol{\theta}_d = \begin{bmatrix} -0.12 + \frac{1}{8}\sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) \\ -0.1 + \frac{1}{8}\sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) \\ 0.06 + \frac{1}{8}\sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) \\ 0.06 + \frac{1}{8}\sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) \\ 0.03 + \frac{1}{8}\sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) \\ 0.02 + \frac{1}{8}\sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) \\ 0.03 + \frac{1}{8}\sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) \end{bmatrix} \text{rad}. \tag{80}$$

空间机械臂各个关节的初始关节角度值设置为0, 各个关节的初始角速度值设置为0.0001. 实验中施加在空间机械臂关节处的干扰力矩被设置为$d_{1i} = 10^{-5} \times$

表 1　动力学参数

Table 1　Dynamic parameters

部件	刚体质量 (kg)	长度 (m)	转动惯量 (kg m^2)
基座卫星	350	0.9	diag{80, 80, 80}
连杆1	2	0.2	diag{1, 1, 1}
连杆2	4	0.3	diag{0.8, 0.8, 0.8}
连杆3	4	1.4	diag{0.8, 0.8, 0.8}
连杆4	4	1	diag{0.4, 0.4, 0.4}
连杆5	2	0.2	diag{0.4, 0.4, 0.4}
连杆6	2	0.2	diag{0.1, 0.1, 0.1}
连杆7	1	0.3	diag{0.1, 0.1, 0.1}

$\sin\left(\frac{\pi}{2}t+0.1\right)$ N m, 各个关节处的执行器故障因子分别被设置为$\eta_{1,2,3,4,5,6,7}=0.7$. 根据式(20)~(23)以及式(35)~(38)两组不等式可以将实验中观测器及控制器参数设置为$\Pi=0.9$, $\boldsymbol{\psi}_1=\mathrm{diag}\{-5\}$, $\boldsymbol{\psi}_2=\mathrm{diag}\{-1\}$, $\beta_2=0.0001$, $\boldsymbol{\Phi}=\mathrm{diag}\{1.5\}$, $j_1=1.8$, $j_2=0.2$, $j_3=0.2$, $\vartheta=\frac{7}{11}$, $\varrho=\iota=0.5$, $\nu=\frac{7}{3}$, $p=\frac{11}{9}$, $k_3=1.5$, $g_1=\frac{5}{7}$, $g_2=\frac{3}{2}$, $\iota_1=1$, $\iota_2=1$, $\iota_3=1$, $\iota_{11}=\frac{1}{1600}$, $\iota_{22}=\frac{1}{1600}$, $\iota_{33}=\frac{1}{1600}$.

为了进一步证明本文所提控制策略的优势, 在仿真实验部分增设非奇异终端滑模控制方法作为对比实验. 非奇异终端滑模控制方法为

$$\begin{cases} S_{cgi}=\xi_{2i}+\beta_{cg}f(\xi_{1i}), \\ f(\xi_{1i})=\begin{cases} |\xi_{1i}|^{r_{cg}}\,\mathrm{sign}(\xi_{1i}), & |\xi_{1i}|>\theta_{cg}, \\ m_{11}\xi_{1i}+m_{12}|\xi_{1i}|^2\,\mathrm{sign}(\xi_{1i}), & |\xi_{1i}|\leqslant\theta_{cg}\ \text{且}\ a_{cgi}\neq 0, \end{cases} \\ a_{cgi}=\xi_{2i}+\beta_{cg}|\xi_{1i}|^{r_{cg}}\,\mathrm{sign}(\xi_{1i}), \\ m_{11}=(2-r_{cg})\theta_{cg}^{r_{cg}-1}, \\ m_{12}=(r_{cg}-1)\theta_{cg}^{r_{cg}-2}, \\ \dot{S}_{cgi}=-k_{1cg}\mathrm{sign}(S_{cgi})-k_{2cg}S_{cgi}, \end{cases} \tag{81}$$

其中对比组实验的参数设置为$\beta_{cg}=0.6$, $r_{cg}=0.7$, $\theta_{cg}=0.1$, $k_{1cg}=2$, $k_{2cg}=2$. 机械臂各个关节的执行器饱和限幅值设置为20 N m. 所有仿真结果如图2~16所示. 仿真结果中图2和3为应用本文所设计控制策略的空间机械臂各个关节角度跟踪误差变化示意图; 图4和5为空间机械臂各个关节角速度跟踪误差变化示意图. 图6~9为对比实验中空间机械臂的各个关节量跟踪误差变化示意图.

从上述仿真结果中可以看出, 空间机械臂的各个关节角度跟踪误差大约在2.6 s收敛, 其最终收敛精度为10^{-6}. 空间机械臂的各个关节角速度跟踪误差大约在3.6 s收敛, 其最终收敛精度约为10^{-6}. 对照实验组的各个关节角度跟踪误差大约在3.8 s收敛, 其最终收敛精度为10^{-4}. 空间机械臂的各个关节角速度跟踪误差大约在4.1 s收敛, 其最终收敛精度约为10^{-4}. 可以通过上述实验结果说明本文所提出的控制策略可使系统具有更快的收敛速度和更高的收敛精度, 证明了本文方

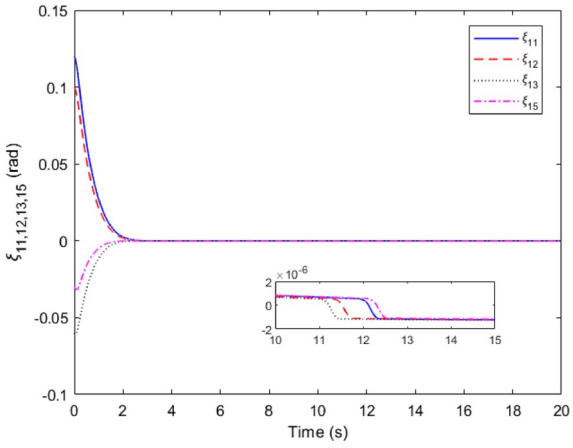


图 2　(网络版彩图)关节1, 2, 3, 5角度跟踪误差

Figure 2　(Color online) The curves of joints 1, 2, 3, 5 angle tracking errors.

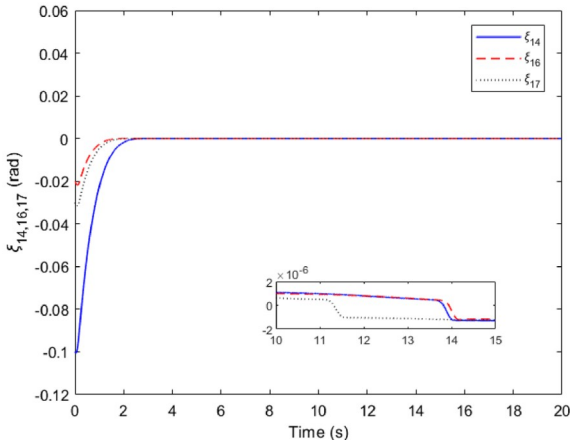


图 3　(网络版彩图)关节4, 6, 7角度跟踪误差

Figure 3　(Color online) The curves of joints 4, 6, 7 angle tracking errors.

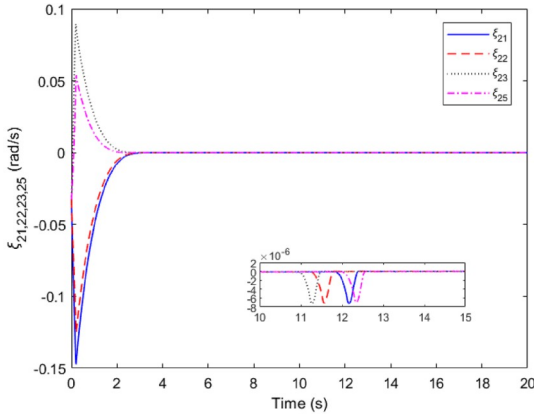


图 4 (网络版彩图)关节1, 2, 3, 5角速度跟踪误差

Figure 4 (Color online) The curves of joints 1, 2, 3, 5 angle velocity tracking errors.

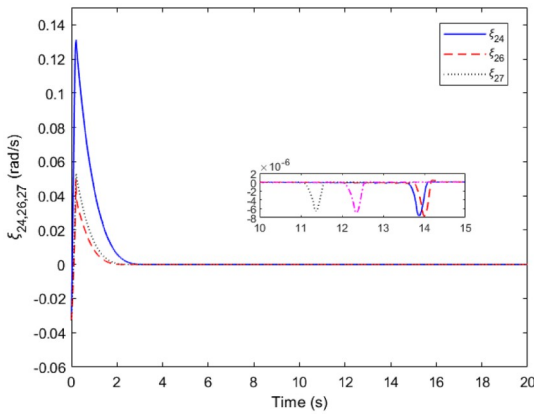


图 5 (网络版彩图)关节4, 6, 7角速度跟踪误差

Figure 5 (Color online) The curves of joints 4, 6, 7 angle velocity tracking errors.

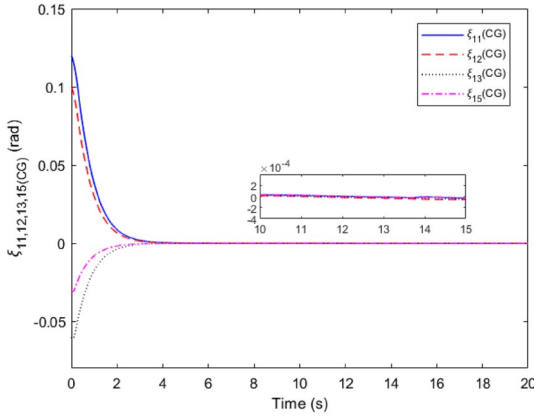


图 6 (网络版彩图)对照组关节1, 2, 3, 5角度跟踪误差

Figure 6 (Color online) The curves of joints 1, 2, 3, 5 angle tracking errors (CG).

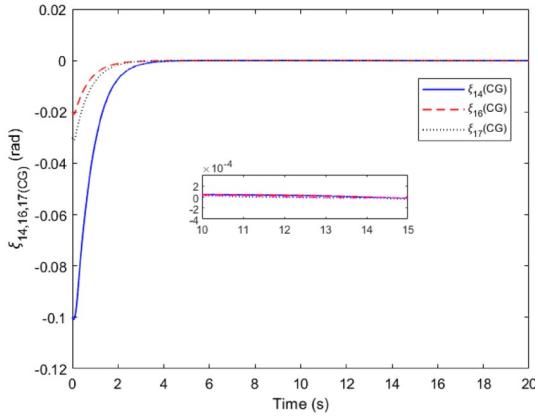


图 7 (网络版彩图)对照组关节4, 6, 7角度跟踪误差

Figure 7 (Color online) The curves of joints 4, 6, 7 angle tracking errors (CG).

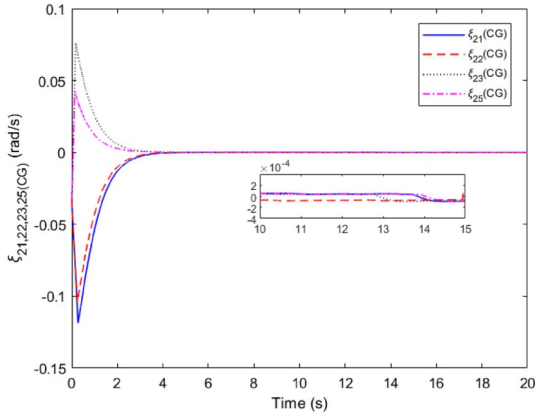


图 8 (网络版彩图)对照组关节1, 2, 3, 5角速度跟踪误差

Figure 8 (Color online) The curves of joints 1, 2, 3, 5 angle velocity tracking errors (CG).

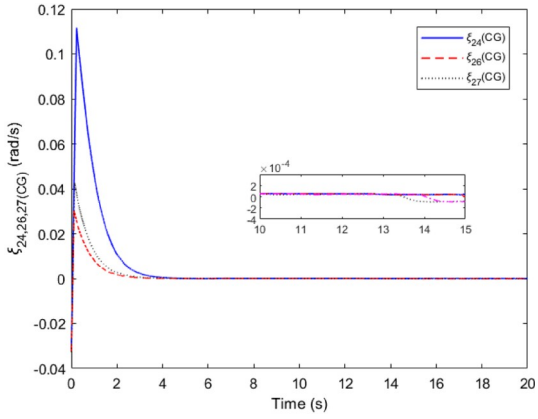


图 9 (网络版彩图)对照组关节4, 6, 7角速度跟踪误差

Figure 9 (Color online) The curves of joints 4, 6, 7 angle velocity tracking errors (CG).

法的优势.

图10和11显示了空间机械臂各个关节处力矩的变化, 从图中可以看出各个关节力矩变化平滑, 仅在很短的时间内发生饱和现象, 其影响可忽略不计. 图12和13为本文所设计的迭代学习滑模观测器对执行器失效故障的重构曲线, 从图中可以看出迭代学习滑模观测器对执行器失效故障取得了较好的估计效果. 图14为扰动上界参数的自适应估计值的变化曲线, 从图中可以看出自适应参数会快速收敛, 其可以对外界环境干扰进行抑制从而保证收敛精度. 因10 s后故障重构误差与自适应参数值不再发生变化, 同时为了清晰显示其变化过, 图12~14的仿真时间均为10 s. 图15和16说明了本文所设计调节函数的作用.

从图15中可以看出关节角度误差在达到稳态时满足了预设约束边界. 为了进一步说明本文所设计预设

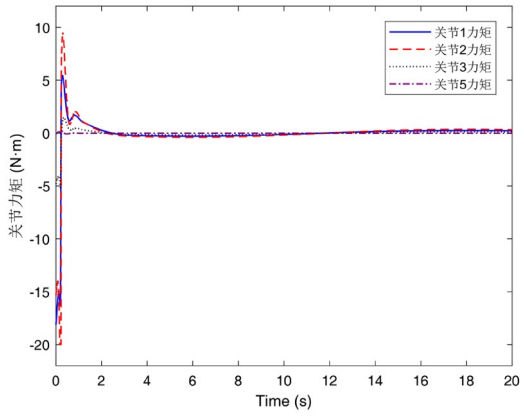


图 10　(网络版彩图)关节1, 2, 3, 5控制力矩

Figure 10　(Color online) Joints 1, 2, 3, 5 control torques.

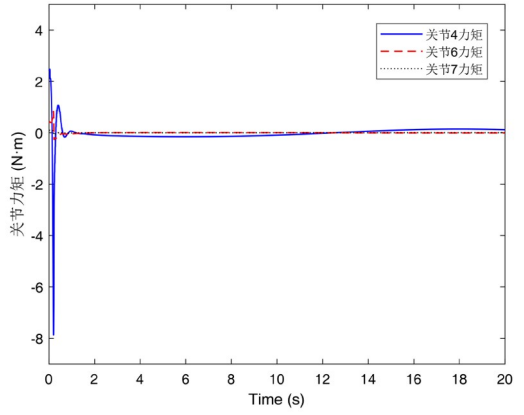


图 11　(网络版彩图)关节4, 6, 7控制力矩

Figure 11　(Color online) Joints 4, 6, 7 control torques.

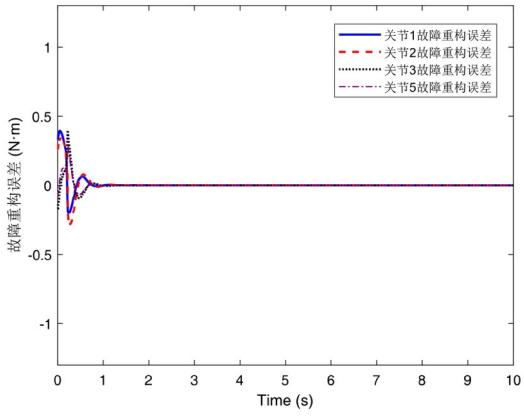


图 12　(网络版彩图)关节1, 2, 3, 5执行器故障重构误差

Figure 12　(Color online) The reconstruction errors of actuator faults for joints 1, 2, 3, 5.

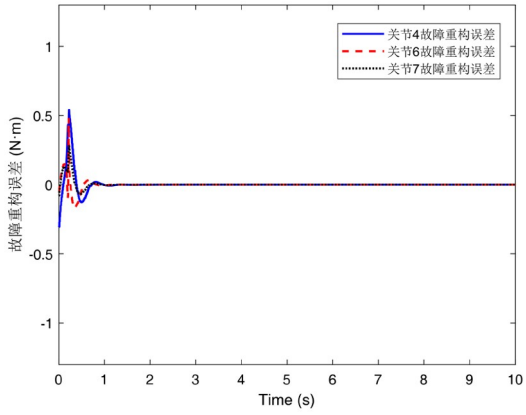


图 13　(网络版彩图)关节4, 6, 7执行器故障重构误差

Figure 13　(Color online) The reconstruction errors of actuator faults for joints 4, 6, 7.

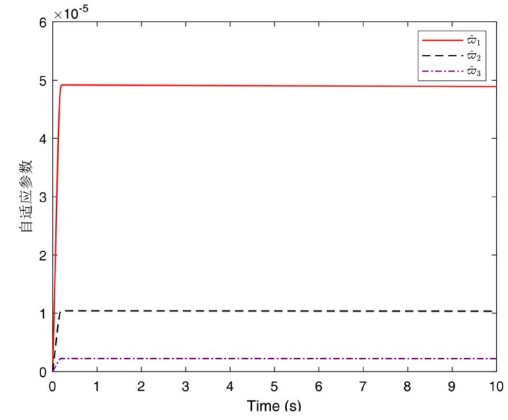


图 14　(网络版彩图)自适应参数曲线图

Figure 14　(Color online) The curves of adaptive parameters.

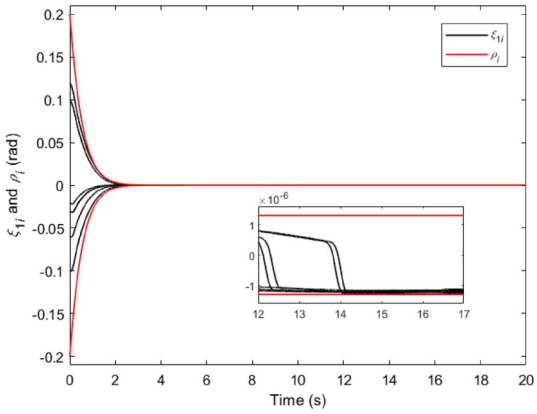


图 15 (网络版彩图)预设性能约束示意图

Figure 15 (Color online) Schematic diagram of prescribed performance constraints.

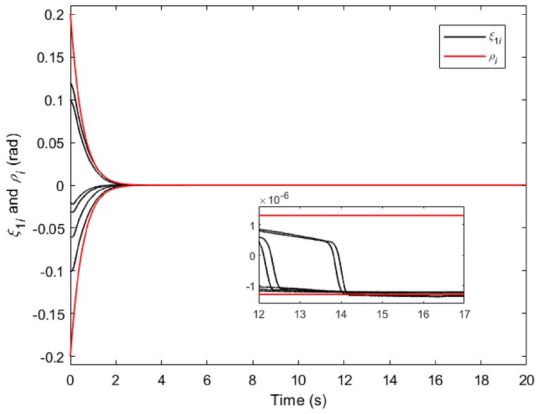


图 16 (网络版彩图)未添加调节函数对比图

Figure 16 (Color online) Comparison chart without the tuning function.

性能调节函数的有效性，本文进行了在控制器中不添加调节函数的对比实验. 从图15和16的结果中可以看出，当存在调节函数时，如果状态误差有超出边界的趋势，调节项会增大将其抑制在边界内；当不存在调节函数时，状态误差就超出了预设性能的边界，这证明了本文所设计调节函数的有效性.

7 结论

本文针对考虑预设性能约束的自由漂浮空间机械臂受到执行器故障及外界扰动等安全失控因素影响的问题，提出了一种基于预设性能调节函数和迭代学习滑模观测器的自适应固定时间滑模容错控制策略. 固定时间正切型预设性能调节函数可以直接引入到控制器中来保证相关状态一直在预设性能边界内；迭代学习滑模观测器可以快速对关节执行器失效故障进行重构并保证精度；基于固定时间稳定理论所设计的自适应滑模容错控制器在固定时间内使系统状态误差收敛并且对多源干扰具有较强的鲁棒性，仿真实验结果证明了本文所提控制策略的有效.

参考文献

1 Liu L, Zhang T. Integrated contact and non-contact admittance control for spatial envelope capture mechanism (in Chinese). J Astronaut, 2024, 45: 91–100 [刘磊, 张涛. 空间包络式抓捕机构非接触/接触一体化导纳控制. 宇航学报, 2024, 45: 91–100]

2 Dou B, Yue X, Zhang T. Optimal detumbling strategy for a non-cooperative target with unknown inertial parameters using a space manipulator. Adv Space Res, 2022, 69: 3952–3965

3 Wu S, Mou F, Liu Q, et al. Contact dynamics and control of a space robot capturing a tumbling object. Acta Astronaut, 2018, 151: 532–542

4 Liang B, Huang X X, Liu T L, et al. Design and force-position-model fusion control of a hybrid active and passive cable cluster-driven hyper-redundant space manipulator (in Chinese). Sci Sin Tech, 2024, 54: 2319–2336 [梁斌, 黄学祥, 刘天亮, 等. 绳簇主被动混合驱动空间机械臂设计及其力-位-型融合控制. 中国科学: 技术科学, 2024, 54: 2319–2336]

5 Sampath S, Feng J. Intelligent and robust control of space manipulator for sustainable removal of space debris. Acta Astronaut, 2024, 220: 108–117

6 Poozhiyil M, Nair M H, Rai M C, et al. Active debris removal: A review and case study on LEOPARD Phase 0-A mission. Adv Space Res, 2023, 72: 3386–3413

7 Gasbarri P, Pisculli A. Dynamic/control interactions between flexible orbiting space-robot during grasping, docking and post-docking manoeuvres. Acta Astronaut, 2015, 110: 225–238

8 Flores-Abad A, Garcia Teran M A, Ponce I U, et al. Compliant force sensor-less capture of an object in orbit. IEEE Trans Aerosp Electron Syst, 2021, 57: 497–505

9 Seyed Sakha M, Kharrati H, Mehdifar F. Adaptive control of free-floating manipulator in presence of stochastic input disturbances and unknown dynamical parameters. J Vib Control, 2022, 28: 2373–2385

10 Zhang D, Hu J, Cheng J, et al. A novel disturbance observer based fixed-time sliding mode control for robotic manipulators with global fast convergence. IEEE CAA J Autom Sin, 2024, 11: 661–672

11 Bilal H, Yin B, Aslam M S, et al. A practical study of active disturbance rejection control for rotary flexible joint robot manipulator. Soft Comput, 2023, 27: 4987–5001

12 Abdallah M, Fareh R. Fractional order active disturbance rejection control for trajectory tracking for 4-DOF serial link manipulator. Int J Model Identif Control, 2020, 36: 57–65

13 Ubbink J, Viljoen R, Aertbeliën E, et al. From instantaneous to predictive control: A more intuitive and tunable MPC formulation for robot manipulators. IEEE Robot Autom Lett, 2024, 10: 748–755

14 Yan J, Liu M. Neural dynamics-based model predictive control for mobile redundant manipulators with improved obstacle avoidance. IEEE Trans Ind Electron, 2025, 72: 2769–2778

15 Li X, Shang W, Cong S. Offline reinforcement learning of robotic control using deep kinematics and dynamics. IEEE ASME Trans Mechatron, 2024, 29: 2428–2439

16 Seo I S, Han S I. Dual closed-loop sliding mode control for a decoupled three-link wheeled mobile manipulator. ISA Trans, 2018, 80: 322–335

17 Lochan K, Singh J P, Roy B K, et al. Adaptive time-varying super-twisting global SMC for projective synchronisation of flexible manipulator. Nonlinear Dyn, 2018, 93: 2071–2088

18 Korayem M H, Nekoo S R. Finite-time state-dependent Riccati equation for time-varying nonaffine systems: Rigid and flexible joint manipulator control. ISA Trans, 2015, 54: 125–144

19 Yan Y X, Cui H T, Han P. Fixed-time control for free-floating space manipulators with prescribed constraints and input saturation. Aeronaut j, 2023, 128: 1219–1244

20 Yao Q. Disturbance observer-based robust fixed-time integrated trajectory tracking control for space manipulator. Robotica, 2022, 40: 3214–3232

21 Yao Q. Fixed-time neural adaptive fault-tolerant control for space manipulator under output constraints. Acta Astronaut, 2023, 203: 483–494

22 Yan W, Liu Y, Lan Q, et al. Trajectory planning and low-chattering fixed-time nonsingular terminal sliding mode control for a dual-arm free-floating space robot. Robotica, 2022, 40: 625–645

23 Lu K, Dai S L, Jin X. Fixed-time rigidity-based formation maneuvering for nonholonomic multirobot systems with prescribed performance. IEEE Trans Cybern, 2024, 54: 2129–2141

24 Zuo R, Li Y, Lv M, et al. Fuzzy adaptive output-feedback constrained trajectory tracking control for HFVs with fixed-time convergence. IEEE Trans Fuzzy Syst, 2022, 30: 4828–4840

25 Zhang X, Wang Y, Yang Z, et al. Path tracking control for autonomous vehicles with saturated input: A fuzzy fixed-time learning control approach. IET Intell Trans Sys, 2022, 16: 531–542

26 Jin R, Rocco P, Geng Y. Observer-based fixed-time tracking control for space robots in task space. Acta Astronaut, 2021, 184: 35–45

27 Zhang J, Xu F, Liu X, et al. Fixed-time dynamic surface control for pneumatic manipulator system with unknown disturbances. IEEE Robot Autom Lett, 2022, 7: 10890–10897

28 Zhou D P, Fu J W, Yang D P. Fault-tolerant control method for airbreathing hypersonic vehicles based on an active-passive composite approach (in Chinese). Sci Sin Inf, 2024, 54: 2295–2307 [周大鹏, 富佳伟, 杨大鹏. 高超声速飞行器主被动复合一体化容错控制方法. 中国科学: 信息科学, 2024, 54: 2295–2307]

29 Liu F, Chen M. Fuzzy adaptive control for turbofan engines with fixed-time prescribed performance (in Chinese). Sci Sin Inf, 2024, 54: 1793–1806 [刘凡, 陈谋. 固定时间预设性能下涡扇发动机模糊自适应控制. 中国科学: 信息科学, 2024, 54: 1793–1806]

30 Sai H, Xu Z, Xia C, et al. Approximate continuous fixed-time terminal sliding mode control with prescribed performance for uncertain robotic manipulators. Nonlinear Dyn, 2022, 110: 431–448

31 Zhang Y, Fang L, Song T, et al. Adaptive non-singular fast terminal sliding mode based on prescribed performance for robot manipulators. Asian J Control, 2023, 25: 3253–3268

32 Shao X, Hu Q, Shi Y. Adaptive pose control for spacecraft proximity operations with prescribed performance under spatial motion constraints. IEEE Trans Contr Syst Technol, 2021, 29: 1405–1419

33 Capisani L M, Ferrara A, Ferreira de Loza A, et al. Manipulator fault diagnosis via higher order sliding-mode observers. IEEE Trans Ind Electron,

2012, 59: 3979–3986

34 Teng H, Wang Z, Zhu Y, et al. Adaptive fixed-time disturbance observer-based proximity control for spacecrafts with dynamic obstacle constraints. IEEE Trans Aerosp Electron Syst, 2023, 59: 8521–8534

Fixed-time fault-tolerant control for free-floating space manipulator with prescribed performance constraints and actuator faults

LI JiaWei, CAO XiBin & LIU Ming

State Key Laboratory of Micro-Spacecraft Rapid Design and Intelligent Cluster, Harbin 150001, China

To address the problem that the free-floating space manipulator with prescribed performance constraints is affected by actuator faults and disturbances, an adaptive fixed-time sliding mode fault-tolerant control strategy based on a prescribed performance tuning function and an iterative learning sliding mode observer is proposed in this paper. First, in order to enforce the prescribed performance constraints of the space manipulator's joint angle tracking errors, a fixed time tangent-type prescribed performance tuning function is designed, which can be directly embedded into the controller to avoid complex transformations of the system's dynamics model. Second, an iterative learning sliding mode observer is developed to reconstruct actuator faults. To enhance reconstruction accuracy, the sliding mode technique is introduced into the observer to decouple the multi-source disturbances. Finally, leveraging fixed-time stability theory, a non-singular terminal sliding mode surface incorporating an inverse hyperbolic tangent function is proposed to eliminate switching singularities and suppress chattering. Furthermore, an adaptive fixed-time sliding mode fault-tolerant controller is designed with disturbance rejection via adaptive estimation to compensate for the loss of control accuracy caused by actuator faults and disturbances. Numerical simulation results show that under the proposed control strategy, the space manipulator can achieve high-precision joint trajectory tracking in an ideal time, and the relevant states always meet the preset performance constraints, which proves the effectiveness of the proposed control strategy. The numerical simulation results indicate that under the proposed control strategy, the space manipulator achieves high-precision joint trajectory tracking within a fixed time frame, with all relevant states strictly adhering to the prescribed performance constraints. This validates the effectiveness of the proposed control strategy.

prescribed performance constraints, actuator faults, iterative learning observer, fixed-time stabilization, fault-tolerant control

doi: 10.1360/SST-2025-0065