中国科学: 技术科学 2010 年 第 40 卷 第 12 期: 1521 ~ 1529
www.scichina.com tech.scichina.com
《中国科学》杂志社
SCIENCE CHINA PRESS

液-固相变过程㶲耗散最小化

夏少军, 陈林根*, 孙丰瑞

海军工程大学研究生院, 武汉 430033
* E-mail: lingenchen@hotmail.com; lgchenna@yahoo.com

收稿日期: 2009-06-17; 接受日期: 2009-08-24
教育部新世纪优秀人才支持计划(批准号: NCET-04-1006)和全国优秀博士学位论文作者专项资金(批准号: 200136)资助项目

摘要 对一类简单一维平板液-固相变过程进行了研究, 在过程总时间一定的条件下, 以过程的㶲耗散最小为优化目标, 应用最优控制理论导出了外界热源温度随时间变化的最优规律, 得出了对应于相变过程㶲耗散最小最优换热策略下的㶲耗散为恒温换热策略下的㶲耗散的 8/9, 且与系统其它参数无关的结论. 给出了数值算例, 并与传统的恒温换热策略和熵产生最小最优换热策略进行了比较. 本文研究结果对实际液-固相变过程最优换热策略的选取具有一定的理论指导作用.

关键词
液-固相变过程
㶲耗散最小化
最优控制
有限时间热力学
广义热力学优化

自 20 世纪 70 年代中期以来, 以寻求热力过程的性能界限, 达到热力学优化为目标的有限时间热力学或“熵产生最小化”理论在物理学和工程学领域均取得了重要进展[1~21]. 有限时间热力学就是以热力学与传热学和流体力学相结合促使热力学发展为基本特征, 在有限时间或有限尺寸约束条件下, 以减小系统不可逆性为主要目标, 优化存在传热、流体流动和传质不可逆性的实际热力系统性能. 在有限时间内(包括有限尺寸约束下)发生的带有热现象的过程, 运行的带有热现象的装置与系统, 都是有限时间热力学所研究的对象. Bejan[22]首先用熵产生最小原理对换热器流道长度等结构尺寸进行了热力学优化. Andresen 和 Gordon[23,24]研究表明牛顿传热定律[$q \propto \Delta(T)$]下逆流式换热器在各类换热器中的熵产生最小[23], 并进一步导出了广义辐射传热规律[$q \propto$]熵 $\Delta(T^n)$ 产生最小时换热过程最优路径[24]. Badescu[25,26]则研究表明牛顿传热定律下逆流式换热器在各类换热器中的㶲损失最小[25], 并进一步导出了广义辐射传热规律㶲损失最小时换热过程最优路径[26]. Tsirlin 等人[27]以熵产生最小为目标导出了一系列热力和化学过程的最优路径, 包括传热、等温传质、节流、结晶、机械摩擦、化学反应等. Nummedal[28]和 Johannessen[29]对一类存在传热、流动压降等不可逆损失和各种不同化学反应的管状反应器进行了研究, 导出了过程熵产生最小时的管外加热温度的最优构型. 陈林根等人[30]和夏少军等人[31]导出了普适的传热规律[$q \propto (\Delta(T^n))^m$] [14]下熵产生最小[30]和㶲损失最小[31]时换热过程最优路径. Gordon 等人[32]以熵产生最小为目标导出了液—固相变过程的外界热源温度随时间的最优变化规律. Santoro 等人[33]导出了对应于气-液相变过程最小耗功时外界压力变化最优时间路径.

基于导热过程与导电过程的相似性, 过增元等人[34~37]从传热学角度提出了新的物理量“㶲”: 在传热过程中虽然热量是守恒的, 但由于存在热阻, 㶲并不守恒, 存在一定耗散. 㶲耗散代表了传热过程的不可逆程度. 过增元等人[34]还提出了“㶲耗散极值原理”.

引用格式: Xia S J, Chen L G, Sun F R. Entransy dissipation minimization for liquid-solid phase change processes. Sci China Tech Sci, 2010, 53: 960–968, doi: 10.1007/s11431-009-0382-z

针对体点导热问题, 过增元等人[37]利用熵耗散极值原理(文献[37]称为传热势容耗散极值原理), 在高导热材料数量给定的条件下, 获得了整体导热能力最强时所需的高导热材料在导热区域中的分布. 另外, 还从导热机理[38]、电热模拟试验[39]等方面对熵概念进行了进一步的阐述, 并以熵耗散最小为目标进行传热优化[40~51]. 柳雄斌等人[47]研究表明对于参与热功转换的换热器的优化准则取为熵产最小较好, 而对于参与热量传递的换热器其优化准则应为熵耗散最小. 夏少军等人[52]以熵耗散最小为目标导出了牛顿传热定律下换热器换热过程最优路径. 郭江峰等人[53]定义了一个新的物理量——熵耗散数, 并将其用于评价换热器性能, 发现熵耗散数避免了熵产数导致的“熵产悖论”. 熵产最小也即过程可用能损失最小, 熵耗散最小表明过程热量传递能力损耗最小. 液-固相变问题广泛存在于日常生活生产中, 如制冰过程, 食物冷冻过程、金属的浇铸过程、热泵的结霜及利用物质的相变来进行能量的吸收或释放的相变贮能等过程, 这些过程均不涉及热功转换[47], 因此优化准则应该为熵耗散最小. 在文献[32]的基础上, 本文将以熵耗散最小为目标应用最优控制理论, 导出液-固相变过程外界热源温度随时间的最优变化规律, 并与以熵产生最小为目标的优化结果进行比较.

1 相变过程模型

如图 1 所示为厚度为 l 的一维平板, 除一侧与外界热源(熔化过程)或冷源(凝固过程)进行热交换外, 其它部位均处于热绝缘状态. 对于熔化过程, 平板初态为纯固态; 对于凝固过程, 平板的初态为纯液态. 平板的初始温度为其熔点温度 T_m, 也即此时仅考虑纯相变过程的吸热和放热过程. 考虑实际情况, 平板的熔化过程或凝固过程必须在给定的时间 t_0 内完成. 平板上的位置以变量 x 表示, x=0对应于平板与外界

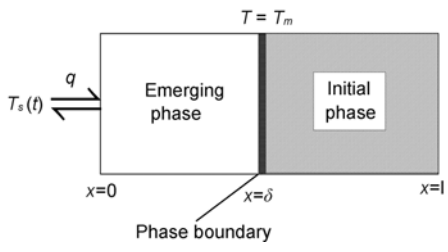

图 1 简单一维液-固相变过程模型

热源(熔化过程)或冷源(凝固过程)接触点, $x=l$ 对应于平板的另一端, $x=\delta$ 对应于平板熔化过程或凝固过程时的相变转化点. 相变热扩散过程满足单相 Stefan 方程, 即无内热源的一维非稳态导热微分方程:

$$\alpha\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}=\frac{\partial T}{\partial t}, \tag{1}$$

式中, 平板温度 $T(x,t)$ 为位置 x 和时间 t 的函数, 热扩散率 $\alpha=K/(\rho C)$, K 为热导率, ρ为密度, C 为比热容, 这些参数均可近似为常数, 并且假定在不同相下的参数均相等. 对于 $x\leqslant\delta(t)$ 的平板区域, 温度分布满足: $T(x=\delta,t)=T_m$, $T(x,t=0)=T_m$ 以及 $T(x=0,t)=T_s(t)$ 假定固、液两相的密度相同, 那么因密度差而引起的两相界面移动就可忽略, 相变边界点随时间的运动规律满足 Stefan 条件:

$$\rho Q_{lh}\dot{\delta}=\pm K\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=\delta}, \tag{2}$$

式中 $\delta(t=0)=0$, $\dot{\delta}$ 表示 $\mathrm{d}\delta/\mathrm{d}t$, Q_{lh} 表示相变潜热. 在本文出现的符号“±”, “+”对应于凝固过程, “–”对应于熔化过程; 对于符号“∓”, “–”对应于凝固过程, “+”对应于熔化过程. 对于该平板相变过程, 单位面积的熵产率为:

$$\dot{S}=-K\int_0^{\delta}\frac{\partial T}{\partial x}\frac{\partial(1/T)}{\partial x}\mathrm{d}x, \tag{3}$$

文献[34~37]定义了一物体所具有的热量传递的总能力——物理量熵(E_h):

$$E_h=Q_{vh}T/2, \tag{4}$$

其中 $Q_{vh}=Mc_vT$ 为物体的定容热容量, T 是物体温度. 由此可得到该相变过程单位面积的熵耗散率为:

$$\dot{E}=K\int_0^{\delta}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2\mathrm{d}x. \tag{5}$$

同文献[32]忽略相变面传播过程的熵产生相似, 这里也不考虑该过程的熵耗散, 可得在时间 t_0 内整个过程的熵产生和熵耗散分别为:

$$\Delta S=\int_0^{t_0}\dot{S}\mathrm{d}t, \tag{6}$$

$$\Delta E=\int_0^{t_0}\dot{E}\mathrm{d}t. \tag{7}$$

定义无量纲温度 $\theta=C(T-T_m)/Q_{lh}$, 那么在平板表面的 θ 值即为 Stefan 数 $\theta_s(t)$, 由于 $\theta_s(t)$ 与时间有关, 求解相对复杂. 同时对于小 Stefan 数相变过程,

大部分摄动性分析局限于包含时间相关边界条件, 造成求解困难. Charach 等人[54,55]提出了一种可以解决时间相关边界条件问题的摄动性分析方法, 即相变边界面随时间均匀变化, 满足如下小 Stefan 数约束和弱时间相关约束两个条件:

$$|\theta_s(t)| \ll 1, \tag{8}$$

$$\frac{\delta^2(t)}{\alpha}\left|\frac{\mathrm{d}\theta_s(t)}{\mathrm{d}t}\right| \ll |\theta_s(t)|. \tag{9}$$

那么 Stefan 方程的解由准静态近似给出如下[54,55]:

$$\delta^2 \cong 2\alpha\int_0^t |\theta_s(t')|\mathrm{d}t', \tag{10}$$

$$\theta \cong (C/Q_{lh})[T_s(t)-T_m][1-(x/\delta)]. \tag{11}$$

(10)式表明优化 Stefan 数 $\theta_s(t)$ 与优化相变点位置 $\delta(t)$ 是等效的[32]. 由(2)式和(11)式以及 $\theta = C(T - T_m)/Q_{lh}$ 可得平板温度分布 $T(x,t)$ 为:

$$T(x,t) = T_m \pm (\rho Q_{lh}/K)\dot{\delta}(x-\delta). \tag{12}$$

联立(3), (6), (12)式可得相变过程的熵产为:

$$\Delta S = \mp\rho Q_{lh}\int_0^{t_0}\dot{\delta}\{T_m^{-1} - [T_m \mp (\rho Q_{lh}\delta\dot{\delta}/K)]^{-1}\}\mathrm{d}t. \tag{13}$$

联立(5), (7), (12)式可得相变过程的㶲耗散为:

$$\Delta E = \rho^2 Q_{lh}^2 K^{-1}\int_0^{t_0}(\delta\dot{\delta}^2)\,\mathrm{d}t. \tag{14}$$

2　优化过程

现在的问题是在总时间 t_0 一定下求解对应于相变过程**㶲耗散最小时**外界温度 $T_s(t)$ 的最优时间路径, 本问题属于最优控制问题. 建立变更的拉格朗日函数如下:

$$L = \rho^2 Q_{lh}^2 K^{-1}\delta\dot{\delta}^2. \tag{15}$$

上式取极值的条件为如下欧拉-拉格朗日方程:

$$\frac{\partial L}{\partial\delta} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{\delta}}\right) = 0. \tag{16}$$

将(15)式代入(16)式可得:

$$\dot{\delta}^2 + 2\delta\ddot{\delta} = 0, \tag{17}$$

式中 $\ddot{\delta} = \mathrm{d}^2\delta/\mathrm{d}t^2$. 已知边界条件: $\delta(t=0)=0$, $\delta(t=t_0)=l$, 由(17)式可进一步得:

$$\delta/l = (t/t_0)^{2/3}. \tag{18}$$

(18)式是对应于过程**㶲耗散最小最优换热策略下**无量纲相变位置 δ/l 随无量纲时间 t/t_0 的变化关系. 将(18)式两边对 t 求导得:

$$\dot{\delta} = 2l(t/t_0)^{-1/3}/(3t_0). \tag{19}$$

联立(18), (19)式可得:

$$\dot{\delta}t_0/l = 2(\delta/l)^{-1/2}/3. \tag{20}$$

(20)式是对应于**㶲耗散最小最优换热策略下**无量纲相变边界移动速度 $\dot{\delta}t_0/l$ 随无量纲相变位置 δ/l 的变化关系. 由(2)式可知, 相变过程传热流率为 $q=\rho Q_{lh}\dot{\delta}$, 由于密度 ρ 和相变潜热 Q_{lh} 为常量, 仅与相变材料的物性有关, 因此相变边界移动速度 $\dot{\delta}$ 随时间的变化规律实质上反映的是相变过程热流率 q 随时间的变化规律. 将(19), (20)式代入(12)式可得:

$$T_s(t) = T(x=0,t) = T_m \mp \frac{2\rho Q_{lh}l^2}{3Kt_0}\left(\frac{t}{t_0}\right)^{1/3}. \tag{21}$$

定义 $\tau_f = \rho Q_{lh}l^2/(2KT_m)$, (21)式可变为:

$$T_s(t)/T_m = 1 \mp \frac{4\tau_f}{3t_0}\left(\frac{t}{t_0}\right)^{1/3}. \tag{22}$$

由于在平板凝固过程中 T_s 为有限值, 不低于绝对零度, 因此有关系式 $t_0 > 4\tau_f/3$ 成立. 将(18), (19)式代入(13)式得相变过程**㶲耗散最小时的**熵产 $\Delta S_{\Delta E}$ 为:

$$\Delta S_{\Delta E} = \mp\frac{\rho Q_{lh}l}{T_m}\left[\frac{9}{8}\left(\frac{t_0}{\tau_f}\right)^2\ln\left(1\mp\frac{4}{3}\frac{\tau_f}{t_0}\right)\pm\frac{3}{2}\frac{t_0}{\tau_f}+1\right]. \tag{23}$$

将(18), (19)式代入(14)式得相变过程**㶲耗散最小时的㶲耗散**为:

$$\Delta E_{min} = 4\rho^2 Q_{lh}^2 l^3/(9Kt_0). \tag{24}$$

3　其它换热策略及比较

文献[32]以熵产生最小为目标优化平板相变过程, 并将对应于熵产生最小时的换热策略与恒温换热策略进行了比较. 本文则将以**㶲耗散**最小为目标下的换热策略与以上两种换热策略相比较.

3.1　熵产生最小时的换热策略

平板熵产生最小时相变过程, 无量纲相变位置 δ/l 随无量纲时间 t/t_0 的变化关系为[32]:

$$\frac{t}{t_0}=\left(\frac{\delta}{l}\right)^{3/2}\left(1\mp\frac{\tau_f}{t_0}\pm\frac{\tau_f}{t_0}\sqrt{\frac{\delta}{l}}\right). \tag{25}$$

无量纲热源温度 $T_s(t)/T_m$ 随无量纲相变位置 δ/l 的变化关系为[32]:

$$\frac{T_s(t)}{T_m}=\left(1\pm\frac{\tau_f}{t_0}\right)/\left(1\mp\frac{\tau_f}{t_0}\pm\frac{4}{3}\frac{\tau_f}{t_0}\sqrt{\frac{\delta}{l}}\right). \tag{26}$$

由(26)式可知, τ_f 为 $T_s(t)$ 处于绝对零度时平板的凝固时间. 熵产生最小时的换热策略下相变过程的熵产为[32]:

$$\Delta S_{\min}=\frac{8}{9}\frac{\rho Q_{lh}l}{T_m}\frac{\tau_f}{t_0}\left(1\mp\frac{\tau_f}{t_0}\right)^{-1}. \tag{27}$$

联立(14)和(25)式得熵产生最小时的换热策略下相变过程的熵耗散为:

$$\Delta E_{\Delta s}=\frac{\rho^2Q_{lh}{}^2l^3}{K\tau_f}\left\{\pm\frac{5}{4}-\frac{3}{4}\frac{t_0}{\tau_f}\mp\frac{9}{16}\left(\frac{t_0}{\tau_f}\mp1\right)^2\ln\left[3\left(\frac{t_0}{\tau_f}\mp1\right)/\left(3\frac{t_0}{\tau_f}\pm1\right)\right]\right\}. \tag{28}$$

3.2 恒温换热策略

恒温换热策略也即外界温度 $T_s(t)$ 恒定. 令平板表面的温度恒为 T_{sc}, 由于 τ_f 为 $T_s(t)$ 处于绝对零度时, 平板的凝固时间, 所以根据相变过程准静态近似可得:

$$T_{sc}-T_m=\mp(\tau_f/t_0)T_m. \tag{29}$$

将(29)式代入(13)式得恒温相变过程熵产为:

$$\Delta S_{T_s=const}=\mp\frac{\rho Q_{lh}l(T_{sc}-T_m)}{T_mT_{sc}}=\frac{\rho Q_{lh}l}{T_m}\frac{\tau_f}{\tau_0}\left(1\mp\frac{\tau_f}{\tau_0}\right)^{-1}. \tag{30}$$

将(29)式代入(14)式得恒温相变过程的熵耗散为:

$$\Delta E_{T_s=const}=\mp\rho Q_{lh}l(T_{sc}-T_m)=\rho Q_{lh}lT_m\frac{\tau_f}{t_0}=\frac{\rho^2Q_{lh}^2l^3}{2Kt_0}. \tag{31}$$

3.3 不同换热策略的比较

由(18)式可看出, 熵耗散最小最优换热策略下, 凝固过程和熔化过程两者的无量纲相变位置 δ/l 随无量纲时间 t/t_0 的变化规律是相同的, 而由(25)式可看出, 熵产生最小最优换热策略下, 凝固过程和熔化过程两者的无量纲相变位置 δ/l 随无量纲时间 t/t_0 的变化规律是不同的. 由(20)式可看出, 熵耗散最小最优换热策略下, 凝固过程和熔化过程两者的无量纲相变边界移动速度 $\dot{\delta}t_0/l$ 随无量纲相变位置 δ/l 的变化规律也是相同的, 而由(25)式也可看出, 熵产生最小最优换热策略下, 凝固过程和熔化过程两者的无量纲相变边界移动速度 $\dot{\delta}t_0/l$ 随无量纲相变位置 δ/l 的变化规律也是不同的. 由(12)式可得 $T(x=0,t)=T_m\mp(\rho Q_{lh}\delta\dot{\delta}/K)$, $T(x=\delta,t)=T_m$, (13)式可进一步变为:

$$\Delta S=\rho^2Q_{lh}^2K^{-1}\int_0^{t_0}\frac{\delta\dot{\delta}^2}{T_m[T_m\mp(\rho Q_{lh}\delta\dot{\delta}/K)]}\,\mathrm{d}t=\rho^2Q_{lh}^2K^{-1}\int_0^{t_0}\frac{\delta\dot{\delta}^2}{T(x=0,t)T(x=\delta,t)}\,\mathrm{d}t. \tag{32}$$

对比(14)与(32)式可见, 熵耗散和熵产是两个不同的物理量, 对于凝固和熔化两个不同过程的熵耗散 ΔE 可用同一个数学表达式来描述, 而两个不同过程的熵产 ΔS 则需用不同的数学表达式来描述, 这主要是由于熔化过程与凝固过程两者温度分布不同造成的, 在平板 $x=\delta$ 相变处两者温度相同均为 $T(x=\delta,t)=T_m$, 而在平板 $x=0$ 处, 对于凝固过程其温度为 $T(x=0,t)=T_m-(\rho Q_{lh}\delta\dot{\delta}/K)$, 对于熔化过程其温度为 $T(x=0,t)=T_m+(\rho Q_{lh}\delta\dot{\delta}/K)$, 对于平板 $0\leqslant x<\delta$ 的区域, 物质同相且分布均匀, 可认为此区域传热过程为传热服从傅里叶定律的一维热传导过程, 凝固和熔化两不同过程的温度分布不同, 温度梯度均仅为控制变量 δ 的函数, 若两不同过程的 δ 和 $\dot{\delta}$ 值相等, 则有两过程温度梯度大小相等方向相反. 对于传热服从傅里叶定律的一维导热过程, 导热热阻一定, 不同温度相同温差下(例如 500 K→400 K 和 300 K→400 K)传热过程熵耗散率是相等的而熵产率是不等的, 也即此时熵耗散率仅与温度梯度有关, 而熵产率不仅与温度梯度有关而且与其局部温度的大小有关. 因此, 以熵耗散最小为目标时, 凝固与熔化过程的优化规律一致, 以熵产最小为目标时, 两者的优化规律不一致.

对比(27)和(30)式可知, 熵产生最小时的换热策略下相变过程的熵产是恒温相变换热策略下的熵产的 8/9, 且与其他参数的取值无关[32]. 对比(24)和(31)式可知, 熵耗散最小时的换热策略下相变过程的熵耗散也是恒温相变换热策略下的熵耗散的 8/9, 且与

其他参数的取值无关. 由(22)和(29)式可得:

$$\frac{\max(T_s-T_m)_{\Delta E_{\min}}}{(T_{sc}-T_m)_{T_s=\text{const}}}=\frac{4}{3}. \tag{33}$$

由(26)和(29)式可得:

$$\frac{\max(T_s-T_m)_{\Delta S_{\min}}}{(T_{sc}-T_m)_{T_s=\text{const}}}=\frac{4}{3}\{1\pm[\tau_f/(3t_0)]\}^{-1}. \tag{34}$$

对比(33)和(34)式可知, 熵耗散最小换热策略和熵产生最小换热策略的表面温度最大温差均较恒温换热策略的表面温度最大温差要大. 熵耗散最小换热策略和熵产生最小换热策略两者表面温度最大温差略有不同, 相差 $\{1\pm[\tau_f/(3t_0)]\}^{-1}$ 倍.

如果不是相变过程的时间 t_0 一定, 而是表面温度最大温差一定, 那么熵耗散最小换热策略和熵产生最小换热策略下的相变过程的时间均较恒温换热策略要长. 由(26)和(29)式得:

$$(t_{\text{opt}})_{\Delta s=\min}/t_0=(4/3)+\max\left|T_s-T_m\right|/(3T_m). \tag{35}$$

由(35)式可见, 在相变过程表面最大温差较小时, 熵产生最小换热策略下的相变过程的时间约为恒温换热过程的 4/3 [32], 因此 $(t_{\text{opt}})_{\Delta S_{\min}}/t_0$ 的具体大小还与相变过程的最大温差有关. 由(22)和(29)式得:

$$(t_{\text{opt}})_{\Delta E_{\min}}/t_0=4/3. \tag{36}$$

由(36)式可见, 在平板表面最大温差一定的条件下, 熵耗散最小最优换热策略下的相变过程的时间为恒温换热过程的 4/3, 与其它参数无关. 虽然最优策略下过程时间比恒温过程的时间多了 1/3, 但熵耗散最小换热策略下的熵耗散为恒温换热策略下相应的熵耗散的 2/3.

4　数值算例与讨论

根据文献[32]的参数取值, 同时为了分析参数 τ_f/t_0 对优化结果的影响, 取 τ_f/t_0 分别为 0.05 和 0.5. 由(29)式还可看出, τ_f/t_0 的值表述的是相变过程平均传热温差的相对大小. 图 2 给出的是无量纲相变边界移动速度 $\dot{\delta}t_0/l$ 随无量纲相变位置 δ/l 的变化关系, 图 3 给出的是无量纲相变位置 δ/l 随无量纲时间 t/t_0 的变化关系. 由于在熵耗散最小最优换热策略下, $\dot{\delta}t_0/l$ 随 δ/l 的变化规律和 δ/l 随 t/t_0 的变化规律对于凝固过程和熔化过程均是相同的, 所以在图 2 和图 3 中均以一条曲线表示. 由图 2 可看出, 两种不同优化目标最优换热策略下, 相变边界移动速度随着过程的进行逐渐变慢, 并且在相变过程之初变化下将幅度较大, 同时熵耗散最小最优换热策略的 $\dot{\delta}t_0/l$ 随 δ/l 的变化曲线介于熵产生最小最优换热策略下凝固过程和熔化过程之间, 因此熵耗散最小最优换热策略下 δ/l 随 t/t_0 的变化规律也满足这种关系, 如图 3 所示. 由于在相变过程之初, 相变边界从平板左侧 x=0 处向右侧开始移动, 其速度由零瞬时变为某一有限值, 此时可认为加速度无限大也即 $\mathrm{d}^2\delta/\mathrm{d}t^2\to\infty$, 因此在图 2 中曲线初始位置变化较为陡峭; 随着相变界面的移动, $\dot{\delta}$ 值逐渐减小, 表明热源与相变物体间的热流率在减小, 这主要是因为初始相变边界点 $\delta=0$ 处离热源位置 $x=0$ 较近, 可认为此时传热热阻较小, 随着相变过程的进行, 相变界面离热源位置越来越远, 表明传热热阻在逐渐增大, 热流率的递减规律与传热

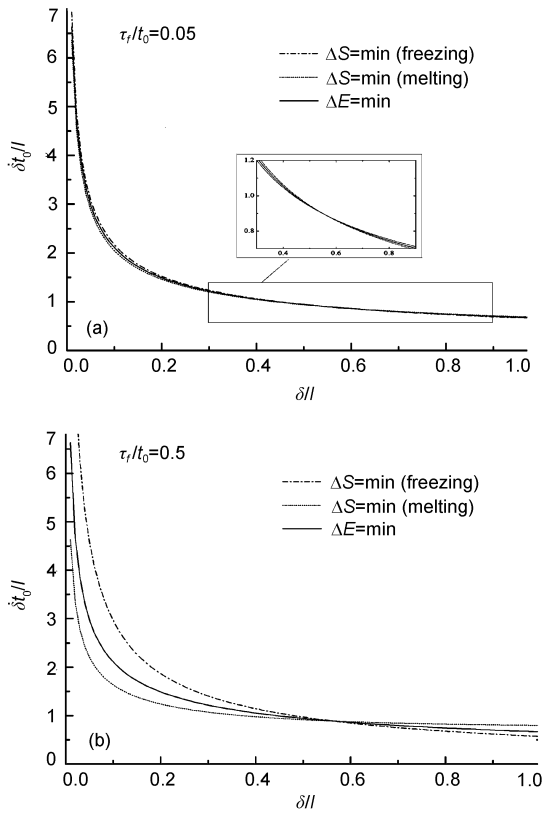

图 2　无量纲相变边界移动速度随无量纲相变位置的变化关系

(a) $\tau_f/t_0=0.05$; (b) $\tau_f/t_0=0.5$

热阻的递增规律两者相互匹配, 有利于从整体上降低整个相变过程的热量传递能力损耗—㶲耗散. 显然, 热源与相变物体间热流率的减少, 导致了无量纲相变边界位置随无量纲时间的变化先快后慢. 对于凝固过程㶲耗散最小最优换热策略, 其相变边界移动速度在凝固过程之初要小于熵产最小最优换热策略下的相变边界移动速度, 在凝固过程之末要大于熵产最小最优换热策略下的相变边界移动速度, 而对于熔化过程, 两个不同优化目标的最优换热策略下的相变边界移动速度大小关系与凝固过程正好相反, 同时对比图 2(a)和图 2(b)、图 3(a)和图 3(b)可看出, 两个不同优化目标对应的最优换热策略下 $\dot{\delta}t_0/l$ 随 δ/l 的变化规律、δ/l 随 t/t_0 的变化规律的差别, 随着参数 τ_f/t_0 值的增大而增大.

图 4 给出的是各种相变换热策略下无量纲外界温度 $T_s(t)/T_m$ 随无量纲时间 t/t_0 的变化规律, 包括相变过程㶲耗散最小最优换热策略下的外界温度随时间的最优变化规律、熵产生最小最优换热策略下的外界温度随时间的最优变化规律和恒温换热策略下无量纲外界温度随时间的变化规律. 表 1 和表 2 分别是凝固过程和熔化过程各种换热策略下数值计算比较结果. 由图 4 可看出, 相变过程㶲耗散最小最优换热策略下的外界温度随时间的最优变化规律与熵产生最小最优换热策略下的外界温度随时间的最优变化规律是不同的, 并且随着参数 τ_f/t_0 值的增大, 两者的差别也增大. 由表 1 凝固过程的计算结果可见, 当 τ_f/t_0=0.05 时, 㶲耗散最小和熵产生最小两种最优换热策略下的㶲耗散和熵产均相差很小, 仅为 0.02%; 当 τ_f/t_0=0.5 时, 㶲耗散最小最优换热策略下的㶲耗散和熵产与熵产生最小最优换热策略下的㶲耗散和熵产相差分别为 1.97%和 6.18%, 而恒温换热策略下的㶲耗散和熵产与对应最优策略下的㶲耗散和熵产相差均为 12.5%. 由表 2 熔化过程的计算结果可见, 当

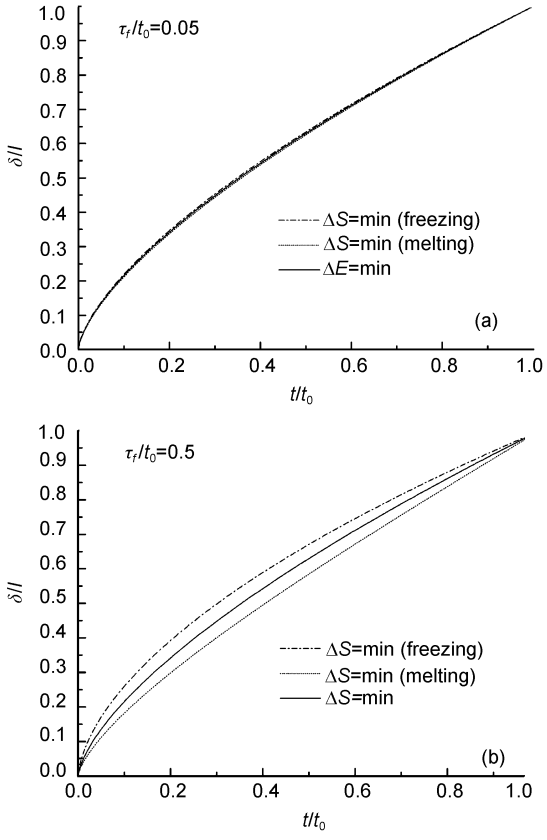

图 3　无量纲相变边界位置随无量纲时间的变化关系

(a) τ_f/t_0=0.05; (b) τ_f/t_0=0.5

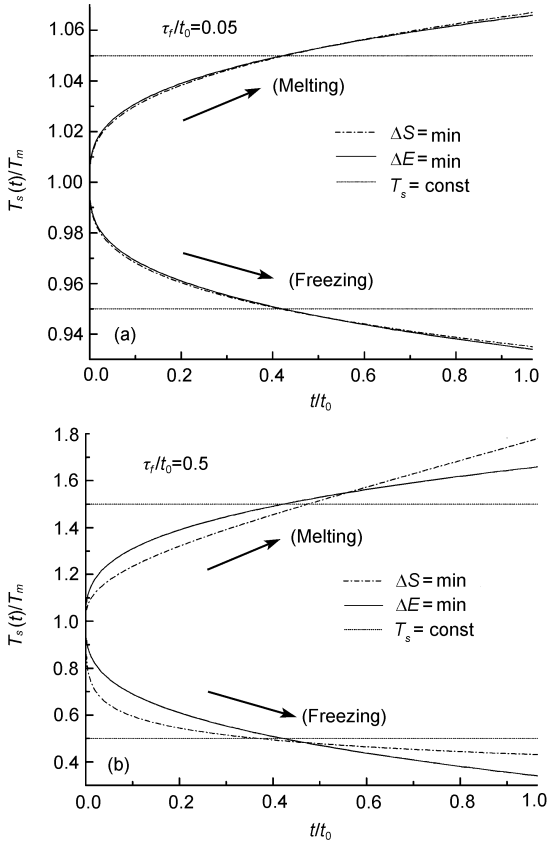

图 4　各种相变换热策略下无量纲外界温度随无量纲时间的变化规律

(a) τ_f/t_0=0.05; (b) τ_f/t_0=0.5

表 1　凝固过程各种换热策略的比较

换热策略	τ_f/t_0=0.05		τ_f/t_0=0.5	
	$\Delta E/\Delta E_{\min}$	$\Delta S/\Delta S_{\min}$	$\Delta E/\Delta E_{\min}$	$\Delta S/\Delta S$
㶲耗散最小	1.0000	1.0002	1.0000	1.0618
熵产生最小	1.0002	1.0000	1.0197	1.0000
恒温换热	1.1250	1.1250	1.1250	1.1250

表 2　熔化过程各种换热策略的比较

换热策略	τ_f/t_0=0.05		τ_f/t_0=0.5	
	$\Delta E/\Delta E_{\min}$	$\Delta S/\Delta S_{\min}$	$\Delta E/\Delta E_{\min}$	$\Delta S/\Delta S_{\min}$
㶲耗散最小	1.0000	1.0002	1.0000	1.0082
熵产生最小	1.0002	1.0000	1.0155	1.0000
恒温换热	1.1250	1.1250	1.1250	1.1250

τ_f/t_0=0.05 时, 㶲耗散最小和熵产生最小两种最优换热策略下的㶲耗散和熵产均相差也很小, 仅为0.02%; 当τ_f/t_0=0.5 时, 㶲耗散最小最优换热策略下的㶲耗散和熵产与熵产生最小最优换热策略下的㶲耗散和熵产相差分别为 1.55%和 0.82, 而恒温换热策略下的㶲耗散和熵产与对应最优策略下的㶲耗散和熵产相差也均为12.5%, 与τ_f/t_0的取值大小无关.

5　结论

对一类简单一维平板液-固相变过程进行了研究, 在过程总时间一定的条件下, 以过程的㶲耗散最小为优化目标, 应用最优控制理论导出了外界热源温度随时间的最优变化规律, 得出了对应于相变过程㶲耗散最小最优换热策略下的㶲耗散为恒温换热策略下的㶲耗散的 8/9, 且与系统其它参数无关的结论. 给出了数值算例, 并将相变过程㶲耗散最小最优换热策略与传统的恒温换热策略和熵产生最小最优换热策略进行了比较, 并分析了参数τ_f/t_0对两种不优化目标下相变过程优化结果的影响. 理论分析和数值计算结果表明: 相变过程㶲耗散最小最优换热策略与熵产生最小最优换热策略存在显著不同, 㶲耗散和熵产是两个不同的物理量, 由于在凝固过程和熔化过程中平板表面温度分布的不同, 同时两过程的温度梯度均仅与控制变量有关, 导热热阻一定, 不同温度相同温差下传热过程㶲耗散率是相等的而熵产率是不等的, 也即此时㶲耗散率仅与温度梯度有关, 而熵产率不仅与温度梯度有关而且与其局部温度的大小有关, 对于凝固和熔化两个不同过程的㶲耗散ΔE可用同一个数学表达式来描述, 而两个不同过程的熵产ΔS则需用不同的数学表达式来描述, 所以在㶲耗散最小最优换热策略下, 凝固过程的相变边界移动速度随相变位置的变化规律和相变边界随时间的变化规律与熔化过程相应的变化规律是相同的, 而在熵产生最小最优换热策略下, 凝固过程与熔化过程相应的变化规律则是不同的; 两个不同优化目标下得到的外界热源温度随时间的最优变化规律也不同, 并且两者之间的差别随着参数τ_f/t_0值的增大而增大. 熵产最小也即过程可用能损失最小, 㶲耗散最小表明过程热量传递能力损耗最小, 实际相变过程不涉及热功转换, 因此优化准则应该为㶲耗散最小, 本文研究结果对实际液-固相变过程最优换热策略的选取具有一定的理论指导作用.

参考文献

1　Andresen B, Berry R S, Ondrechen M J, et al. Thermodynamics for processes in finite time. Acc Chem Res, 1984, 17(8): 266—271

2　Bejan A. Entropy generation minimization: The new thermodynamics of finite-size device and finite-time processes. J Appl Phys, 1996, 79(3): 1191—1218

3　Berry R S, Kazakov V A, Sieniutycz S, et al. Thermodynamic Optimization of Finite Time Processes. Chichester: Wiley, 1999

4　Chen L G, Wu C, Sun F R. Finite time thermodynamic optimization or entropy generation minimization of energy systems. J Non-Equilib

Thermodyn, 1999, 24(4): 327—359
5 Hoffman K H, Burzler J M, Fischer A, et al. Optimal process paths for endoreversible systems. J Non-Equilib Thermodyn, 2003, 28(3): 233—268
6 Chen L G, Sun F R. Advances in Finite Time Thermodynamics: Analysis and Optimization. New York: Nova Science Publishers, 2004
7 Durmayaz A, Sogut O S, Sahin B, et al. Optimization of thermal systems based on finite-time thermodynamics and thermoeconomics. Prog Energy Comb Sci, 2004, 30(2): 175—217
8 陈林根. 不可逆过程和循环的有限时间热力学分析. 北京: 高等教育出版社, 2005
9 吴锋, 陈林根, 孙丰瑞, 等. 斯特林机的有限时间热力学优化. 北京: 化学工业出版社, 2008
10 伍文君, 陈林根, 孙丰瑞. 导热优化的"树网"构造法的改进. 中国科学 E 缉: 技术科学, 2006, 36(7): 773—781
11 周圣兵, 陈林根, 孙丰瑞. 基于三角形单元体的气－固反应器构形优化. 中国科学 E 缉: 技术科学, 2008, 38(5): 764—772
12 王建辉, 何济洲, 毛之远. 谐振子系统量子热机循环性能. 中国科学 G 缉: 物理学 力学 天文学, 2006, 36(6): 591—605
13 宋汉江, 陈林根, 孙丰瑞. 辐射传热条件下一类内可逆热机最大效率时的最优构型. 中国科学 G 缉: 物理学 力学 天文学, 2008, 38(8): 1083—1096
14 李俊, 陈林根, 孙丰瑞. 复杂导热规律下有限高温热源热机循环的最优构型. 中国科学 G 缉: 物理学 力学 天文学, 2009, 39 (2): 255—259
15 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 线性唯象传热定律下 Otto 循环热机活塞运动的最优路径. 中国科学 G 缉: 物理学 力学 天文学, 2009, 39(5): 698—708
16 何济洲, 何弦, 唐威. 不可逆谐振子量子 Otto 制冷循环性能特征. 中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学, 2009, 39(8): 1046—1051
17 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 线性唯象传热定律下具有非均匀工质的一类非回热不可逆热机最大功率输出. 中国科学 G 缉: 物理学 力学 天文学, 2009, 39(8): 1081—1089
18 夏丹, 陈林根, 孙丰瑞. 广义不可逆四源等温化学势变换器的最优性能. 中国科学 B 辑: 化学, 2008, 38(6): 492—503
19 舒礼伟, 陈林根, 孙丰瑞. 线性唯象传热规律下热驱动二元分离过程的最小平均耗热量. 中国科学 B 辑: 化学, 2009, 39(2): 183—192
20 Ma K, Chen L G, Sun F R, Optimal paths for a light-driven engine with a linear phenomenological heat transfer law. Sci China Chem, 2010, 53(4): 917—926
21 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 有限势库化学机最大输出功时循环最优构型. 中国科学 B 辑: 化学, 40(5): 492—500
22 Bejan A. Entropy Generation Through Heat and Fluid Flow. New York: Wiley, 1982. 135—145
23 Andresen B, Gordon J M. Optimal heating and cooling strategies for heat exchanger design. J Appl Phys, 1992, 71(1): 76—80
24 Andresen B, Gordon J M. Optimal paths for minimizing entropy generation in a common class of finite time heating and cooling processes. Int J Heat Fluid Flow, 1992, 13(3): 294—299
25 Badescu V. Optimal strategies for steady state heat exchanger operation. J Phys D: Appl Phys, 2004, 37(16): 2298—2304
26 Badescu V. Optimal paths for minimizing lost available work during usual heat transfer processes. J Non-Equilib Thermodyn, 2004, 29(1): 53—73
27 Tsirlin A M, Mironova V A, Amelkin S A, et al. Finite-time thermodynamics: Conditions of minimal dissipation for thermodynamic process with given rate. Phys Rev A, 1998, 58(1): 215—223
28 Nummedal L. Entropy Production Minimization of Chemical Reactors and Heat Exchangers. Dissertation of Doctor Degree. Trondheim: Norwegian University of Science and Technology, 2001
29 Johannessen E. The State of Minimizing Entropy Production in an Optimally Controlled Systems. Dissertation of Doctor Degree. Trondheim: Norwegian University of Science and Technology, 2004
30 Chen L G, Xia S J, Sun F R. Optimal paths for minimizing entropy generation during heat transfer processes with a generalized heat transfer law. J Appl Phys, 2009, 105(4): 044907
31 Xia S J, Chen L G, Sun F R. Optimization for minimizing lost available work during heat transfer processes with a generalized heat transfer law. Brazil J Phys, 2009, 39(1): 98—105
32 Gordon J M, Rubinstein I, Zarmi Y. On optimal heating and cooling strategies for melting and freezing. J Appl Phys, 1990, 67(1): 81—84
33 Santoro M, Schon J C, Jansen M. Finite-time thermodynamics and gas-liquid phase transition. Phys Rev E, 2007, 76(6): 061120
34 过增元, 梁新刚, 朱宏晔. 熵——描述物体传递热量能力的物理量. 自然科学进展, 2006, 16(10): 1288—1296
35 过增元. 热学中的新物理量. 工程热物理学报, 2008, 29(1): 112—114
36 Guo Z Y, Chen Q. Irreversibility and optimization of transfer processes. In: Eighteenth International Symposium on Transport Phenomena. Daejeon, 2007
37 过增元, 程新广, 夏再忠. 最小热量传递势容耗散原理及其在导热优化中的应用. 科学通报, 2003, 48(1): 21—25

38 韩光泽, 过增元. 导热能力损耗的机理及其数学表述. 中国电机工程学报, 2007, 27(17): 98—102
39 朱宏晔, 陈泽敬, 过增元. 熵耗散极值原理的电热模拟实验研究. 自然科学进展, 2007, 17(12): 1692—1698
40 韩光泽, 过增元. 不同目的热优化目标函数: 热量传递势容损耗与熵产. 工程热物理学报, 2006, 27(5): 811—813
41 程新广, 孟继安, 过增元. 导热优化中的最小传递势容耗散与最小熵产. 工程热物理学报, 2005, 26(6): 1034—1036
42 吴晶, 程新广, 孟继安, 过增元. 层流对流换热中的势容耗散极值与最小熵产. 工程热物理学报, 2006, 27(1): 100—102
43 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 基于矩形单元体的以熵耗散最小为目标的“体点”导热构形优化. 中国科学 E 缉: 技术科学, 2009, 39(2): 278—285
44 吴晶, 梁新刚. 熵耗散极值原理在辐射换热优化中的应用. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39(2): 272—277
45 陈 群, 任建勋. 对流换热过程的广义热阻及其与熵耗散的关系. 科学通报, 2008, 53(14): 1730—1736
46 柳雄斌, 过增元, 孟继安. 换热器中的熵耗散与热阻分析. 自然科学进展, 2008, 18(10): 1186—1190
47 柳雄斌, 孟继安, 过增元. 换热器参数优化中的熵产极值和熵耗散极值. 科学通报, 2008, 52(24): 3026—3029
48 宋伟明, 孟继安, 梁新刚, 等. 一维换热器中温差场均匀性原则的证明. 化工学报, 2008, 59(10): 2460—2464
49 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 以熵耗散最小为目标的电磁体多学科构形优化. 中国科学 E 缉: 技术科学, 2009, 39(9): 1606—1613
50 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. 以熵耗散最小为目标的空腔几何构形优化. 中国科学 E 缉: 技术科学, 2009, 39(12): 1949—1957
51 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. T 形腔熵耗散最小构形优化. 科学通报, 2009, 54(17): 2605—2612
52 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 换热器熵耗散最小优化. 科学通报, 2009, 54(15): 2240—2246
53 Guo J F, Cheng L, Xu M T. Entransy dissipation number and its application to exchanger performance evaluation. Chin Sci Bull, 2009, 54(15): 2708—2713
54 Charach C, Zarmi Y, Zermel A. New perturbation method for planar phase-change processes with time-dependent boundary conditions. J Appl Phys, 1987, 62(11): 4375—4381
55 Charach Ch, Huleihil M, Zarmi Y. Perturbative analysis of planar phase change processes with time-dependent temperature at the boundary. J Appl Phys, 1988, 64(10): 4832—4837