中国科学:信息科学 2026 年 第 56 卷 第 8 期: 2122–2149
SCIENTIA SINICA Informationis
论文

# 基于扩维域能量弥散的隐蔽通信: 性能与方法

安建平[1], 倪子涵[1], 潘高峰[1], 王帅[1*], 李悦[2], 李龙[3], 陈超[1], 刘勇[4], 刘刚[5], 尹浩[6]

1. 北京理工大学网络空间安全学院, 北京 100081
2. 海军装备研究院, 北京 100161
3. 北京市信息技术研究所, 北京 100091
4. 中国船舶重工集团公司第七二二研究所低频电磁通信技术实验室, 武汉 430079
5. 上海航天电子有限公司, 上海 201821
6. 中国人民解放军军事科学院, 北京 100091

* 通信作者. E-mail: swang@bit.edu.cn

收稿日期: 2025–12–08; 修回日期: 2026–02–27; 接受日期: 2026–05–04; 网络出版日期: 2026–08–12

国家自然科学基金 (批准号: U2436203, 62571045, 62171031) 资助项目

**摘要** “信息安全是信息化社会国家安全的基石.” 如果信息没有流动, 意味着信息无从应用, 理论上信息也就没有价值. 因此, 信息传输的安全是信息全生命周期安全链条中尤为重要的基础环节之一. 鉴于无线媒质固有的开放性特征和无线通信的普及度, 无线信息传输过程中的安全问题更成为了信息安全的焦点问题之一. 而在一些特殊应用场景中, 如刑事侦查、情报搜集等, 如何隐藏无线通信的行为就成为其信息安全保护的首要问题. 随着侦收方电磁侦收硬件设备和数据处理技术的更新与迭代, 传统隐蔽通信的实现手段, 如直接序列扩频和跳频以及其组合等, 已不能满足当前复杂对抗电磁环境中迫切的无线隐蔽传输需求. 因此, 在本团队前期工作中, 我们溯本正源, 回归无线通信本质, 突破频域能量弥散的局限性, 创新地提出了 “基于扩维域能量弥散隐蔽通信” 理论, 将无线电磁信号的能量弥散至时、频、空、码和极化等多个维域以显著提升侦收方的能量搜集难度, 从而有效降低无线传输信号被侦听方发现的概率. 受篇幅所限, 我们未能对扩维域能量弥散隐蔽传输系统的隐蔽性、可靠性以及设计方法作出详尽的描述. 为了弥缝旧憾, 本文首先对将能量弥散到时、频、空、码、极化域的无线隐蔽通信系统的发送、接收以及侦收模型进行了更加贴近工程实践的建模. 然后, 在此基础下, 推导了侦收方检测概率与接收方中断概率的近似解析表达式以研究扩维域能量弥散隐蔽通信系统的隐蔽性与可靠性这一内生矛盾. 接下来, 利用蒙特卡罗方法对系统隐蔽性能和中断性能进行仿真, 验证了所建立的侦收方检测概率与接收方中断概率数学模型的正确性. 最后, 根据前作提出的 “基于扩维域能量弥散的隐蔽通信” 理论以及本文建立的数学研究模型, 详尽地给出了能够指导工程实践的扩维域能量弥散隐蔽通信系统设计算法及实现步骤.

**关键词** 隐蔽通信, 多维域能量弥散, 无线电传播理论, 无线电侦收, 纽曼 – 皮尔逊检验

## 1 引言

在前作 [1] 中, 我们已经论述过, 在敌情侦查、情报搜集、特勤保障等特殊场景中, 不能再依靠传统信息安全技术, 诸如隐写术、编码、网络协议等手段, 来实现信息的无线安全传输, 而保护无线传输行为不被第三方所察

**引用格式:** 安建平, 倪子涵, 潘高峰, 等. 基于扩维域能量弥散的隐蔽通信: 性能与方法. 中国科学: 信息科学, 2026, 56: 2122–2149, doi: 10.1360/SSI-2025-0531
An J P, Ni Z H, Pan G F, et al. Covert communications base on energy dispersion in extended dimensions: performance and methodology. Sci Sin Inform, 2026, 56: 2122–2149, doi: 10.1360/SSI-2025-0531

© 2026《中国科学》杂志社 www.scichina.com infocn.scichina.com
https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

觉的隐蔽通信成为不二之选的安全举措. 因此, 再次明晰: 我们谈及和追求的隐蔽通信是无线传输环节不被第三方侦测到的隐蔽, 属于电磁信号行为级的隐蔽范畴, 是堆栈最底层的基础性通信安全技术之一.

事实上, 研究人员做过的关于信息安全的很多研究均是以不被第三方发现为目的, 抑或面向低检测/低截获通信. 然而, 虽然大量研究均以隐蔽通信为主题, 但其实现隐蔽通信的手段具有很大的差异. 文献 [2, 3] 尝试在 802.11 协议的框架下构建隐蔽通信信道. 文献 [4] 利用强化学习工具通过引入干扰信号的方式, 并揭示了隐蔽通信信道相关性有利于隐蔽通信的吞吐量. Bash 团队延续了其对隐蔽通信性能的分析框架, 在文献 [5] 中继续探寻了利用量子比特去极化信道进行纠缠辅助通信方案的隐蔽通信性能界限. 文献 [6] 在 Bash 研究的基础之上继续研究了高斯噪声下的隐蔽通信方案. 文献 [7] 通过随机选取干扰用户的方式构建了一个适用于上行多用户场景的隐蔽通信方案. 这些手段受限于环境和设备, 多在物理层及以上层实现隐蔽通信的目的. 然而, 电磁信号行为级的隐蔽通信多应用于刑事侦查、情报获取等极特殊场景. 在这些场景中, 既无法借助民用传输协议, 也不能随意发射干扰, 因此该场景中必须使用能够实现电磁信号级别的隐蔽通信手段. 其中, 以将信号的功率谱密度展宽压低并隐匿于噪声功率谱密度之下从而使得通信行为不被察觉的直接序列扩频 (direct sequence spread spectrum, DSSS) 技术便是最主要的技术流派之一 [8].

作为 DSSS 通信孪生兄弟的跳频扩频 (frequency hopping spread spectrum, FHSS) 通信则是通过快速更改发射信号的载波频率使第三方因先验信息缺失而无法跟踪 FHSS 信号在频域的能量跳变从而忽略发送方存在通信行为的隐蔽通信技术. 研究人员又发现 DSSS 与 FHSS 时常搭配使用以获得更强的抗发现效果. 这样的抗第三方发现的通信方式具有同一性, 即将通信信号的能量弥散至频域. 在文献 [9] 中, 作者计算了扩频信号的检测概率, 并给出了扩频信号检测的检验统计量. 随着检测设备的进步, 深埋于噪声功率谱密度的扩频信号也仍有可能被侦听方发现. 不仅如此, 由于扩频序列长度有限, 因此实际发送的扩频信号一般伴随一定的周期循环性, 容易被侦听方提取规律进而引发通信行为的暴露, 故纯粹的频域能量弥散的方式并不能实现绝对的隐蔽. 为了解决这种问题, 研究人员试图通过改变码片速率, 使扩频信号的能量在码域弥散, 进一步减小被侦听方发现的概率. 本质上来说, 传统扩频系统向变速率扩频系统的转变所带来的隐蔽性能提升是电磁能量的弥散从频域向频域和码域的扩展. 推而广之, 信号的电磁能量实际上还能够向时域、空域、极化域等更多的维域弥散.

“君子务本, 本立而道生.” 在文献 [1] 中, 作者回归无线通信的本质, 即能量以加载了信息的电磁波的形式在无线媒质中扩散的过程, 揭示了无线传输环节中信息泄露和信号捕获的本质; 进而, 创新性地提出并初步阐述了“基于扩维域能量弥散的隐蔽通信” 思想, 即将能量弥散至时、频、空、码以及极化域等更多维域从而降低信号能量在高维空间能量密度的隐蔽通信方式. 具体来说, 我们

• 突破传统单一维域能量弥散和侦收的束缚, 提出了扩维域联合能量弥散和侦收的思想, 并建立了扩维域能量弥散和侦收的系统模型;

• 推导了当 Alice 分别采取从仅时域能量弥散到时、频、空、码四域能量弥散策略时 Willie 的能量全侦收概率, 并用 Willie 的能量全侦收概率作为 Alice 隐蔽性能的表征, 进而推演出了基于扩维域能量弥散的隐蔽通信指导原则;

• 揭示了无线通信系统隐蔽性和可靠性这一固有内生矛盾并辩证地指出了破解和平衡该矛盾的思路, 以及实现无线隐蔽通信原理和技术途径.

我们完成了对无线隐蔽通信系统设计的感性认识到理性认识的跃变, 并从无线隐蔽通信系统设计的实践中获得了一些阶段性结论和方向性思路. 然而受限于认识的客观发展规律, 文献 [1] 中所总结的经验还有待接受实践的进一步检验以完成从理性认识到隐蔽通信工程实践的升华. 因此, 目前所构建的 “基于扩维域能量弥散的隐蔽通信” 体系尚不完善, 仍然存在下列不足:

• 更侧重对 Willie 在多维域下对来自 Alice 的电磁能量进行侦收的建模, 而对 Alice 的电磁能量在时、频、空、码以及极化域的弥散尚未作出准确的数学建模;

• 将无线隐蔽传输系统设计的哲学理念归结为平衡无线隐蔽传输系统中隐蔽性与可靠性的相互制约的内生矛盾关系, 但是却没有对隐蔽性和可靠性的这一内生矛盾做出定量分析;

• 虽然提出了通过构建可达区间, 并使无线隐蔽通信系统工作于可达区间从而实现无线隐蔽通信的技术路

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

径, 但却未能给出可达区间的精确表达式以及求解可达区间的具体算法.

“实践决定理论, 是理论的来源, 是理论发展的根本动力、是理论的最终目的.” 因此, 我们提出 “基于扩维域能量弥散的隐蔽通信” 理论的终极愿景是为了更好地指导和推动无线隐蔽传输的工程实践. 具体而言, 本文进一步深入剖析无线扩维域能量弥散隐蔽通信的可靠与隐蔽传输性能及其内生互搏矛盾属性, 然后指明 “基于扩维域能量弥散的隐蔽传输理论” 的工程实现的关键步骤及核心算法, 充实完善无线隐蔽通信理论.

本文的主要工作如下[1)]:

• 建立并进一步完善了信号在时、频、空、码、极化域进行能量多维域弥散的数学模型;

• 推导了当发送方 Alice 将其信号能量均匀弥散至时、频、空、码、极化域时, 侦听方 Willie 使用纽曼 – 皮尔逊检验在多维域进行能量侦收的检测概率近似解析表达式以及信息接收方 Bob 的中断概率近似解析表达式;

• 利用蒙特卡罗仿真方法验证了本文所推导的 Willie 检测概率与 Bob 侦收概率的近似解析表达式的正确性;

• 以文献 [1] 中第 8.2 小节所归纳的无线隐蔽通信系统设计的技术途径为指导思路, 成功找到了其所定义的可达区间, 同时也印证了所提出的无线隐蔽通信系统设计技术途径的合理性;

• 利用 Willie 检测概率与 Bob 中断概率的近似解析表达式, 设计出能够满足无线隐蔽通信实践要求的可达区间宽度优化算法.

本文后续安排如下. 第 2 节详细地描述了 Alice 将其信号的能量弥散至时、频、空、码、极化域的数学模型, 并在此能量弥散模型的基础之上给出了 Willie 侦收信号能量以及 Bob 接收信号的数学模型. 第 3 节首先推导出了 Willie 在第 2 节所构建的侦收模型下侦收来自 Alice 的电磁信号能量的解析表达式; 然后利用数理统计、数学分析等数学工具推导出了 Willie 侦收能量的概率分布; 最后, 推导出了 Willie 在第 2 节所构建的侦收模型下的检测概率近似解析表达式. 第 4 节在第 2 节所构建的检测模型下, 以中断概率作为衡量 Bob 的接收性能的标准, 最终给出了 Bob 的中断概率近似解析表达式. 第 5 节先利用蒙特卡罗仿真手段验证了第 3 和 4 节中所获得的近似解析表达式的正确性, 然后在文献 [1] 第 8.2 小节的指导思路下成功构建出了可达区间. 最后, 第 6 节结合已有的理论推导, 给出了可达区间的计算算法, 并设计了无线扩维域能量弥散隐蔽传输的工程实现关键步骤和核心算法.

## 2　系统模型

### 2.1　多维域能量弥散模型

在详细阐述各维域的能量弥散模型之前, 必须明确隐蔽通信收发双方的协作机制. 鉴于隐蔽通信对低截获/低检测/低发现概率的严苛要求, 任何显式的在线握手或策略协商过程都可能因频繁的信令交互而暴露通信行为. 因此, 本文基于 “多维域能量弥散参数预制” 机制[2)], 对收发双方的协作做出如下基础假设.

Alice 与 Bob 在通信任务开始前, 也就是说在设备出厂或任务准备阶段前, 就已经通过物理注入能够生成大量 “多维域能量弥散参数图案” 的密钥种子. 基于该密钥种子, 收发双方利用相同的伪随机数生成算法, 能够在本地同步生成完全一致的时、频、空、码、极化等多维域参数跳变图案. 这种机制确保了 Alice 与 Bob 无需在信道中进行实时的策略协商即可实现精准的收发对齐[3)], 而对于缺乏该种子的 Willie 而言, 信号在各维域的分布则表现为完全随机的噪声. 在此假设基础上, 本小节将分别对各维域的能量弥散进行数学建模.

1) 本文提出了一种基于扩维域能量弥散的隐蔽通信方案, 给出了实现扩维域能量弥散隐蔽通信系统的基本设计思路, 并建立了其性能分析框架, 至于具体的各维域的能量弥散方案属于工程设计问题, 不在本文的研究范围之内.

2) 值得说明的是, 能够生成大量 “多维域能量弥散参数图案” 的密钥种子的设计与研发属于密码学的独立研究课题. 本文主要聚焦于在此基础假设之上的扩维域能量弥散传输机理与性能分析, 上述具体支撑技术的工程实现不在本文的研究范围之内.

3) 需要强调的是, 本文的 “一次性” 指的是 Alice 和 Bob 用于控制多维域能量弥散图案的整套参数序列, 在完成单次高价值信息传输后, 该套参数就立即作废, 即使在短时间内也不再用于生成新的图案. 目标是避免 Willie 长期积累统计数据或反演参数模式, 从而保障电磁信号行为的不可发现性. 我们的场景是短时、突发、非连续的, 往往在短时间内只通一次并且一般只传输轻量级数据. 因此, 不能将本文所阐述的 “具有单次特性” 的隐蔽通信与密码学的 “一次一密” 等同.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

我们考虑信号的能量分别在时、频、空、码、极化 5 个维域进行能量弥散, 本小节分别对信号在时、频、空、码、极化域进行能量弥散进行建模[4].

在详细地给出时、频、空、码以及极化域甚至更多的维域上进行能量弥散的模型之前, 需要着重强调收发端在多维域进行能量弥散与接收的前提条件.

(1) 小概率事件的原理指出: 多次独立重复同一试验的情况下, 小概率事件迟早会发生. 因此极敏感场景下的用于隐蔽通信的能量弥散方案应具有用后即弃的特性, 绝不可反复使用. 因此, 极敏感场景下对于每一对隐蔽传输设备, 其硬件内部应刻录一组独一无二的能量弥散方案, 以支撑其完成一次隐蔽通信.

(2) 侦收方必须积攒足够多的有效信息才能够对隐蔽收发双方的能量弥散方案进行反演推算. 然而, 当侦收方对隐蔽收发双方的能量弥散方案一无所知时, 侦收方甚至无法发现隐蔽通信的行为. 因此, 当侦收方不知晓隐蔽传输设备双方内部刻录的独一无二的能量弥散方案时, 侦收方几乎无法对能量弥散方案进行反演推测.

(3) 在一些非极端敏感的需要进行隐蔽传输的场景中, 在每一次隐蔽传输的过程中, 能量弥散方案可以与隐蔽信息以某种较强的加密方式混合在一起并进行加密传输. 因此, 在非极端敏感的需要进行隐蔽传输场景中, 硬件内部刻录的能量弥散方案应在每一次隐蔽传输行为后重新覆写[5].

### 2.1.1　时域模型

在时域上, 我们以随机时隙扩时发送作为时域能量弥散的基本手段. Alice 为了能够在时域上不被 Willie 所侦收, 将其要发送的信号离散至更多时隙并进行扩时发送. 若 Alice 所需要发送的原信号需要占用 $N_t$ 个时隙, 采取扩时系数 $\mathcal{K}_t$, 即 Alice 将其信号弥散在 $\mathcal{K}_t N_t$ 个时隙进行发送. 为了更形象地表述这种扩时传输方式, 我们使用元素仅为 0, 1 的矩阵 $\mathbf{A}_t$ 记录 Alice 经过扩时后发送信号的时隙. 矩阵 $\mathbf{A}_t$ 可以表示为

$$\mathbf{A}_t = \begin{pmatrix} 1\ 0\ \cdots\ 1 \\ 1\ 1\ \cdots\ 1 \\ \vdots\ \vdots\quad\ \ \vdots \\ 1\ 0\ \cdots\ 1 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

其中, 0 和 1 分别代表 Alice 未发送和发送信号, $\mathbf{A}_t$ 的列数代表 Alice 整个发送过程中的时隙个数, 即 $\mathcal{K}_t N_t$, $\mathbf{A}_t$ 的每一行代表 Alice 的一种时隙占用策略的图案, $\mathbf{A}_t$ 共有 $N_{st}$ 行, 代表 Alice 时隙占用策略的个数, 值得注意的是 $\mathbf{A}_t$ 的第一列和最后一列均为全 1 的列向量.

取 $\mathbf{A}_t$ 的每一行, 构成列向量 $\mathbf{a}_{t,1}, \ldots, \mathbf{a}_{t,N_{st}}$, 那么矩阵 $\mathbf{A}_t$ 可以简单地写为

$$\mathbf{A}_t = [\mathbf{a}_{t,1}, \ldots, \mathbf{a}_{t,N_{st}}]^{\mathrm{H}}, \tag{2}$$

其中, H 代表 Hermitian 转置.

假设 Willie 的能量采集宽度为 $\Delta_w$ 个时隙长度 ($\Delta_w \leqslant \mathcal{K}_t N_t$). 那么, Willie 在 Alice 发送隐蔽信号的时段对其的侦收时隙可以表示为

$$\mathbf{w}_t = \left[0, \underbrace{1, \ldots, 1}_{\Delta_w}, 0, \ldots, 0\right]^{\mathrm{H}}, \tag{3}$$

4) 对于使用密码本的加密通信而言, 信号的传输行为对于接收方以及侦收方都是公开的, 因此侦收方可以先将信号采集下来, 进而使用极强的算力来破译传输的信息内容. 在这种加密通信模式下, 可以证明只有发送方和接收方始终享有无限长度的密钥才能实现理想的保密通信. 而对于面向低检测/低截获通信的 DSSS, FHSS 及其各种变种技术, 其本质上都是在频域上对信号进行能量弥散. 对于侦收方而言, 发送方在频域上进行单一维域能量弥散的行为是公开的, 因此侦收方仍有机会通过采集信号并使用极强算力对发送方的扩频码本进行破译. 然而, 一旦将信号的能量弥散扩展至时、频、空、码以及极化域甚至更多的维域上进行能量弥散, 侦收方隐蔽信号能量接收的难度就会呈现几何级上升, 导致破译工作无法进行.

5) 一般而言, 加密通信使用加密方式保护信息内容不被破译. 值得注意的是: 只有在侦收到足够多的信号能量并成功将调制信号解调成比特级信息的前提下, 即侦收方在成功获取发送的明文的前提下, 侦收方才能开展破译. 这样, 可以看出加密通信属于信息级安全范畴, 是信息传输安全的最后一道防线. 然而, 扩维域能量弥散的隐蔽通信通过将信号能量弥散至不同维域以防止侦收方发现信息传输的行为, 属于无线通信行为级安全范畴, 是信息传输安全的第一道防线.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

其中, 向量 $\mathbf{w}_t$ 的维度为 $\mathcal{K}_t N_t \times 1$. 在向量 $\mathbf{w}_t$ 中, 包含 $\Delta_w$ 个连续为 1 的序列, 这代表了 Willie 对信号能量的侦收窗口. 由于 Willie 对信号能量侦收窗口 (包含起始时间和持续时长) 可以有多种方案, 因此可以将多个表示不同侦收方案的列向量 $\mathbf{w}_t$ 进行行拼接以得到 Willie 使用多种方案进行能量侦收的时域能量侦收矩阵 $\mathbf{W}_t$.

设列向量 $\mathbf{y}_t$ 以记录 Willie 使用时域检测窗口 $\mathbf{w}_t$ 对 Alice 不同扩时发送策略的侦收时隙个数. 那么, $\mathbf{y}_t$ 可以表示为

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}_t \mathbf{w}_t. \tag{4}$$

简单来讲, 在时间维域, Alice 将其信号切割为 $N_t$ 个时隙, 在扩时系数 $\mathcal{K}_t$ 的作用下, 将其发送时隙弥散至 $\mathcal{K}_t N_t$ 个时隙进行发送, 且信号的码元周期为 $T_{sym}$, 时隙长度为 $T_{slot}$. 由于采用 BPSK 调制, $T_{sym}$ 即为单比特信息的传输时长. 该参数与时隙长度 $T_{slot}$ 共同决定了单次跳变周期内的信息容量, 即每一个被激活的发送时隙 $T_{slot}$ 内包含固定数量 ($N_{sym} = T_{slot}/T_{sym}$) 的信息符号; 该参数也是码域能量弥散的基准单位, 无论后续采用何种动态扩频比 $N_{ss,i}$, 扩频序列的生成与能量积分均在 $T_{sym}$ 的时间窗内完成.

记时域能量弥散空间为

$$\mathbf{t} = \{(0, T_{slot}), (T_{slot}, 2T_{slot}), \ldots, ((\mathcal{K}_t N_t - 1) T_{slot}, \mathcal{K}_t N_t T_{slot})\}. \tag{5}$$

### 2.1.2　频域模型

在频域上, 我们以载波频率跳变作为频域能量弥散的基本手段. 假设 Alice 在每一个时隙等概率地从 $N_{car}$ 个载波频率中随机选取一个载波频率进行载波调制. 记这些载波频率为 $f_{c,1}, \ldots, f_{c,N_{car}}$. 因此, 每个时隙选取载波频率的概率为

$$\Pr\{f_{car,i} = f_{c,j}\} = \frac{1}{N_{car}}, \tag{6}$$

其中, $f_{car,i}$ 表示 Alice 的第 $i$ 个信息发送时隙采用的载波频率, $i = 1, \ldots, N_t$ 且 $f_{car,i}$ 为随机变量.

记频域能量弥散空间为

$$\mathbf{f} = \{f_{c,1}, \ldots, f_{c,N_{car}}\}. \tag{7}$$

### 2.1.3　码域模型

在码域上, 我们以扩频比动态变化作为码域能量弥散的基本手段. 假设 Alice 可以使用的扩频码组的扩频比分别为 $K_{ss,1}, \ldots, K_{ss,N_{ss}}$. Alice 在每一个真正发送信号的时隙等概率地从 $N_{ss}$ 种扩频码组中选取不同的扩频码给该时隙内的每一个码符号进行扩频. 因此, 每个时隙选取扩频码比的概率为

$$\Pr\{N_{ss,i} = K_{ss,j}\} = \frac{1}{N_{ss}}, \tag{8}$$

其中, $N_{ss,i}$ 表示 Alice 的第 $i$ 个信息发送时隙所采用的扩频比, $i = 1, \ldots, N_t$ 且 $N_{ss,i}$ 为随机变量.

记码域能量弥散空间为

$$\mathbf{c} = \{K_{ss,1}, \ldots, K_{ss,N_{ss}}\}. \tag{9}$$

### 2.1.4　空域模型

在空域上, 我们以多方向随机发送作为空域能量弥散的基本手段. 在建立多方向随机发射模型之前, 我们先对 Alice 天线辐射波束进行建模. 本文向工程实际进一步贴近, 不再使用以往的锥面波束对 Alice 的发射天线辐射方向函数进行建模. 实际天线的辐射方向图包含一个指向性最强的主瓣以及其他向多个方向辐射能量的旁瓣. 我们根据抓住事物主要矛盾的主要方面的哲学思想, 忽略其他旁瓣辐射的能量, 如图 1 所示, 将 Alice 的发射天

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

线辐射强度函数建模为有一个主瓣和两个副瓣的特定空间函数. 文献 [10] 指出: 高阶的余弦函数可用于对天线辐射强度的建模, 因此我们将 Alice 天线的辐射强度建模为

$$U(\varphi) = \cos^4 \varphi \cos^2 (a\varphi), \tag{10}$$

其中, $\varphi \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, $a$ 用来调整半功率角. 假设天线在 $\varphi = \frac{\varphi_0}{2}$ 的位置处辐射强度降为一半, 因此有

$$\cos^4 \left(\frac{\varphi_0}{2}\right) \cos^2 \left(\frac{a\varphi_0}{2}\right) = \frac{1}{2}. \tag{11}$$

将其反解可得

$$a = \frac{2}{\varphi_0} \arccos \left( \frac{1}{\sqrt{2} \cos^2 \left(\frac{\varphi_0}{2}\right)} \right). \tag{12}$$

在补充材料 A 中, 我们根据式 (10), 求解出天线的平均辐射功率为

$$P_{rad} = \begin{cases} \dfrac{3\pi^2}{8}, & a = 1; \\ \dfrac{7\pi^2}{32}, & a = 2; \\ \dfrac{3}{16}\pi^2 + \dfrac{3\pi \sin\left[(a-1)\pi\right]}{4a(a^2-1)(a+2)} + \dfrac{3\pi \sin\left[(a-2)\pi\right]}{4a(a+1)(a^2-4)}, & a > 0 \text{ and } a \neq 1, 2. \end{cases} \tag{13}$$

根据文献 [10] 中式 (2)∼(16), 可以将天线的方向性函数定义为

$$D(\varphi) = \frac{U(\varphi)}{\frac{P_{rad}}{4\pi}}, \tag{14}$$

其中, $U(\varphi)$ 表示天线的辐射强度, $P_{rad}$ 为天线的辐射强度 $U(\varphi)$ 向全部方向辐射的总功率, $4\pi$ 代表完整球面对球心所张的立体角.

因此, 辐射强度半功率角为 $\varphi_0/2$ 时, 根据式 (10), (13) 和 (14), 可以将天线的方向性函数建模为

$$D(\varphi) = \frac{4\pi U(\varphi)}{P_{rad}} = \frac{4\pi \cos^4 \varphi \cos^2 (a\varphi)}{P_{rad}}, \tag{15}$$

其中, $\varphi = 0$ 对应的位置为天线的最大辐射方向.

需要明确的是, 本小节所述的空域模型在工程实践中可对应于 “分布式接收系统” “协作接收蜂群” 或 “卫星星座” 等场景. 即, 区域 $\Omega$ 内不仅存在单一的接收设备, 而是部署了若干个能够协同工作的接收节点. Alice 依据预置的空域跳变策略, 在不同时隙将信号能量定向发送给若干接收节点中的特定节点. 假设这些节点具备可靠的内部回传链路, 能够将各自接收到的信号分片进行汇总与拼接, 从而恢复出完整的隐蔽信息. 基于此物理场景, 为了便于数学建模与性能分析, 我们将这一协同接收系统等效认为 Alice 仅与一个 Bob 进行隐蔽通信且该 Bob 的位置每隔一个时隙发生一次随机变动, 其位置在空间中服从均匀点分布.

假设目的方向存在多个可以进行联合接收的 $\text{Bob}_i$ 且 $\text{Bob}_i$ 的位置在目的方向的区域内服从一定的几何分布, 那么为了保证每一个 $\text{Bob}_i$ 均可以正确接收 Alice 的隐蔽信号, Alice 需要不断调整天线的方向, 使天线的最大辐射方向始终对准当时的 $\text{Bob}_i$. 如图 2 所示, 假设 Alice 最大辐射方向的最大波动幅度为 $\Phi_0$, 即 Alice 的最大辐射方向可以在一个轴与母线夹角为 $\Phi_0$ 的锥形空间内自由变动. 我们以该锥形空间的顶点为原点 $O$, 锥形空间的轴为 $z$ 轴, 垂直于 $z$ 轴的平面为 $xOy$ 平面建立空间直角坐标系, 并在此基础上建立球坐标系 $(r, \theta, \varphi)$. 假设 $\text{Bob}_i$ 在以半径为 $r_{\min}$ 和 $r_{\max}$ 的球面和 Alice 的最大辐射方向可变动的锥面夹成的空间 $\Omega$ 内服从均匀点分布. 在每一个时隙的开始, Alice 等概率地从空间 $\Omega$ 内随机选取一个 Bob, 并将该时隙的信号传递给被选取的 Bob. 假设每一个 Bob 被选取进行信息接收的概率均等, 因此可以等价认为 Alice 仅与一个 Bob 进行隐蔽通信且该 Bob 的位置每隔一个时隙发生一次随机变动, 其位置在空间 $\Omega$ 中服从均匀点分布.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

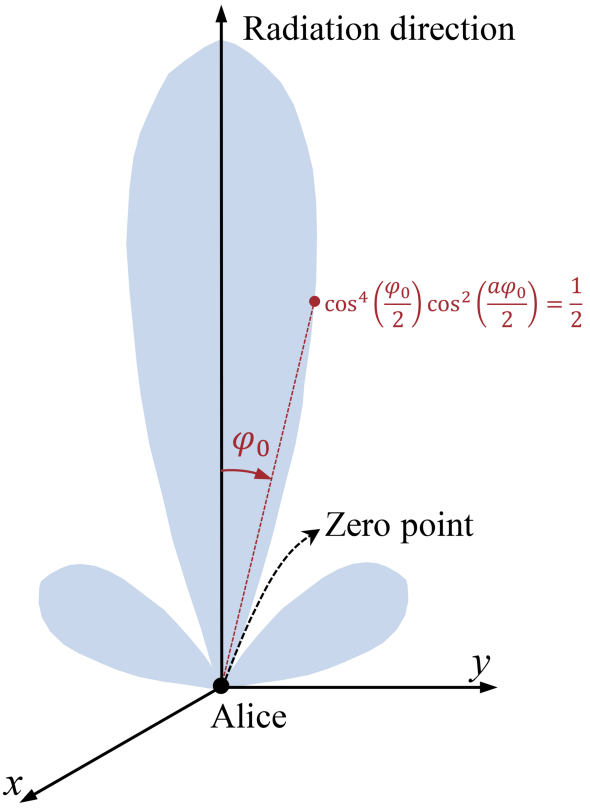



图 1　(网络版彩图) 天线方向辐射图.

**Figure 1**　(Color online) Antenna directional radiation pattern.

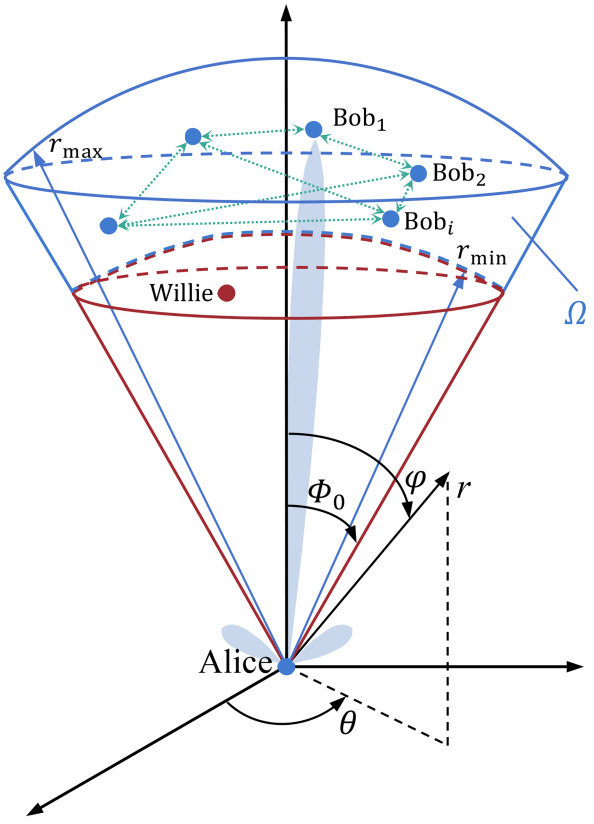



图 2　(网络版彩图) 空域模型.

**Figure 2**　(Color online) Space model.

设 Bob 的位置坐标为 $(R_b,\theta_b,\varphi_b)$, 利用其位置在空间 $\Omega$ 中服从均匀点分布的特性, 可以求得 $R_b,\theta_b,\varphi_b$ 的联合累计分布函数 (cumulative distribution function, CDF) 为

$$\begin{aligned}F_{R_b,\theta_b,\varphi_b}(x_1,x_2,x_3)&=\Pr\{R_b\leqslant x_1,\theta_b\leqslant x_2,\varphi_b\leqslant x_3\}\\&=\frac{\int_{r_{\min}}^{x_1}\mathrm{d}r\int_0^{x_2}\mathrm{d}\theta\int_0^{x_3}r^2\sin\varphi\mathrm{d}\varphi}{\int_{r_{\min}}^{r_{\max}}\mathrm{d}r\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\Phi_0}r^2\sin\varphi\mathrm{d}\varphi}\\&=\frac{x_1^3-r_{\min}^3}{r_{\max}^3-r_{\min}^3}\frac{x_2}{2\pi}\frac{1-\cos x_3}{1-\cos\Phi_0}.\end{aligned}\tag{16}$$

观察式 (16) 可知, $R_b$, $\theta_b$, $\varphi_b$ 这 3 个随机变量相互独立且其各自的 CDF 可以表示为

$$F_{\theta_b}(x)=\frac{x}{2\pi};\tag{17}$$

$$F_{\varphi_b}(x)=\frac{1-\cos x}{1-\cos\Phi_0};\tag{18}$$

$$F_{R_b}(x)=\frac{x^3-r_{\min}^3}{r_{\max}^3-r_{\min}^3}.\tag{19}$$

分别对式 (17)~(19) 求导, $R_b$, $\theta_b$, $\varphi_b$ 各自的概率密度函数 (probability density function, PDF) 可以表示为

$$f_{\theta_b}(x)=\frac{1}{2\pi};\tag{20}$$

$$f_{\varphi_b}(x)=\frac{\sin x}{1-\cos\Phi_0};\tag{21}$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

$$f_{R_b}(x)=\frac{3x^2}{r_{\max}^3-r_{\min}^3}. \tag{22}$$

设在 Alice 的第 $i$ 个发送时隙, Bob 位置坐标为 $B_i(R_{bi}\sin\varphi_{bi}\cos\theta_{bi}, R_{bi}\sin\varphi_{bi}\sin\theta_{bi}, R_{bi}\cos\varphi_{bi})$, Willie 的坐标为 $W(R_w\sin\varphi_w\cos\theta_w, R_w\sin\varphi_w\sin\theta_w, R_w\cos\varphi_w)$. 由于 Alice 的最大辐射方向始终在随 Bob 的位置跳变而改变, 因此 Willie 侦听来自 Alice 能量的多寡与射线 OW 和 $\mathrm{OB}_i$ 构成的夹角 $\varphi_{wbi}$ 有直接关联. 根据几何关系, 可以求得 $\varphi_{wbi}$ 为

$$\begin{aligned}\varphi_{wbi}&=\arccos\left(\sin\varphi_{bi}\sin\varphi_w\cos\theta_{bi}\cos\theta_w+\sin\varphi_{bi}\sin\varphi_w\sin\theta_{bi}\sin\theta_w+\cos\varphi_{bi}\cos\varphi_w\right)\\&=\varphi_{wb}(\theta_{bi},\varphi_{bi}),\end{aligned} \tag{23}$$

其中, $\varphi_{wb}(x_1,x_2)=\arccos\left[\sin x_2\sin\varphi_w\cos\left(x_1-\theta_w\right)+\cos x_2\cos\varphi_w\right]$.

根据式 (23), 我们可以得到当 Alice 的最大辐射方向变化时, Alice 的发射天线在 Willie 方向上的方向性数值为

$$D(\varphi_{wbi})=\frac{4\pi\cos^4\varphi_{wbi}\cos^2\left(a\varphi_{wbi}\right)}{P_{rad}}, \tag{24}$$

其中, $a=\frac{2}{\varphi_0}\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{2}\cos^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)}\right)$, $\varphi_{wbi}=\varphi_{wb}(\theta_{bi},\varphi_{bi})$, $P_{rad}$ 的数值可由式 (A12) (见补充材料) 计算.

记空域能量弥散空间为

$$\mathbf{s}=\left\{(r,\theta,\varphi)\,|r_{\min}\leqslant r\leqslant r_{\max},0\leqslant\theta<2\pi,0\leqslant\varphi\leqslant\Phi_0\right\}. \tag{25}$$

#### 2.1.5　极化域模型

在极化域上, 我们以极化角度随机跳变作为极化域能量弥散的基本手段. 假设 Alice 和 Bob 均使用线极化天线进行通信, Alice 在每一个信号发送时隙随机选定一个极化角度并辐射电磁信号. 我们认为 Bob 能够同 Alice 事先约定每一个信号发送时隙的极化角度, 并在每一个信号发送时隙使用正确的极化角度进行信号接收. 设水平极化时天线的角度为 0° (0 rad), 垂直极化时天线的角度为 90° ($\frac{\pi}{2}$ rad), 极化角度最大可以达到 180° ($\pi$ rad). 设在第 $i$ 个信号发送时隙时, Alice 天线的极化角度为 $\theta_{po,i}$ 且 Alice 的天线选取不同极化角度的概率均相等. 假设 Alice 的可选极化角度有 $N_{po}$ 个, 分别记为 $\theta_{p,1},\ldots,\theta_{p,N_{po}}$, 因此 $\theta_{po,i}$ 的概率分布为

$$\Pr\left\{\theta_{po,i}=\theta_{p,k}\right\}=\frac{1}{N_{po}}, \tag{26}$$

其中, $i=1,\ldots,N_t$ 且 $\theta_{po,i}$ 为随机变量.

根据文献 [10], 收发天线的极化损失为发射天线电场方向与接收天线电场方向夹角余弦的模平方. 因此, 当 Willie 侦收机天线的极化角度为 $\theta_{pw}$ 时, Willie 侦收电磁信号的极化损失为

$$\rho_{awi}=\cos^2\left(\theta_{pw}-\theta_{po,i}\right). \tag{27}$$

记极化域能量弥散空间为

$$\mathbf{p}=\left\{\theta_{p,1},\ldots,\theta_{p,N_{po}}\right\}. \tag{28}$$

### 2.2　信号模型

#### 2.2.1　发射信号模型

我们采用 BPSK 的调制方式[6)], 那么当 Alice 采取第 $k$ 种扩时发送方式时, 其传递给其天线的信号可以表示为

$$s_k(t)=\sqrt{2P_t}\sum_{i=1}^{\mathcal{K}_tN_t}A_t(k,i)\sum_{j=1}^{T_{slot}/T_{sym}}b_{i,j}\sum_{r=1}^{N_{ss,i}}c_{i,j,r}$$

6) 在实际工程中, BPSK 通信信号因其易于扩频且容错率较高等优势常被用于隐蔽通信之中, 因此我们也采用 BPSK 信号进行分析.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

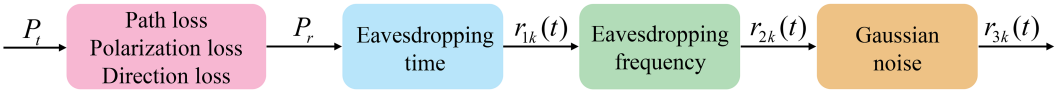



**图 3　(网络版彩图) 接收侦收模型.**

**Figure 3**　(Color online) Signal eavesdropping model.

$$\times g\left[t-(i-1)T_{slot}-(j-1)T_{sym}-(r-1)\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}}\right]\cos\left(2\pi f_{car,i}t\right), \tag{29}$$

其中, $A_t(k,i)$ 为矩阵 $\mathbf{A}_t$ 的第 $k$ 行第 $i$ 列的元素, $T_{slot}$ 为一个时隙的时长, $T_{sym}$ 为一个符号周期的时长, $b_{i,j}=-1,1$ 为 Alice 在第 $i$ 个时隙的第 $j$ 个符号的幅值, $c_{i,j,r}$ 为 Alice 在第 $i$ 个时隙的第 $j$ 个符号上所使用的扩频码序列的第 $r$ 位, $g(t)=1$ $(0\leqslant t<\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}})$.

### 2.2.2　接收信号模型

**(1) Willie 信号侦收模型.** 在给出 Willie 信号侦收模型之前, 首先阐述 Willie 使用能量检测器的合理性.

对于使用了扩频码进行直接序列扩频的信号, 接收方一般使用与发送端相同的扩频码对接收信号进行循环相关, 当循环相关的结果超过一定阈值时判决为此时存在信号传输. 假设某段信号经过扩频之后的序列表示为 $c_n$ $(1\leqslant n\leqslant N)$, $g(t)=1$ $(0\leqslant t<T_c)$, $T_c$ 为码片周期. 虽然接收方可以使用已知的扩频码序列对接收信号进行循环相关提取. 然而对于一无所知的侦收方来说, 其只能利用信号自身的自相关特性对其进行自相关. 因而, 侦收方判决存在信号传输的条件可以表示为

$$\max_t\left\{\sum_{k=0}^{N-1}c_k g(t-kT)\widetilde{c}_{t-k}g(t-kT)\right\}>\gamma_{th}\iff\max_t\left\{\sum_{k=0}^{N-1}c_k\widetilde{c}_{t-k}>\gamma_{th}\right\}\iff\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}|c_k|^2>\gamma_{th}, \tag{30}$$

其中, $\widetilde{c}_{t-k}$ 为 $c_k$ 的循环移位序列, $g(t)$ 为符号波形.

此时, 可以发现: 当侦收方对扩频序列一无所知时, 常使用的循环相关方法等价于能量检测法.

在信号检测领域还有一种常用的检测手段, 即通过构造似然比来检测信号. 常为学者所使用的最大后验准则、贝叶斯准则、极大极小准则以及纽曼 – 皮尔逊准则都是基于似然比对信号进行检测. 而当发送方使用扩频手段时, 接收/侦收的信号会呈现高斯特性. 文献 [11] 给出了结论: 当接收信号呈现高斯特性时, 使用似然比的检验统计量可以等价转换为信号能量形式的检验统计量. 因此, 当侦收方对隐蔽收发双方的能量弥散方案一无所知时, 往往仅能实施能量检测方案. 故基于此考虑, 本文中 Willie 的侦收方案采取能量检测方案建模.

由于 Alice 将信号的能量弥散在多个维域, 因此 Willie 侦听到的信号能量受多种条件制约. 然而, 在实际工程中, 电磁信号被 Willie 的天线接收后即可获得侦收信号的能量. 故此, 为了便于展示 Willie 侦收信号能量受多维域制约的过程, 我们将 Willie 的天线对信号能量的侦收过程拆解为如图 3 所示 4 个模块.

• **路径损耗, 极化损耗, 天线方向性损耗制约.** 根据 Friss 公式, 当 Alice 给天线的馈线功率为 $P_t$ 时, Willie 在其所在位置处的天线侦收到的功率为

$$P_{e,i}=\rho_{awi}\frac{P_tD(\varphi_{wbi})}{4\pi d_{aw}^2}e_ae_wD_{w\max}\frac{c^2}{4\pi f_{car,i}^2}, \tag{31}$$

其中, $D(\varphi_{wbi})$ 为 Willie 所在位置的 Alice 的天线方向性系数, $d_{aw}$ 为 Alice 与 Willie 的直线距离, $e_a,e_w\in(0,1)$ 分别为 Alice, Willie 天线自身产生的能量损失系数, $\rho_{awi}$ 为极化损失, $D_{w\max}$ 为 Willie 天线的最大方向性系数, $c$ 为真空中光速, $f_{car,i}$ 为 Alice 的载波频率.

• **侦听时段制约.** 在加性高斯白噪声 (additive Gaussian white noise, AWGN) 信道下, Willie 的天线接收到来自于 Alice 的有用信号可以表示为

$$r_{1k}(t)=\sum_{i=1}^{\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{w}_t}\sqrt{2P_{e,i}}\sum_{j=1}^{T_{slot}/T_{sym}}b_{i,j}\sum_{r=1}^{N_{ss,i}}c_{i,j,r}$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

$$\times g\left[t-(i-1)T_{slot}-(j-1)T_{sym}-(r-1)\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}}\right]\cos\left(2\pi f_{car,i}t\right). \tag{32}$$

• **侦听频段制约.** 在实际侦听过程中, Willie 不可能对全频段进行能量侦测, 因此 Willie 仅对其想监测的频段进行侦收. 这相当于 Willie 对式 (32) 表示的信号做带通滤波. 假设 Willie 的频率侦收频段为 $(f_w-\Delta f, f_w+\Delta f)$, 因此 Willie 最终接收到来自 Alice 的信号为

$$r_{2k}(t)=\left\{\sum_{i=1}^{\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{w}_t}\sqrt{2P_{e,i}}\sum_{j=1}^{T_{slot}/T_{sym}}b_{i,j}\sum_{r=1}^{N_{ss,i}}c_{i,j,r}g\left[t-(i-1)T_{slot}-(j-1)T_{sym}-(r-1)\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}}\right]\right.$$
$$\left.\times\cos\left(2\pi f_{car,i}t\right)\right\}*\frac{2\sin\left(2\pi\Delta ft\right)\cos\left(2\pi f_w t\right)}{\pi t}, \tag{33}$$

其中, $*$ 代表卷积运算.

• **AWGN 制约.** 假设 Willied 的侦收机在其侦收频段产生的 AWGN 为 $n_w(t)$, 因此 Willie 最终接收到来自 Alice 的信号为

$$r_{3k}(t)=r_{2k}(t)+n_w(t). \tag{34}$$

**(2) Bob 信号接收模型.** 根据 Friss 公式, 当 Alice 给天线的馈线功率为 $P_t$ 时, Bob 在空间中约定位置处的天线接收到的来自 Alice 天线的辐射功率为

$$P_{r,i}=\rho_{abi}\frac{P_t D_{a\max}}{4\pi d_{ab}^2}e_a e_b D_{b\max}\frac{c^2}{4\pi f_{car,i}^2}. \tag{35}$$

根据式 (29), Bob 接收到一个信息时隙的信号能量可以计算为

$$\begin{aligned}E_{r,i}=&\int_{-\infty}^{+\infty}\left\{\sqrt{2P_{r,i}}\sum_{j=1}^{T_{slot}/T_{sym}}b_{i,j}\sum_{r=1}^{N_{ss,i}}c_{i,j,r}\right.\\&\left.\times g\left[t-(i-1)T_{slot}-(j-1)T_{sym}-(r-1)\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}}\right]\cos\left(2\pi f_{car,i}t\right)\right\}^2\mathrm{d}t\\\approx& P_{r,i}\sum_{s=1}^{N_{ss,i}N_{sym}}\int_{-\infty}^{+\infty}d_s^2 g^2\left[t-(s-1)\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}}\right]\mathrm{d}t\\=&P_{r,i}T_{slot},\end{aligned} \tag{36}$$

其中, $d_s$ 为 Alice 的信号经过直接序列扩频后的码片数值, $N_{sym}=\frac{T_{slot}}{T_{sym}}$.

按照 Alice 与 Bob 约定的规则, 每一个信息发送时隙均存在一个 Bob 接收该时隙的信号. 若 Alice 在 $N_t$ 个信息时隙发送数据, 那么 Bob 需在每一个时隙均能成功接收 Alice 的信号, 才能合成出完整的隐蔽信息. 不难发现, Bob 的 $N_t$ 次信息的接收是相互独立的行为, 设 Bob 每一次接收的信号噪声功率比分别为 $\gamma_1,\ldots,\gamma_{N_t}$, 其中 Bob 第 $i$ 次接收的接收机信噪比 $\gamma_i$ 为

$$\gamma_i=\frac{E_{r,i}}{T_{slot}P_{n,i}}=\frac{P_{r,i}}{P_{n,i}}, \tag{37}$$

其中, $P_{n,i}$ 为 Bob 在一个信息发送时隙中接收到的噪声的平均功率.

必须保证 Bob 在每一个信息发送时隙与 Alice 的通信不会中断, Bob 才能最终合并出完整的隐蔽信息. 因此, 我们使用 Alice 与 Bob 在单个信息发送时隙通信的中断概率来衡量 Alice 与 Bob 之间进行通信的可靠性. Alice 与 Bob 在单个信息发送时隙通信的中断概率可以被定义为

$$P_{out,i}=\Pr\left\{\gamma_i<\gamma_{th}\right\}, \tag{38}$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

其中, $\gamma_{th}$ 为保证通信不中断所需的接收机最小信噪比门限. 该门限不仅取决于基础调制方式, 还取决于 Bob 接收机采用的信道编码、纠错算法等所有提高译码成功的手段所能提供的编码增益.

### 2.3　假设检验模型

根据统计理论, Willie 的能量检测器可以建模为一个二元假设检验. 对于 Willie 有如下两种可能性:

$$\begin{aligned}&\mathcal{H}_0 : \text{Alice 正在发送信号;}\\&\mathcal{H}_1 : \text{Alice 没有发送信号.}\end{aligned}\tag{39}$$

对于 Willie 来说, 其判决 Alice 是否在传输信息的根本条件是一定时间内侦收能量的多寡, 故 Willie 的判决方式可以这样表征

$$\begin{aligned}&\mathcal{D}_0 : P_w < P_{th};\\&\mathcal{D}_1 : P_w > P_{th},\end{aligned}\tag{40}$$

其中, $P_w$ 为 Willie 在一定时间内侦收得到的信号能量, $P_{th}$ 为检测门限.

因此, Willie 的检测概率、虚警概率以及漏检概率可以分别表示为

$$P_D = \Pr\{\mathcal{D}_1|\mathcal{H}_1\};\tag{41}$$

$$P_{FA} = \Pr\{\mathcal{D}_1|\mathcal{H}_0\};\tag{42}$$

$$P_{MD} = \Pr\{\mathcal{D}_0|\mathcal{H}_1\}.\tag{43}$$

我们认为 Willie 使用限制虚警概率为恒定值的纽曼 – 皮尔逊检验, 并在此条件下最大化检测概率[7]. 若 Willie 限制虚警概率为 $\alpha$, 根据式 (42), 可以得到等式

$$\alpha = \Pr\{P_w > P_{th}|P_w = P_{w,n}\} = \Pr\{P_{w,n} > P_{th}\}.\tag{44}$$

若 Willie 在一定时间内侦收到的噪声功率 $P_{w,n}$ 所服从的 CDF 为 $F_{w,n}(x)$, 那么根据纽曼 – 皮尔逊检验的原则, 检测门限 $P_{th}$ 可以确定为

$$P_{th} = F_{w,n}^{-1}(1-\alpha),\tag{45}$$

其中, $F_{w,n}^{-1}(\cdot)$ 为 $F_{w,n}(\cdot)$ 的反函数.

## 3　Willie 检测性能分析

### 3.1　Willie 侦收能量分析

首先分析 Willie 侦收 Alice 信号能量的多寡.

**定理1**　Willie 在位置 $(R_w, \theta_w, \varphi_w)$ 处, 在时域侦测向量 $\mathbf{w}_t$, 观测 $(f_w - \Delta f, f_w + \Delta f)$ 的频谱所获得的来自 Alice 的能量为

$$E_{w,s} = \sum_{i=1}^{\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{w}_t} P_{e,i} \sum_{s_1=1}^{N_{sym}N_{ss,i}} \sum_{s_2=1}^{N_{sym}N_{ss,i}} d_{i,s_1} d_{i,s_2} I(s_1, s_2, N_{ss,i}, f_{car,i}),\tag{46}$$

7) 值得强调的是, 在扩维域随机跳变且 Willie 无先验信息的场景下, 即便 Willie 采用基于高阶累积量等先进的盲信号检测手段, 也会因无法在多维跳变的信号上积累足够长时间的统计特性, 或无法在联合侦收窗口内完整采集到信号而寸步难行. 因此, 本文模型采用能量检测作为纽曼 – 皮尔逊最优检测准则在实际对抗场景下的最可行近似实现, 其结果对于任何先进检测器而言, 都具有指导意义.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

其中, $P_{e,i}=\rho_{awi}\frac{P_tD(\varphi_{wbi})}{4\pi d_{aw}^2}e_ae_wD_{w\max}\frac{c^2}{4\pi f_{car,i}^2}$, $N_{sym}=\frac{T_{slot}}{T_{sym}}$, $d_{i,s}$ 为 Alice 在第 $i$ 个信息发送时隙的信号经过直接序列扩频后的码片数值. $I(s_1,s_2,N_{ss,i},f_{car,i})$ 的具体表达式为

$$\begin{aligned}
&I(s_1,s_2,N_{ss,i},f_{car,i})\\
&=\frac{1}{2\pi^2}\left\{\frac{\cos(af_d)}{f_d}-\frac{\cos(af_u)}{f_u}+a\left[\mathrm{Si}(af_d)-\mathrm{Si}(af_u)\right]\right\}\\
&\quad-\frac{1}{4\pi^2}\left\{\frac{\cos\left[(a+2b)f_d\right]}{f_d}-\frac{\cos\left[(a+2b)f_u\right]}{f_u}+(a+2b)\left[\mathrm{Si}((a+2b)f_d)-\mathrm{Si}((a+2b)f_u)\right]\right\}\\
&\quad-\frac{1}{4\pi^2}\left\{\frac{\cos\left[(a-2b)f_d\right]}{f_d}-\frac{\cos\left[(a-2b)f_u\right]}{f_u}+(a-2b)\left[\mathrm{Si}((a-2b)f_d)-\mathrm{Si}((a-2b)f_u)\right]\right\},
\end{aligned}\tag{47}$$

其中, $f_d=f_w-f_{car,i}-\Delta f$, $f_u=f_w-f_{car,i}+\Delta f$, $a=2\pi(s_1-s_2)\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}}$, $b=\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}}\pi$, $\mathrm{Si}(\cdot)=\int_0^{\cdot}\frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t$.

**证明**　Willie 接收到来自 Alice 的信号能量可以表示为

$$E_{w,s}=\int_{-\infty}^{+\infty}r_{2k}^2(t)\mathrm{d}t.\tag{48}$$

由于 Willie 接收到的信号为高频信号, 数学上不易处理, 因此我们考虑将 $r_{2k}(t)$ 信号频率降低到基带, 利用基带信号和频带信号的能量倍数关系来求解 $E_s$. $r_{2k}(t)$ 的基带信号可以表示为

$$\begin{aligned}
r_{2k}^b(t)=\sum_{i=1}^{\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{w}_t}\frac{\sin(2\pi\Delta ft)}{\pi t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_w-f_{car,i})t}*\left\{\sqrt{2P_{e,i}}\sum_{j=1}^{T_{slot}/T_{sym}}b_{i,j}\sum_{r=1}^{N_{ss,i}}c_{i,j,r}\right.\\
\left.\times g\left[t-(i-1)T_{slot}-(j-1)T_{sym}-(r-1)\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}}\right]\right\},
\end{aligned}\tag{49}$$

其中, $*$ 代表卷积.

来自 Alice 的能量 $E_{w,s}$ 可以表示为

$$\begin{aligned}
E_{w,s}&=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\left|r_{2k}^b(t)\right|^2\mathrm{d}t\\
&=\sum_{i=1}^{\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{w}_t}P_{e,i}\int_{-\infty}^{+\infty}\left|\frac{\sin(2\pi\Delta ft)}{\pi t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_w-f_{car,i})t}*\left\{\sum_{j=1}^{T_{slot}/T_{sym}}b_{i,j}\sum_{r=1}^{N_{ss,i}}c_{i,j,r}\right.\right.\\
&\quad\left.\left.\times g\left[t-(i-1)T_{slot}-(j-1)T_{sym}-(r-1)\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}}\right]\right\}\right|^2\mathrm{d}t\\
&=\sum_{i=1}^{\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{w}_t}P_{e,i}E_{w,i}.
\end{aligned}\tag{50}$$

将 $E_{w,i}$ 单独处理, 可得

$$\begin{aligned}
E_{w,i}&=\int_{-\infty}^{+\infty}G_{f_w-f_{car,i},\Delta f}(f)\left|\mathcal{F}\left\{\sum_{j=1}^{T_{slot}/T_{sym}}b_{i,j}\sum_{r=1}^{N_{ss,i}}c_{i,j,r}g_i\left[t-(i-1)T_{slot}-(j-1)T_{sym}-(r-1)\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}}\right]\right\}\right|^2\mathrm{d}f\\
&=\int_{f_u}^{f_u}\sum_{s_1=1}^{N_{sym}N_{ss,i}}d_{i,s_1}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\left[(i-1)T_{slot}+(s_1-1)\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}}-\frac{1}{2}T_{sym}\right]}
\end{aligned}$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

$$\times \sum_{s_2=1}^{N_{sym}N_{ss,i}} d_{i,s_2} \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f\left[(i-1)T_{slot}+(s_2-1)\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}}-\frac{1}{2}T_{sym}\right]} \left|\frac{\sin\left(\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}}\pi f\right)}{\pi f}\right|^2 \mathrm{d}f$$

$$= \sum_{s_1=1}^{N_{sym}N_{ss,i}} \sum_{s_2=1}^{N_{sym}N_{ss,i}} d_{i,s_1}d_{i,s_2} \underbrace{\left(\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}}\right)^2 \int_{f_d}^{f_u} \cos\left[2\pi f\left(s_1-s_2\right)\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}}\right] \mathrm{sinc}^2\left(\frac{T_{sym}}{N_{ss,i}}\pi f\right) \mathrm{d}f}_{I(s_1,s_2,N_{ss,i},f_{car,i})}$$

$$= \sum_{s_1=1}^{N_{sym}N_{ss,i}} \sum_{s_2=1}^{N_{sym}N_{ss,i}} d_{i,s_1}d_{i,s_2} I(s_1,s_2,N_{ss,i},f_{car,i}), \tag{51}$$

其中, $f_d = f_w - f_{car,i} - \Delta f$, $f_u = f_w - f_{car,i} + \Delta f$, $G_{f_w-f_{car,i},\Delta f}(f) = 1$ $(f_d \leqslant f \leqslant f_u)$, $\mathcal{F}\{\cdot\}$ 代表傅里叶变换, $\mathrm{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$ 为 sinc 函数, $I(s_1,s_2,N_{ss,i},f_{car,i})$ 的具体计算结果如补充材料 B 所示.

**定理2**　Willie 在位置 $(R_w,\theta_w,\varphi_w)$ 处, 在时域侦测向量 $\mathbf{w}_t$, 观测 $(f_w-\Delta f, f_w+\Delta f)$ 的频谱所获得的来自 Alice 的能量 $E_{w,s} = \sum_{i=1}^{\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{H}}\mathbf{w}_t} P_{e,i}E_{w,i}$ 近似服从高斯分布, 其均值和方差分别为

$$\mu_{w,s} = \sum_{k=1}^{N_{st}} \frac{\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}_t}{N_{st}} \frac{e_a e_w D_{w\max} P_t c^2}{16\pi^2 d_{aw}^2} \mathbb{E}\left[\rho_{awi}\right] \mathbb{E}\left[D(\varphi_{wbi})\right] \mathbb{E}\left[\mathcal{E}_1\right], \tag{52}$$

和

$$\sigma_{w,s}^2 = \sum_{k=1}^{N_{st}} \frac{\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}_t}{N_{st}} \frac{P_t^2 e_a^2 e_w^2 D_{w\max}^2 c^4}{256\pi^4 d_{aw}^4} \mathbb{E}\left[\rho_{awi}^2\right] \mathbb{E}\left[D^2(\theta_{wbi})\right] \mathbb{E}\left[\mathcal{E}_2^2\right]$$
$$+ \sum_{k=1}^{N_{st}} \frac{\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}_t\left(\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}_t - 1\right)}{N_{st}} \left(\frac{e_a e_w D_{w\max} P_t c^2}{16\pi^2 d_{aw}^2} \mathbb{E}\left[\rho_{awi}\right] \mathbb{E}\left[D(\varphi_{wbi})\right] \mathbb{E}\left[\mathcal{E}_1\right]\right)^2 - \mu_s^2, \tag{53}$$

其中, $\mathbb{E}\left[\rho_{awi}\right]$, $\mathbb{E}\left[D(\varphi_{wbi})\right]$ 以及 $\mathbb{E}\left[\mathcal{E}_1\right]$ 分别为

$$\mathbb{E}\left[\rho_{awi}\right] = \frac{1}{N_{po}} \sum_{f=1}^{N_{po}} \cos^2\left(\theta_{pw} - \theta_{p,f}\right), \tag{54}$$

$$\mathbb{E}\left[D(\varphi_{wbi})\right] = \frac{\pi^3\Phi_0}{P_{rad}M_I^2\left(1-\cos\Phi_0\right)} \sum_{q_1=1}^{M_I}\sqrt{1-\chi_{q_1}^2} \sum_{q_2=1}^{M_I}\sqrt{1-\chi_{q_2}^2}$$
$$\times \sin\lambda_{q_2} \cos^4\left[\varphi_{wb}(\lambda_{q_1},\lambda_{q_2})\right] \cos^2\left[a\varphi_{wb}(\lambda_{q_1},\lambda_{q_2})\right], \tag{55}$$

$$\mathbb{E}\left[\mathcal{E}_1\right] = \sum_{m=1}^{N_{ss}} \frac{1}{N_{ss}} \sum_{s_0=1}^{N_{sym}K_{ss,m}} \sum_{v=1}^{N_{car}} \frac{1}{N_{car}} \frac{I(s_0,s_0,K_{ss,m},f_{car,v})}{f_{c,v}^2}. \tag{56}$$

$\mathbb{E}\left[\rho_{awi}^2\right]$, $\mathbb{E}\left[D^2(\varphi_{wbi})\right]$ 以及 $\mathbb{E}\left[\mathcal{E}_2^2\right]$ 分别为

$$\mathbb{E}\left[\rho_{awi}^2\right] = \frac{1}{N_{po}} \sum_{f=1}^{N_{po}} \cos^4\left(\theta_{pw} - \theta_{p,f}\right), \tag{57}$$

$$\mathbb{E}\left[D^2(\varphi_{wbi})\right] = \frac{4\pi^3\Phi_0}{P_{rad}^2M_I^2(1-\cos\Phi_0)} \sum_{q_2=1}^{M_I}\sqrt{1-\chi_{k_2}^2} \sum_{q_1=1}^{M_I}\sqrt{1-\chi_{k_1}^2}$$
$$\times \sin\chi_{q_2} \cos^8\left[\varphi_{wb}(\chi_{q_1},\chi_{q_2})\right] \cos^4\left[a\varphi_{wb}(\chi_{q_1},\chi_{q_2})\right], \tag{58}$$

$$\mathbb{E}\left[\mathcal{E}_2^2\right] = \sum_{m=1}^{N_{ss}} \frac{1}{N_{ss}} \sum_{v=1}^{N_{car}} \frac{1}{N_{car}} \mathbb{E}\left[\mathcal{E}_3^2\right] \left[2 \sum_{s_1=1}^{N_{sym}K_{ss,m}} \sum_{s_2=s_1+1}^{N_{sym}K_{ss,m}} \frac{I^2(s_1,s_2,K_{ss,m},f_{c,v})}{f_{c,v}^4}\right.$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

$$+\left(\sum_{s_0=1}^{N_{sym}K_{ss,m}}\frac{I(s_0,s_0,K_{ss,m},f_{c,v})}{f_{c,v}^2}\right)^2\Bigg]. \tag{59}$$

**证明**　由于随机变量 $P_{e,1}E_{w,1},\ldots,P_{e,\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}_t}E_{w,\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}_t}$ 独立同分布, 根据中心极限定理, Willie 侦收到来自 Alice 的能量 $E_{w,s}=\sum_{i=1}^{\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}_t}P_{e,i}E_{w,i}$ 可以近似为高斯分布. 首先求解 $E_s$ 的均值 $\mu_s$, 因此 $E_{w,s}$ 的均值可以表示为

$$\mu_{w,s}=\mathbb{E}\left[\sum_{i=1}^{\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}_{t,s}}P_{r,i}E_i\right]=\sum_{k=1}^{N_{st}}\frac{\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}_t}{N_{st}}\mathbb{E}\left[P_{e,i}E_{w,i}\right]. \tag{60}$$

进一步, $\mathbb{E}\left[P_{e,i}E_{w,i}\right]$ 可以表示为

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left[P_{e,i}E_{w,i}\right]&=\mathbb{E}\left\{\rho_{awi}\frac{P_tD(\varphi_{wbi})}{4\pi d_{aw}^2}e_ae_wD_{w\max}\frac{c^2}{4\pi f_{car,i}^2}\sum_{s_1=1}^{N_{sym}N_{ss,i}}\sum_{s_2=1}^{N_{sym}N_{ss,i}}d_{i,s_1}d_{i,s_2}I(s_1,s_2,N_{ss,i},f_{car,i})\right\}\\&=\frac{e_ae_wD_{w\max}P_tc^2}{16\pi^2d_{aw}^2}\mathbb{E}\left[\rho_{awi}\right]\mathbb{E}\left[D(\varphi_{wbi})\right]\\&\quad\times\mathbb{E}\Bigg[\underbrace{\sum_{s_1=1}^{N_{sym}N_{ss,i}}\sum_{s_2=1}^{N_{sym}N_{ss,i}}\frac{d_{i,s_1}d_{i,s_2}}{f_{car,i}^2}I(s_1,s_2,N_{ss,i},f_{car,i})}_{\mathcal{E}_1}\Bigg]\\&=\frac{e_ae_wD_{w\max}P_tc^2}{16\pi^2d_{aw}^2}\mathbb{E}\left[\rho_{awi}\right]\mathbb{E}\left[D(\varphi_{wbi})\right]\mathbb{E}\left[\mathcal{E}_1\right].\end{aligned} \tag{61}$$

下面将分别计算 $\mathbb{E}\left[\rho_{awi}\right]$, $\mathbb{E}\left[D(\varphi_{wbi})\right]$, $\mathbb{E}\left[\mathcal{E}_1\right]$ 的数值.

**(1) 计算** $\mathbb{E}\left[\rho_{awi}\right]$**:**

$$\mathbb{E}\left[\rho_{awi}\right]=\frac{1}{N_{po}}\sum_{f=1}^{N_{po}}\cos^2\left(\theta_{pw}-\theta_{p,f}\right). \tag{62}$$

**(2) 计算** $\mathbb{E}\left[D(\varphi_{wbi})\right]$**:**

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left[D(\varphi_{wbi})\right]&=\int_0^{\Phi_0}\int_0^{2\pi}\frac{4\pi\cos^4\left[\varphi_{wb}(x_1,x_2)\right]\cos^2\left[a\varphi_{wb}(x_1,x_2)\right]}{P_{rad}}\frac{1}{2\pi}\frac{\sin x_2}{1-\cos\Phi_0}\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2\\&=\int_0^{\Phi_0}\int_0^{2\pi}\frac{2\sin x_2\cos^4\left[\varphi_{wb}(x_1,x_2)\right]\cos^2\left[a\varphi_{wb}(x_1,x_2)\right]}{P_{rad}\left(1-\cos\Phi_0\right)}\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2.\end{aligned} \tag{63}$$

使用 Gauss-Chebyshev 求积公式可得

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left[D(\varphi_{wbi})\right]=&\frac{\pi^3\Phi_0}{P_{rad}M_I^2\left(1-\cos\Phi_0\right)}\sum_{q_1=1}^{M_I}\sqrt{1-\chi_{q_1}^2}\sum_{q_2=1}^{M_I}\sqrt{1-\chi_{q_2}^2}\\&\times\sin\lambda_{q_2}\cos^4\left[\varphi_{wb}(\lambda_{q_1},\lambda_{q_2})\right]\cos^2\left[a\varphi_{wb}(\lambda_{q_1},\lambda_{q_2})\right],\end{aligned} \tag{64}$$

其中, $M_I$ 为 Gauss-Chebyshev 求和阶数, $\chi_{q_1}=\cos\frac{(2q_1-1)\pi}{2M_I}$, $\lambda_{q_1}=\pi\chi_{q_1}+\pi$, $\chi_{q_2}=\cos\frac{(2q_2-1)\pi}{2M_I}$, $\lambda_{q_2}=\frac{\Phi_0}{2}\chi_{q_1}+\frac{\Phi_0}{2}$.

**(3) 计算** $\mathbb{E}[\mathcal{E}_1]$**:** $\mathbb{E}[\mathcal{E}_1]$ 的数值为式 (C4), 具体推导见补充材料 C.

将式 (62), (64) 以及式 (C4) (见补充材料) 带入式 (61), 即可得到 $\mathbb{E}\{P_{e,i}E_{w,i}\}$, 再将 $\mathbb{E}\{P_{e,i}E_{w,i}\}$ 的结果带入式 (60), 即可获得 $\mu_{w,s}$.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

根据方差、均方根与均值的关系式, $\sigma_{w,s}^2$ 的计算可以转换为

$$\sigma_{w,s}^2=\mathbb{D}\left[\sum_{i=1}^{\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}_t}P_{e,i}E_{w,i}\right]=\mathbb{E}\left[\left(\sum_{i=1}^{\mathbf{a}_{t,k}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}_t}P_{e,i}E_{w,i}\right)^2\right]-\mu_{w,s}^2=\mathbb{E}\left[E_{w,s}^2\right]-\mu_{w,s}^2. \tag{65}$$

由于 $\mu_{w,s}$ 的结果已经求取完毕, $\mathbb{E}\left[E_{w,s}^2\right]$ 计算见补充材料 D.

下面继续推导 Willie 接收机侦收到的噪声能量的概率分布.

**定理3**　Willie 在位置 $(R_w,\theta_w,\varphi_w)$ 处, 在时域侦测向量 $\mathbf{w}_{t,s}$, 观测 $(f_w-\Delta f,f_w+\Delta f)$ 的频谱所获得的噪声功率服从高斯分布, 其均值和方差分别为

$$\mu_n=2n_w\Delta f, \tag{66}$$

和

$$\sigma_n^2=\frac{4n_w^2\Delta f}{\Delta t}, \tag{67}$$

其中, $n_w$ 为 Willie 侦收机的噪声功率谱密度.

**证明**　设一个元素全为 1 的列向量 $\mathbf{e}$. 那么 Willie 的侦收总时间可以表示为 $\Delta t=\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{w}_{t,s}T_{slot}$. 由于 $n_w(t)$ 为频率分布在 $(f_w-\Delta f,f_w+\Delta f)$ 的窄带高斯白噪声, 设其单边功率谱密度 $n_w$. 我们认为单边功率谱密度为 $n_w$ 的带宽为 $2\Delta f$, 中心频率为 $f_w$ 的窄带平稳高斯随机噪声能量与双边功率谱密度为 $n_w$ 的带宽为 $2\Delta f$ 的低通高斯随机噪声 $n_b(t)$ 的能量等同, 因此有

$$P_n=\frac{\int_0^{\Delta t}n_w^2(t)\mathrm{d}t}{\Delta t}=\frac{\int_0^{\Delta t}n_b^2(t)\mathrm{d}t}{\Delta t}. \tag{68}$$

对 $n_b(t)$ 以 $\frac{1}{2\Delta f}$ 为间隔抽样可得接收噪声能量为

$$P_n=\sum_{k=1}^{2\Delta f\Delta t}n_b^2\left(t_0+k\frac{1}{2\Delta f}\right)\frac{1}{2\Delta f\Delta t}. \tag{69}$$

因此

$$\mathbb{E}[P_n]=\frac{1}{2\Delta f\Delta t}\sum_{k=1}^{2\Delta f\Delta t}\mathbb{E}\left[n_b^2\left(t_0+k\frac{1}{2\Delta f}\right)\right]=2n_w\Delta f; \tag{70}$$

$$\mathbb{D}\left[P_n\right]=\frac{1}{4\Delta f^2\Delta t^2}\sum_{k=1}^{2\Delta f\Delta t}\mathbb{D}\left[n_b^2\left(t_0+k\frac{1}{2\Delta f}\right)\right]=\frac{4n_w^2\Delta f}{\Delta t}. \tag{71}$$

### 3.2　Willie 侦收概率分析

**定理4**　Willie 保证其虚警概率为 $\alpha$ 时, 在位置 $(R_w,\theta_w,\varphi_w)$ 处, 观测 $(f_w-\Delta f,f_w+\Delta f)$ 的频谱的单时隙检测概率为

$$P_D=\frac{\pi^2\Phi_0}{4N_{po}N_{car}M_I^2}\sum_{k_1=1}^{N_{po}}\sum_{l_2=1}^{M_I}\sqrt{1-\chi_{l_2}^2}\sum_{l_1=1}^{M_I}\sqrt{1-\chi_{l_1}^2}\frac{\sin\lambda_{l_1}}{1-\cos\Phi_0}Q\left(\frac{\sigma_{n,i}Q^{-1}(\alpha)-\Xi(\lambda_{l_2},\lambda_{l_1},k_1,k_2,k_3)}{\sigma_{n,i}}\right), \tag{72}$$

其中, $\mu_{n,i}=2n_w\Delta f$, $\sigma_{n,i}^2=\frac{4n_w^2\Delta f}{T_{slot}}$, $M_I$ 为 Gauss-Chebyshev 求和系数, $\chi_{l_1}=\cos\frac{(2l_1-1)\pi}{2M_I}$, $\lambda_{l_1}=\frac{\Phi_0}{2}\chi_{l_1}+\frac{\Phi_0}{2}$, $\chi_{l_2}=\cos\frac{(2l_2-1)\pi}{2M_I}$, $\lambda_{l_2}=\pi\chi_{l_2}+\pi$, $Q(\cdot)=\int_{\cdot}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}\mathrm{d}t$, $Q^{-1}(\cdot)$ 为 $Q(\cdot)$ 的反函数.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

**证明**　根据式 (50) 和 (51) 可以得到 Willie 在位置 $(R_w, \theta_w, \varphi_w)$ 处, 观测 $(f_w - \Delta f, f_w + \Delta f)$ 的频谱的单时隙能量表达式为

$$P_{e,i}E_{w,i} = P_{e,i}\sum_{s_1=1}^{N_{sym}N_{ss,i}}\sum_{s_2=1}^{N_{sym}N_{ss,i}} d_{i,s_1}d_{i,s_2}I(s_1, s_2, N_{ss,i}, f_{car,i}). \tag{73}$$

将定理 3 中的 $\Delta t$ 替换成单时隙时间 $T_{slot}$, 可得在 Alice 的一个发送时隙内, Willie 在位置 $(R_w, \theta_w, \varphi_w)$ 处, 观测 $(f_w - \Delta f, f_w + \Delta f)$ 的频谱所获得的噪声功率 $P_{n,i}$ 仍然服从高斯分布, 其均值和方差分别为

$$\mu_{n,i} = 2n_w\Delta f, \tag{74}$$

和

$$\sigma_{n,i}^2 = \frac{4n_w^2\Delta f}{T_{slot}}. \tag{75}$$

若要保证虚警概率为 $\alpha$, 设 Willie 的检测门限为 $P_{th,i}$, 那么 $P_{th,i}$ 必须满足

$$\Pr\{P_{n,i} > P_{th,i}\} = \alpha. \tag{76}$$

因此, Willie 的检测门限 $P_{th,i}$ 可以表示为

$$P_{th,i} = \sigma_{n,i}Q^{-1}(\alpha) + \mu_{n,i}. \tag{77}$$

于是, Willie 的单时隙检测概率表达式为

$$P_D = \Pr\left\{\frac{P_{e,i}E_{w,i}}{T_{slot}} + P_{n,i} > P_{th}\right\}. \tag{78}$$

结合式 (73) 和 (31), 式 (78) 可被进一步计算为

$$\begin{aligned} P_D = \Pr\Bigg\{&\frac{\rho_{awi}P_tD(\varphi_{wbi})e_ae_wD_{w\max}c^2}{4\pi d_{aw}^2 4\pi f_{car,i}^2 T_{slot}}\sum_{s_1=1}^{N_{sym}N_{ss,i}}\sum_{s_2=1}^{N_{sym}N_{ss,i}} d_{i,s_1}d_{i,s_2} \\ &\times I(s_1, s_2, N_{ss,i}, f_{car,i}) + P_{n,i} > P_{th}\Bigg\}. \end{aligned} \tag{79}$$

综合考虑 $\rho_{awi}$, $\varphi_{wbi}$, $f_{car,i}$, $N_{ss,i}$ 的随机性, 式 (79) 被进一步计算为

$$\begin{aligned} P_D =& \frac{1}{2\pi N_{po}}\sum_{k_1=1}^{N_{po}}\int_0^{2\pi}\int_o^{\Phi_0}\frac{\sin x}{1-\cos\Phi_0}\Pr\Bigg\{\frac{\cos^2(\theta_{pw}-\theta_{p.k})P_tD(\varphi_{wb}(x_1,x_2))e_ae_wD_{w\max}c^2}{16\pi^2 d_{aw}^2 f_{car,i}^2 T_{slot}} \\ &\times\sum_{s_1=1}^{N_{sym}N_{ss,i}}\sum_{s_2=1}^{N_{sym}N_{ss,i}} d_{i,s_1}d_{i,s_2}I(s_1, s_2, N_{ss,i}, f_{car,i}) + P_{n,i} > P_{th,i}\Bigg\}\mathrm{d}x_2\mathrm{d}x_1 \\ =& \frac{1}{2\pi N_{po}N_{car}}\sum_{k_1=1}^{N_{po}}\int_0^{2\pi}\int_o^{\Phi_0}\frac{\sin x}{1-\cos\Phi_0}\sum_{k_2=1}^{N_{car}}\sum_{k_3=1}^{N_{ss}} Q\left(\frac{\sigma_{n,i}Q^{-1}(\alpha) - \Xi(x_1, x_2, k_1, k_2, k_3)}{\sigma_{n,i}}\right)\mathrm{d}x_2\mathrm{d}x_1. \end{aligned} \tag{80}$$

对式 (80) 使用 Gauss-Chebyshev 求积公式处理可得

$$\begin{aligned} P_D =& \frac{1}{2\pi N_{po}N_{car}}\sum_{k_1=1}^{N_{po}}\int_0^{2\pi}\int_0^{\Phi_0}\frac{\sin x}{1-\cos\Phi_0}\sum_{k_2=1}^{N_{car}}\sum_{k_3=1}^{N_{ss}} Q\left(\frac{\sigma_{n,i}Q^{-1}(\alpha) - \Xi(x_1, x_2, k_1, k_2, k_3)}{\sigma_{n,i}}\right)\mathrm{d}x_2\mathrm{d}x_1 \\ =& \frac{\pi^2\Phi}{4N_{po}N_{car}Q^2}\sum_{k_1=1}^{N_{po}}\sum_{l_2=1}^{Q}\sqrt{1-\chi_{l_2}^2}\sum_{l_1=1}^{Q}\sqrt{1-\chi_{l_1}^2}\frac{\sin\lambda_{l_1}}{1-\cos\Phi_0}Q\left(\frac{\sigma_{n,i}Q^{-1}(\alpha) - \Xi(\lambda_{l_2}, \lambda_{l_1}, k_1, k_2, k_3)}{\sigma_{n,i}}\right). \end{aligned} \tag{81}$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

**定理5**　Willie 保证其虚警概率为 $\alpha$ 时, 在位置 $(R_w,\theta_w,\varphi_w)$ 处, 观测 $\Delta t$ 秒以及 $(f_w-\Delta f, f_w+\Delta f)$ 的频谱的检测概率为

$$P_D = Q\left(\frac{\Delta t\sigma_n Q^{-1}(\alpha)-\mu_{w,s}}{\sqrt{\sigma_{w,s}^2+\Delta t^2\sigma_n^2}}\right), \tag{82}$$

其中, $\mu_{w,s},\sigma_{w,s}$ 分别为 Willie 在位置 $(R_w,\theta_w,\varphi_w)$ 处, 在时域侦测向量 $\mathbf{w}_t$, 观测 $(f_w-\Delta f, f_w+\Delta f)$ 的频谱所获得来自 Alice 的能量 $E_{w,s}$ 的均值和方差, $Q(\cdot)=\int_{\cdot}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}\mathrm{d}t$, $Q^{-1}(\cdot)$ 为 $Q(\cdot)$ 的反函数.

**证明**　由于要保证虚警概率为 $\alpha$, 因此可得

$$P_{FA}=\Pr\{P_n>P_{th}\}=\alpha, \tag{83}$$

其中, $P_{th}$ 为 Willie 的检测门限. 根据定理 3 可知 $P_n$ 服从均值为 $\mu_n$, 方差为 $\sigma_n^2$ 的高斯分布, 因此可将 Willie 的检测门限用 $\alpha$ 表示为

$$P_{th}=\sigma_n Q^{-1}(\alpha)+\mu_n, \tag{84}$$

其中, $Q(\cdot)=\int_{\cdot}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}\mathrm{d}t$, $Q^{-1}(\cdot)$ 为 $Q(\cdot)$ 的反函数. 因此, 当 Willie 保证其虚警概率为 $\alpha$ 时, 其检测概率可以描述为

$$P_D=\Pr\{\mathcal{D}_1|\mathcal{H}_1\}=\Pr\{P_s+P_n>P_{th}\}=\Pr\left\{\frac{E_{w,s}}{\Delta t}+P_n>P_{th}\right\}. \tag{85}$$

根据定理 2 和 3, 可得 $\frac{E_{w,s}}{\Delta t}+P_n$ 服从均值为 $\frac{\mu_{w,s}}{\Delta t}+\mu_n$ 的高斯分布. 因此检测概率 $P_D$ 可被计算为

$$\begin{aligned}P_D&=\Pr\left\{\frac{\frac{E_{w,s}}{\Delta t}+P_n-\frac{\mu_{w,s}}{\Delta t}-\mu_n}{\sqrt{\frac{\sigma_{w,s}^2}{\Delta t^2}+\sigma_n^2}}>\frac{P_{th}-\frac{\mu_{w,s}}{\Delta t}-\mu_n}{\sqrt{\frac{\sigma_{w,s}^2}{\Delta t^2}+\sigma_n^2}}\right\}\\&=Q\left(\frac{\Delta t\sigma_n Q^{-1}(\alpha)-\mu_{w,s}}{\sqrt{\sigma_{w,s}^2+\Delta t^2\sigma_n^2}}\right).\end{aligned} \tag{86}$$

## 4　Bob 接收性能分析

**定理6**　已知 Alice 在某一时隙使用的扩频深度为 $N_{ss,i}$ 的条件下, Bob 在其约定位置处接收该时隙的信号, 所获得的噪声功率 $P_{b,n}$ 服从高斯分布, 其均值和方差分别为

$$\mu_{b,n}=2n_b\frac{N_{ss,i}N_{sym}}{T_{slot}}, \tag{87}$$

和

$$\sigma_{b,n}^2=\frac{4n_b^2N_{ss,i}N_{sym}}{T_{slot}^2}, \tag{88}$$

其中, $n_b$ 为 Bob 接收机的噪声功率谱密度.

**证明**　若 Alice 的扩频深度为 $N_{ss,i}$ 那么, Bob 接收频谱宽度为 $2\frac{N_{ss,i}N_{sym}}{T_{slot}}$, 接收信号的时间为 $T_{slot}$. 由于 $n_b(t)$ 为频率分布在 $\left(f_{car,i}-\frac{N_{ss,i}N_{sym}}{T_{slot}}, f_{car,i}+\frac{N_{ss,i}N_{sym}}{T_{slot}}\right)$ 的窄带高斯白噪声, 设其单边功率谱密度为 $n_b$. 我们认为单边功率谱密度为 $n_b$ 的带宽为 $2\frac{N_{ss,i}N_{sym}}{T_{slot}}$, 中心频率为 $f_{car,i}$ 的窄带平稳高斯随机噪声能量与双边功率谱密度为 $n_b$ 的带宽为 $2\frac{N_{ss,i}N_{sym}}{T_{slot}}$ 的低通高斯随机噪声 $n_b(t)$ 的能量等同, 因此有

$$P_{b,n}=\frac{\int_0^{T_{slot}}n_b^2(t)\mathrm{d}t}{T_{slot}}=\frac{\int_0^{T_{slot}}n_b^2(t)\mathrm{d}t}{T_{slot}}. \tag{89}$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

对 $n_b(t)$ 以 $\frac{T_{slot}}{2N_{ss,i}N_{sym}}$ 为间隔抽样可得接收噪声能量为

$$P_{b,n}=\sum_{k=1}^{2N_{ss,i}N_{sym}} n_b^2\left(t_0+k\frac{T_{slot}}{2N_{ss,i}N_{sym}}\right)\frac{1}{2N_{ss,i}N_{sym}}. \tag{90}$$

因此

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[P_{b,n}]&=\frac{1}{2N_{ss,i}N_{sym}}\sum_{k=1}^{2N_{ss,i}N_{sym}}\mathbb{E}\left[n_b^2\left(t_0+k\frac{T_{slot}}{2N_{ss,i}N_{sym}}\right)\right]\\&=2n_b\frac{N_{ss,i}N_{sym}}{T_{slot}},\end{aligned} \tag{91}$$

$$\begin{aligned}\mathbb{D}[P_{b,n}]&=\frac{1}{4N_{ss,i}^2N_{sym}^2}\sum_{k=1}^{2N_{ss,i}N_{sym}}\mathbb{D}\left[n_b^2\left(t_0+k\frac{T_{slot}}{2N_{ss,i}N_{sym}}\right)\right]\\&=\frac{1}{4N_{ss,i}^2N_{sym}^2}\sum_{k=1}^{2N_{ss,i}N_{sym}}\left\{12n_b^2\frac{N_{ss,i}^2N_{sym}^2}{T_{slot}^2}-4n_b^2\frac{N_{ss,i}^2N_{sym}^2}{T_{slot}^2}\right\}\\&=\frac{4n_w^2N_{ss,i}N_{sym}}{T_{slot}^2}.\end{aligned} \tag{92}$$

**定理7**　Bob 端的中断概率为

$$\begin{aligned}P_{out}=1-\Bigg[&\frac{1}{N_{ss}N_{car}}\sum_{k_1=1}^{N_{ss}}\sum_{k_2=1}^{N_{car}}\frac{r_{\max}-r_{\min}}{2}\frac{\pi}{M_f}\\&\times\sum_{k_3=1}^{M_I}\sqrt{1-\chi_{k_3}^2}\left(1-Q\left(\frac{\kappa-\mu_{n,b}\gamma_{th}f_{c,i}^2\lambda_{k_3}^2}{\gamma_{th}f_{c,i}^2\lambda_{k_3}^2\sigma_b}\right)\right)\frac{3\lambda_{k_3}^2}{r_{\max}^3-r_{\min}^3}\Bigg]^{N_t},\end{aligned} \tag{93}$$

其中, $\kappa=\frac{\rho_{abi}P_tD_{a\max}e_ae_bD_{b\max}c^2}{16\pi^2}$, $\chi_{k_3}=\cos\frac{(2k_3-1)\pi}{2M_I}$, $\lambda_{k_3}=\frac{r_{\max}-r_{\min}}{2}\chi_{k_3}+\frac{r_{\max}+r_{\min}}{2}$, $M_I$ 为 Gauss-Chebyshev 求和系数, $Q(\cdot)=\int_{\cdot}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}\mathrm{d}t$, $Q^{-1}(\cdot)$ 为 $Q(\cdot)$ 的反函数.

**证明**　在第 2.1.4 小节中, 我们已经对合法接收端 Bob 进行了比较精细的建模. 在空域能量弥散模型中, 隐蔽发送方 Alice 的发射方向存在多个可以进行联合接收信号的 $\mathrm{Bob}_i$. 由于我们考虑能量在空间中均匀弥散, Alice 向每一个 $\mathrm{Bob}_i$ 发送消息的概率均等, 因此在空域能量弥散模型中, 可认为 Alice 仅与一个 Bob 进行隐蔽通信, 且 Bob 的接收位置每经过一个时隙变动一次[8)].

合法接收端 Bob 由于知晓 Alice 的全部发送策略, 因此可以选取特定位置、频段、时段、扩频码以及极化方式, 从而对来自 Alice 的信号进行精准的接收. 在本文考虑的隐蔽策略下, Bob 端共需发送 $N_t$ 个包含信息的时隙, 只有 Bob 能够正常接收所有时隙的通信信号, 才能将其拼接成完整的消息[9)]. 因此, Bob 的中断概率可以表示为

$$\begin{aligned}P_{out}&=\Pr\{\gamma_1<\gamma_{th}\text{ or }\gamma_2<\gamma_{th}\text{ or}\cdots\text{ or }\gamma_{N_t}<\gamma_{th}\}\\&=1-\left(\Pr\{\gamma_i>\gamma_{th}\}\right)^{N_t}.\end{aligned} \tag{94}$$

8) 即使进行空域能量弥散, 各个接收机 $\mathrm{Bob}_i$ 间的距离一般远小于 $\mathrm{Bob}_i$ 到 Alice 的距离, 因此 $\mathrm{Bob}_i$ 接收隐蔽通信信号完整过程的可靠性能主要由 $\mathrm{Bob}_i$–Alice 链路决定.

9) 传统的长码编码依赖于信道在编码长度内的相对稳定或可预测性来计算校验位和保证译码增益, 在我们的场景中, 其预期增益难以保证. 因此, 我们的假设 “Bob 必须在每一个信息发送时隙与 Alice 的通信不会中断, 才能最终合并出完整的隐蔽信息” 是评估系统可靠性能的保守界限, 旨在推导出系统性能的可行性边界. 如果基于此保守模型推导的可达区间存在, 则在实际应用中采用任何形式的信道编码只会进一步拓宽这一区间.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

表 1　仿真参数表.

**Table 1**　Simulation parameter table.

| $T_{slot}$ | $T_{sym}$ | $r_{\min}$ | $r_{\max}$ | $\theta_{pw}$ | $\varphi_0$ | $\Phi_0$ | $\theta_w$ | $\varphi_w$ | $M_I$ | $d_{aw}$ | $n_b, n_w$ | $N_t$ | $\mathcal{K}_t$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.2 s | 0.001 s | 1500 m | 1800 m | $\frac{\pi}{14}$ | $\frac{\pi}{20}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{7}$ | 80 | 1260 m | $10^{-7}$ | 150 | 1.5 |

因此下面分析单时隙情况下, Bob 端的正常接收概率. 根据式 (37), Bob 接收第 $i$ 个信息时隙的信号的正常接收概率可以表示为

$$\begin{aligned} P_{rec,i} &= \Pr\left\{\gamma_i > \gamma_{th}\right\} \\ &= \Pr\left\{P_{b,n} f_{car,i}^2 d_{ab}^2 < \frac{\rho_{abi} P_t D_{a\max} e_a e_b D_{b\max} c^2}{16\pi^2 \gamma_{th}}\right\}. \end{aligned} \tag{95}$$

首先, 考虑 $N_{ss,i}$, $f_{car,i}$, $d_{ab}$ 以及 $P_{b,n}$ 的随机性

$$\begin{aligned} P_{rec,i} &= \sum_{k_1=1}^{N_{ss}} \frac{1}{N_{ss}} \sum_{k_2=1}^{N_{car}} \frac{1}{N_{car}} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \Pr\left\{P_{b,n} < \frac{\rho_{abi} P_t D_{a\max} e_a e_b D_{b\max} c^2}{16\pi^2 \gamma_{th} f_{c,k_2}^2 x^2} \middle| N_{ss,i} = K_{ss,k_1}\right\} \frac{3x^2}{r_{\max}^3 - r_{\min}^3} \mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{N_{ss} N_{car}} \sum_{k_1=1}^{N_{ss}} \sum_{k_2=1}^{N_{car}} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \left[1 - Q\left(\frac{\kappa - \mu_{b,n} \gamma_{th} f_{c,i}^2 x^2}{\gamma_{th} f_{c,i}^2 x^2 \sigma_{b,n}}\right)\right] \frac{3x^2}{r_{\max}^3 - r_{\min}^3} \mathrm{d}x, \end{aligned} \tag{96}$$

其中, $\kappa = \frac{\rho_{abi} P_t D_{a\max} e_a e_b D_{b\max} c^2}{16\pi^2}$. 对式 (96) 使用高斯 – 切比雪夫近似方法可得

$$P_{rec,i} = \frac{1}{N_{ss} N_{car}} \sum_{k_1=1}^{N_{ss}} \sum_{k_2=1}^{N_{car}} \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2} \frac{\pi}{M_I} \sum_{k_3=1}^{M_I} \sqrt{1 - \chi_{k_3}^2} \left[1 - Q\left(\frac{\kappa - \mu_{b,n} \gamma_{th} f_{c,i}^2 \lambda_{k_3}^2}{\gamma_{th} f_{c,i}^2 \lambda_{k_3}^2 \sigma_{b,n}}\right)\right] \frac{3\lambda_{k_3}^2}{r_{\max}^3 - r_{\min}^3}, \tag{97}$$

其中, $\chi_{k_3} = \cos\frac{(2k_3 - 1)\pi}{2M_I}$, $\lambda_{k_3} = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2} \chi_{k_3} + \frac{r_{\max} + r_{\min}}{2}$.

## 5　仿真与分析

在第 3 和 4 节中, 我们推导了 Alice 将其信号能量弥散在时、频、空、码、极化域时, Willie 的检测概率 $P_D$ 以及 Bob 的中断概率 $P_{out}$ 的近似解析表达式. 本节利用蒙特卡罗仿真手段对 Willie 的检测概率与 Bob 的中断概率进行仿真, 仿真结果验证了第 3 和 4 节中所推导的 $P_D$ 与 $P_{out}$ 的近似解析表达式的正确性. 若不作特殊说明, 本节的仿真参数如表 1 所示.

值得注意的是, 在表 1 中我们为噪声功率谱密度设置了一个较高的数值, 这基于隐蔽性与可靠性在实际工程应用中的双重考量. Alice 需要选择在电磁环境嘈杂的区域启动隐蔽通信终端. 如果环境的噪声功率谱密度过低, 则意味着电磁环境过于 “安静”, 不适合进行隐蔽通信. 另外, 在强对抗等特殊场景中, 环境中本身就可能含有大量的干扰压制信号. 这些干扰信号能够将 Willie 和 Bob 所面临的有效噪声基底抬升到较高水平. 因此, 隐蔽信号能够在干扰环境下可靠传输也是隐蔽通信成功实现的关键. 综上所述, 将噪声功率谱密度设置为一个相对较高的数值, 不仅是满足隐蔽通信启动条件的需要, 也是对系统在复杂、高干扰电磁环境下实现可靠通信能力的必要考量.

在工程实践中, 常使用 Alice 信号的单比特能量 $E_b$ 来衡量其信号传输能量的高低, 在本文中单比特能量 $E_b$ 与 Alice 给天线的馈线功率 $P_t$ 的换算关系为

$$E_b = P_t T_{sym}, \tag{98}$$

其中, $T_{sym}$ 为 Alice 信号中单比特的持续周期.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

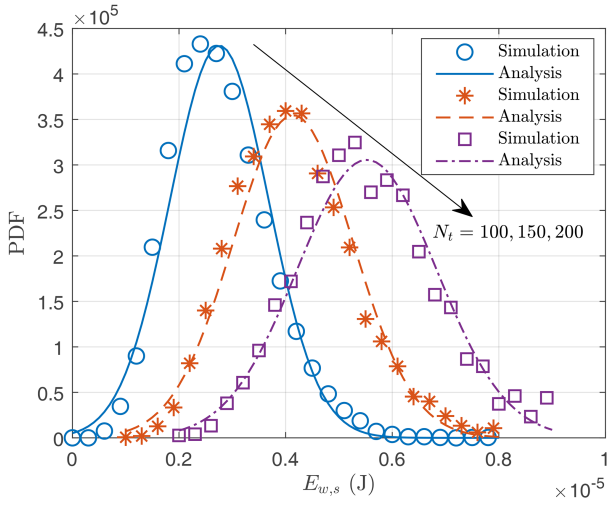



**图 4　(网络版彩图) Willie 侦收能量 $E_{w,s}$ 的 PDF 验证.**

**Figure 4** (Color online) Verification of PDF of energy eavesdropped $E_{w,s}$ by willie.

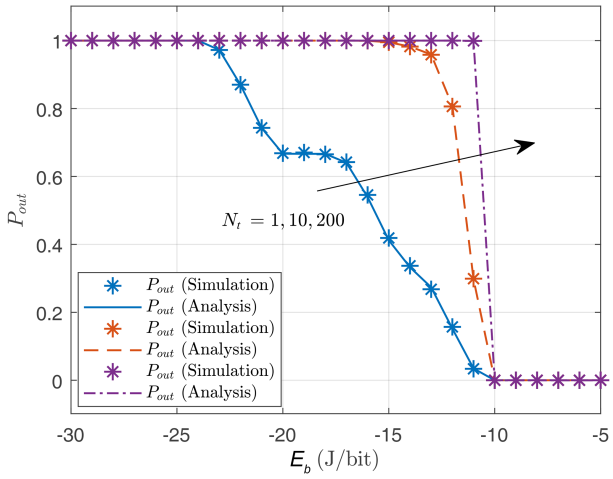



**图 5　(网络版彩图) Bob 中断概率的近似解析表达式验证.**

**Figure 5** (Color online) Verification of approximate closed-form expression for outage probability of Bob.

分别取 Alice 在进行能量弥散前的信号时隙占用数 $N_t$ 为 100, 150, 200, 对于天线极化角度为 $\theta_{pw}$ 且处在 $(R_w, \theta_w, \varphi_w)$ 位置处的 Willie, 对其在时域侦测向量 $\mathbf{w}_t$ 条件下, 观测 $(f_w - \Delta f, f_w + \Delta f)$ 范围的频谱所获得的来自 Alice 的信号能量 $E_{w,s}$ 进行蒙特卡罗仿真. 然后统计 $E_{w,s}$ 在 $(0, 1 \times 10^{-5})$ 的频数分布, 并绘制出当 $N_t = 100, 150, 200$ 时, 以 $E_{w,s}$ 为随机变量的 PDF 图像, 如图 4 中用圆圈、星星以及方块图像所示. 图 4 中的线状图像为根据定理 2 结论中的均值与方差所绘制的标准高斯分布 PDF. 观察图 4 可以发现, 利用蒙特卡罗仿真所绘制的 $E_{w,s}$ 的 PDF 与标准高斯分布 PDF 曲线基本拟合.

分别取 Alice 在进行能量弥散前的信号时隙占用数 $N_t$ 为 1, 10, 200, 得到随着 Alice 发送信号的单比特能量 $E_b$ 增大, Bob 接收来自 Alice 信号的中断概率的蒙特卡罗仿真结果. 然后, 将定理 7 中给出的 Bob 接收 Alice 信号的中断概率近似解析结果与蒙特卡罗仿真结果绘制成如图 5 所示的 Bob 中断概率随 Alice 发送信号的单比特能量 $E_b$ 变化的曲线图. 可以清楚地发现, 图 5 中的仿真结果与解析结果完全重合, 这验证了定理 7 的正确性. 另外, 值得注意的是, 在图 5 中, 无论是解析结果还是仿真结果, 当 Alice 发送信号的单比特能量 $E_b$ 增大至 $-10$ dBm 时, Bob 的中断概率会骤降至几乎为 0. 在有限仿真次数的情况下, 即使增大蒙特卡罗仿真次数到数百万次, Bob 的中断概率仿真数值仍然为 0. 因此, 在后续的曲线图中 Bob 的中断概率均采用线性坐标轴的形式.

随着天线数量的增加, 天线在确定方向能够具有更高的方向性增益. 因此, 图 6 通过增大 Willie 处天线的最大方向性系数, 模拟了 Willie 使用多天线且天线数量逐渐增加情况下的侦收概率. 可以发现, 随着 Willie 处天线的最大方向性系数的增大, Willie 的侦收概率也逐渐增加. 因此, Willie 天线的侦收能力对其侦收效果同样存在影响. 然而, 根据天线理论, 最大方向性系数增大意味着天线的口径也随之增大, 其侦听意图暴露的风险也会增强. 因此, 不能认为 Willie 天线的最大方向性系数可以无限制地大, 在后续的仿真中一般设置 Willie 的最大方向性系数为 4.

在前作 [1] 的 8.2 小节中, 我们提出一种构建可达区间的策略: 当 Alice 不改变其隐蔽发送信号的策略时, 接收方 Bob 可以通过改用更高性能的接收机或更强的编译码策略等方式, 使得 Alice-Bob 之间的可靠通信性能上升从而获得可达区间. 事实上, Bob 采取上述改进方式提高 Alice-Bob 之间的可靠通信性能的本质是降低 Bob 接收信号的中断门限 $\gamma_{th}$. 因此, 图 7 设置 Bob 接收信号的中断门限 $\gamma_{th} = 0.5, 0.1, 0.05, 0.01$ 并绘制 Willie 的检测概率 $P_D$ 与 Bob 的侦收概率 $P_{out}$ 随 Alice 的 $E_b$ 的变化曲线. 如图 7 所示, 若设置 Alice 能够承受的 Willie 的检测概率门限为 $10^{-2}$, 那么当 $\gamma_{th}$ 从 0.5 下降至 0.01 的过程中, Bob 的中断概率曲线 $P_{out}$ 随之下降并产生可达区间.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

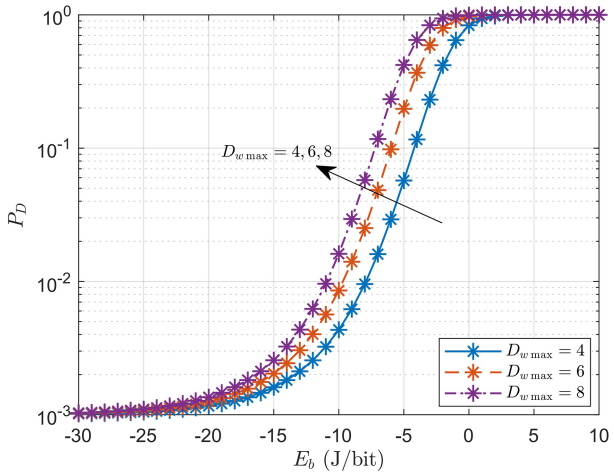



**图 6**　(网络版彩图) 当 $D_{w\max} = 4, 6, 8$ 时 **Willie** 的检测概率.

**Figure 6**　(Color online) Detection probability of Willie when $D_{w\max} = 4, 6, 8$.

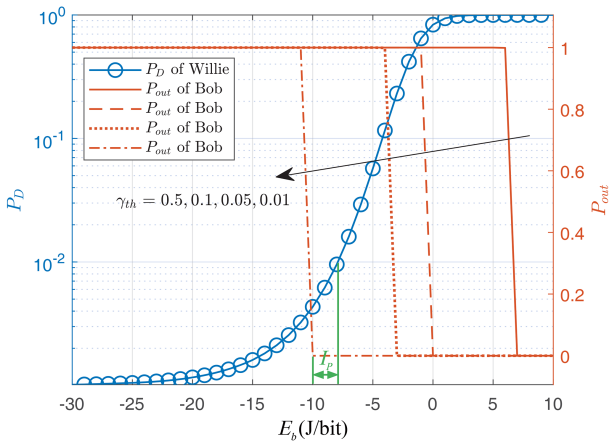



**图 7**　(网络版彩图) 当 $\gamma_{th} = 0.5, 0.1, 0.05, 0.01$ 时 **Bob** 的中断概率与 **Willie** 的检测概率.

**Figure 7**　(Color online) Outage probability of Bob and detection probability of Willie with $\gamma_{th} = 0.5, 0.1, 0.05, 0.01$.

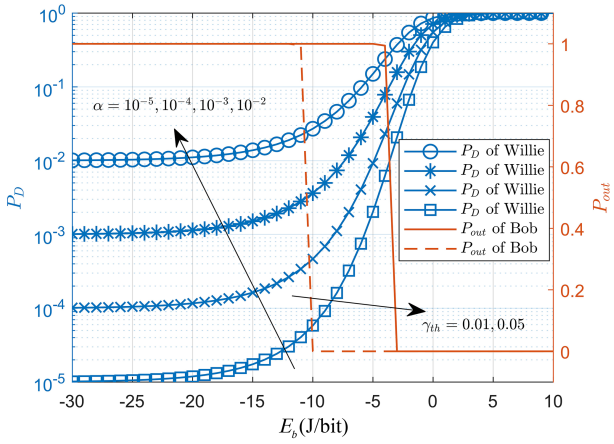



**图 8**　(网络版彩图) 当 $\alpha = 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$ 时 **Bob** 的中断概率与 **Willie** 的检测概率.

**Figure 8**　(Color online) Outage probability of Bob and detection probability of Willie with $\alpha = 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$.

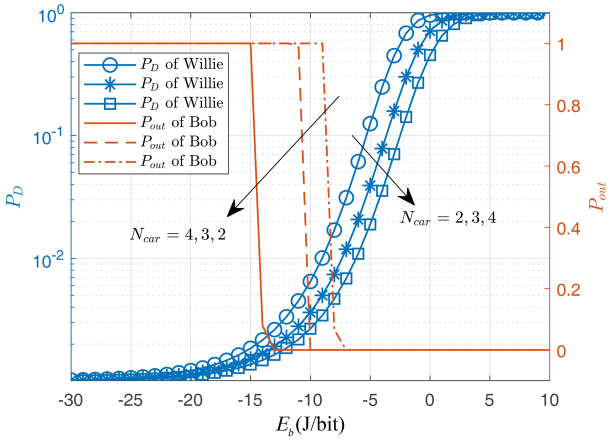



**图 9**　(网络版彩图) 当 $N_{car} = 2, 3, 4$ 时 **Bob** 的中断概率与 **Willie** 的检测概率.

**Figure 9**　(Color online) Outage probability of Bob and detection probability of Willie with $N_{car} = 2, 3, 4$.

我们秉承前作 [1] 中的观点: Willie 的虚警概率与检测概率是一对矛盾, 高检测概率往往伴随着高虚警概率. 在一些敏感场景下, Willie 不能承受高虚警概率所带来的代价, 因此 Willie 必须限制其虚警概率为一个极低的数值. 图 8 展示了当 Willie 所能承受的虚警概率 $\alpha$ 分别取 $10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$ 时, Willie 的检测概率曲线与 Bob 接收信号的中断门限 $\gamma_{th}$ 分别取 0.01, 0.05 时的中断概率曲线. 若 Alice 能够承受的 Willie 的检测概率门限为 $10^{-2}$, 那么在一些 Willie 不能承受高虚警概率的代价时, Alice 与 Bob 之间的隐蔽通信存在可达区间.

图 9 展示了当 Alice 进行频域能量弥散的载波数量 $N_{car}$ 分别取 2, 3, 4 时, Willie 的检测概率曲线与 Bob 的中断概率曲线. 观察图 9 可以发现: 当 Alice 进行能量弥散的载波数量 $N_{car}$ 从 2 增长到 4 的过程中, 可达区间的宽度不增反降. 图 9 的结果证明了, 增加能量弥散的程度确实可以在一定程度上减小 Willie 的侦收概率, 然而盲目地扩大能量弥散的程度也会增大 Bob 接收信号的难度, 进而导致 Bob 中断概率的上升, 最终使可达区间收缩甚至消失. 在复杂的事物的发展过程中, 有许多的矛盾存在, 其中必有一种是主要的矛盾, 由于它的存在和发

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

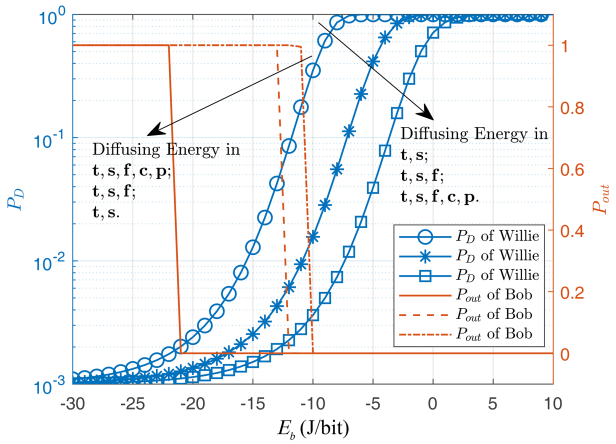



**图 10　(网络版彩图) 当 Alice 的能量弥散维域分别为 $\mathbf{t},\mathbf{s};\mathbf{t},\mathbf{s},\mathbf{f};\mathbf{t},\mathbf{s},\mathbf{f},\mathbf{c},\mathbf{p}$ 时 Bob 的中断概率与 Willie 的检测概率.**

**Figure 10**　(Color online) Outage probability of Bob and detection probability of Willie with diffusing energy in $\mathbf{t},\mathbf{s};\mathbf{t},\mathbf{s},\mathbf{f};\mathbf{t},\mathbf{s},\mathbf{f},\mathbf{c},\mathbf{p}$.

展规定或影响着其他矛盾的存在和发展. 图 9 的结果同样也是前作 [1] 中所认为的结论 “对于无线通信系统而言, 其传输行为的隐蔽性和可靠性是一对相互制约的内生矛盾” 的鲜活例子. 当 Alice 的能量弥散程度较高时, Willie 几乎察觉不到来自 Alice 的信号能量, 此时影响隐蔽通信系统性能的主要方面是 Bob 的中断概率; 当 Alice 的能量弥散程度较低时, Bob 可以较好地接收 Alice 的信号, 此时影响隐蔽通信系统性能的主要方面是 Willie 的检测概率.

图 10 展示了 Alice 发送信号的能量弥散维域从 $\mathbf{t},\mathbf{s}$ 逐渐扩展至 $\mathbf{t},\mathbf{s},\mathbf{f},\mathbf{c},\mathbf{p}$ 的过程中, Willie 的检测概率曲线与 Bob 的中断概率曲线. 可以发现, 随着 Alice 能量弥散维域的扩展, 可达区间的宽度先减小后增大. 由此可见, 在实现隐蔽通信过程中存在众多起作用的输入条件 $\mathbf{t},\mathbf{s},\mathbf{f},\mathbf{c},\mathbf{p}$, 这些条件相互联系并共同作用于隐蔽通信系统. 条件内部的各影响因素对隐蔽通信系统的影响在不同的输入条件下呈现不同的效果, 因此不能通过简单粗暴的扩维域手段实现隐蔽通信, 应合理调整输入条件 $\mathbf{t},\mathbf{s},\mathbf{f},\mathbf{c},\mathbf{p}$ 内部各参数的数值, 使其合乎外界环境的变化进而实现最优的隐蔽通信.

## 6　可达区间的构建与优化

第 5 节验证了第 3 和 4 节所推导的解析表达式的正确性. 不仅如此, 在前作 [1] 的思路指导下, 我们在图 7~10 中成功构建了可达区间. 图 9 和 10 与前作 [1] 的观点相符, 即对于无线通信系统而言, 其传输行为的隐蔽性和可靠性是一对相互制约的内生矛盾. 随着扩维维数的扩大, Alice 与 Bob 之间为了实现一致的随机参数的难度也会增大. 隐蔽性的提升降低了 Alice 与 Bob 传输的可靠性与效率. 因此, 必须要求隐蔽通信系统既能实现隐蔽传输, 又能达到可接受的可靠性与效率. 故此, 必须合理调整各参数配置以构建可达区间, 并使系统工作在可达区间之内.

“理论来源于实践, 必须在实践中检验和发展.” 在前作 [1] 中, 我们将从实践中获得的一些经验总结, 梳理并凝练升华为 “基于扩维域能量弥散的隐蔽通信” 理论, 给出了一些阶段性结论和方向性思路. 然而, 这些零散的初步结论或宏观思路不足以在工程实现中支撑并设计出可稳健工作的无线隐蔽通信系统. 因此, 这些结论与思路必须再次经历理论淬火, 然后回归于实践之中, 继续接受实践的检验, 并在实践中继续发展. 有鉴于此, 我们将在本节中进一步深入探究无线隐蔽通信的内在机理, 给出在工程实践中构建可达区间的可行算法以指引实际隐蔽通信系统的工程设计.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

### 6.1　可达区间的含义

对于 Bob 而言, 其在接收机处的噪声功率的均值为 $\mu_{b,n}$, 方差为 $\sigma_{b,n}^2$, 因此记 Bob 的接收参数为

$$\mathbf{b}=\{\mu_{b,n},\sigma_{b,n}\}.\tag{99}$$

对于 Willie 而言, 其在接收机处的噪声功率的均值和方差分别为 $\mu_{w,n},\sigma_{w,n}$, 其侦听频段为 $(f_w-\Delta f,f_w+\Delta f)$, 侦听位置为 $(r_w,\theta_w,\varphi_w)$, 因此记 Willie 的侦收参数为

$$\mathbf{w}=\{\mu_{n,b},\sigma_{n,b},f_w,\Delta f,r_w,\theta_w,\varphi_w\}.\tag{100}$$

在第 5 节的仿真分析中, 我们还能够发现: 除了 $E_b$ 是直接影响 $P_D,P_{out}$ 的主要矛盾外, Alice 的扩维域空间参数、Bob 的接收参数以及 Willie 的侦收参数同样是影响 $P_D,P_{out}$ 的重要因素. 因此在可达区间的构建过程中, 需要考虑到多种不同参数之间的相互联系, 并探寻这些参数对 $P_D,P_{out}$ 产生影响的条件与机理, 最终构建可达区间.

综上所述, 在 Alice 的扩维域空间参数为 $\mathbf{t},\mathbf{f},\mathbf{s},\mathbf{c},\mathbf{p}$ 且 Bob 的接收参数为 $\mathbf{b}$ 的条件下, 当 Alice 发送信号的单比特能量为 $E_b$ 时, Bob 的中断概率为一个在 $\mathbf{t},\mathbf{f},\mathbf{s},\mathbf{c},\mathbf{p},\mathbf{b}$ 条件下, 以 $E_b$ 为定义域的单调减函数; 在 Alice 的扩维域空间参数为 $\mathbf{t},\mathbf{f},\mathbf{s},\mathbf{c},\mathbf{p}$ 且 Willie 的侦收参数为 $\mathbf{w}$ 的条件下, 当 Alice 发送信号的单比特能量为 $E_b$ 时, 记 Willie 的检测概率为一个在 $\mathbf{t},\mathbf{f},\mathbf{s},\mathbf{c},\mathbf{p},\mathbf{w}$ 条件下, 以 $E_b$ 为定义域的单调增函数. 因此, 为了凸显各条件间的作用关系, 我们将 Bob 的中断概率与 Willie 的检测概率分别简单地表示为

$$P_{out}=f^{-1}\left(E_b;\mathbf{t},\mathbf{f},\mathbf{s},\mathbf{c},\mathbf{p},\mathbf{b}\right),\tag{101}$$

$$P_D=g^{-1}\left(E_b;\mathbf{t},\mathbf{f},\mathbf{s},\mathbf{c},\mathbf{p},\mathbf{w}\right).\tag{102}$$

对于 Bob 来说, 必须保证其中断概率小于某一个固定的门限值 $T_R$; 而对于 Alice 来说, 其必须将 Willie 的检测概率控制在门限值 $T_C$ 之下, 因此有对 $P_{out},P_D$ 的限制条件

$$P_{out}=f^{-1}\left(E_b;\mathbf{t},\mathbf{f},\mathbf{s},\mathbf{c},\mathbf{p},\mathbf{b}\right)<T_R,\tag{103}$$

$$P_D=g^{-1}\left(E_b;\mathbf{t},\mathbf{f},\mathbf{s},\mathbf{c},\mathbf{p},\mathbf{w}\right)<T_C.\tag{104}$$

利用 $P_{out},P_D$ 关于 $E_b$ 的单调性可以反解得

$$E_b>f\left(T_R;\mathbf{t},\mathbf{f},\mathbf{s},\mathbf{c},\mathbf{p},\mathbf{b}\right)\triangleq E_{b,R},\tag{105}$$

$$E_b<g\left(T_C;\mathbf{t},\mathbf{f},\mathbf{s},\mathbf{c},\mathbf{p},\mathbf{w}\right)\triangleq E_{w,C}.\tag{106}$$

若 $E_{w,C}>E_{b,R}$, 则我们称此时隐蔽通信系统存在可达区间. 根据前作 [1] 中可达区间的定义, 可达区间可以表示为 $(E_{b,R},E_{w,C})$, 可达区间越宽代表 Alice 可以因地制宜地灵活选择用于发送信号的单比特能量 $E_b$. 因此, 一般认为可达区间越宽越好, 记可达区间的宽度为

$$\delta_{reach}=\max\left\{E_{w,C}-E_{b,R},0\right\}.\tag{107}$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

### 6.2　可达区间的构建与优化

优化可达区间宽度的首要问题是构建可达区间, 正如我们前作 [1] 中所言, 可达区间并不总是存在, 但通过扩维域能量弥散、优化接收机、择机传输等手段能够构建可达区间, 使 Alice 的发射机工作在可达区间内, 从而实现满足一定隐蔽性的可靠通信. 当可达区间存在时, 通过优化系统设计尽可能拓宽可达区间, 以换取 Alice 更灵活的操作空间. 综合上述分析, 可达区间的构建与拓宽能够表述成如下的优化问题:

$$\begin{aligned}\mathbf{P1}\quad \max_{\mathbf{t},\mathbf{f},\mathbf{s},\mathbf{c},\mathbf{p}}\quad & \delta_{reach}=\max\left\{E_{w,C}-E_{b,R},0\right\}\\ \text{s.t.}\quad & C_1: 1\leqslant \mathcal{K}_t\leqslant \mathcal{K}_{t,\max};\\ & C_2: 1\leqslant N_{car}\leqslant N_{car,\max};\\ & C_3: 1\leqslant N_{ss}\leqslant N_{ss,\max};\\ & C_4: 0<\Phi_0<\Phi_{0,\max};\\ & C_5: 0<\Delta r<\Delta r_{\max};\\ & C_6: 1\leqslant N_{po}\leqslant N_{po,\max},\end{aligned}\tag{108}$$

其中, $\mathcal{K}_{t,\max}$ 表示 Alice 可调节的最大扩时系数, $N_{car,\max}$ 表示 Alice 可使用的载波个数, $N_{ss,\max}$ 表示 Alice 本地的扩频码组数量, $\Phi_{0,\max}$ 表示 Alice 波束可偏转的最大角度, $\Delta r_{\max}$ 表示 Bob 分布区域的纵向宽度, $N_{po,\max}$ 表示 Alice 天线的可选极化角度数量, $\Delta r=r_{\max}-r_{\min}$. 下面开始求解上述优化问题.

**(1) 可达区间的构建.** 可达区间的构建是优化可达区间宽度的前提条件, 因此求解该优化问题的首要任务是计算可达区间宽度的算法. 从直观上看, Alice 发射信号的单比特能量 $E_b$ 越高, Bob 接收机处的信噪比越高, 中断概率 $P_D$ 自然更小; 但当 Alice 发射信号的单比特能量 $E_b$ 增大时, 若不改变其隐蔽发送策略, 那么多维域空间内来自 Alice 的信号能量密度也会增加, 信号暴露风险也会上升, 这将导致 Willie 的检测概率上升. 经过第 5 节中对 Willie 的检测概率以及 Bob 的中断概率进行仿真与分析的实践检验, 我们能够确定随着 Alice 发射端单比特能量 $E_b$ 的增加, Willie 的检测概率 $P_D$ 单调增加, Bob 的中断概率 $P_{out}$ 单调下降. 因此, 利用 $P_D, P_{out}$ 关于 $E_b$ 的单调性, 可利用二分法构建算法 1 以计算可达区间宽度.

**(2) 可达区间的优化.** 我们考虑将优化问题 **P1** 进行逐步求解. 观察 Willie 的检测概率表达式 (82) 以及 Bob 的中断概率表达式 (93) 把待优化变量分为 $\mathbf{t},\mathbf{p}$ 和 $\mathbf{f},\mathbf{c},\mathbf{s}$ 两类, 其中, $\mathbf{t},\mathbf{p}$ 仅对 Willie 的检测概率产生影响, 而 $\mathbf{f},\mathbf{c},\mathbf{s}$ 对 Willie 的检测概率与 Bob 的中断概率同时产生影响. 因此, 对于变量 $\mathbf{t},\mathbf{p}$, 取 $\mathcal{K}_t=\mathcal{K}_{t,\max}$, $N_{po}=N_{po,\max}$, 即 Alice 在其可调节的时域和极化域范围内将信号能量弥散最大化. 因此优化问题 **P1** 可被转化为下面的优化问题:

$$\begin{aligned}\mathbf{P2}\quad \max_{\mathbf{f},\mathbf{s},\mathbf{c}}\quad & \delta_{reach}=\max\left\{E_{w,C}-E_{b,R},0\right\}\\ \text{s.t.}\quad & C_1: 1\leqslant N_{car}\leqslant N_{car,\max};\\ & C_2: 1\leqslant N_{ss}\leqslant N_{ss,\max};\\ & C_3: 0<\Phi_0<\Phi_{0,\max};\\ & C_4: 0<\Delta r<\Delta r_{\max},\end{aligned}\tag{109}$$

其中, $\mathbf{t}=\{(0,T_{slot}),\ldots,((\mathcal{K}_{t,\max}N_t-1)T_{slot},\mathcal{K}_{t,\max}N_tT_{slot})\}$, $\mathbf{p}=\left\{\theta_{p,1},\ldots,\theta_{p,N_{po,\max}}\right\}$.

继续分析优化问题 **P2** 可以发现, $\mathbf{s}$ 中的变量 $\Phi_0$ 也仅对 Willie 的检测概率产生影响, 因此取 $\Phi_0=\Phi_{0,\max}$ 以增加能量弥散程度, 从而最大限度降低 Willie 的检测概率. 注意到, 无论是频域能量弥散空间 $\mathbf{f}$ 还是码域能量弥散空间 $\mathbf{c}$, 它们均通过影响 Alice 功率谱密度的分布影响 Bob 的中断概率或 Willie 的检测概率, 即 $\mathbf{f},\mathbf{c}$ 是一对交织耦合的变量, 他们的变化共同影响着 Bob 的中断概率或 Willie 的检测概率. 而变量 $\mathbf{s}$ 则独立于 $\mathbf{f},\mathbf{c}$ 对 Bob

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

**Algorithm 1** Algorithm for solving reachable interval.

**Require:** Detection probability $P_D$, outage probability $P_{out}$, upper bound of detection probability $T_C$, upper bound of outage probability $T_R$, adjustable transmit energy range per bit of Alice's transmitter $[E_{\min}, E_{\max}]$.

**Ensure:** Reachable interval $[E_R, E_C]$ or no reachable interval.

**Step 1: judgment of covert constraint.**
Initialize low $= E_{\min}$, high $= E_{\max}$;
Set $E_C =$ None;
**while** high − low > tolerance **do**
  Set mid $= \frac{\text{low}+\text{high}}{2}$;
  **if** $P_D(\text{mid}) \leqslant T_C$ **then**
    $E_C =$ mid;
    low = mid; {Increase the lower bound to find the maximum value satisfying the concealment constraint}
  **else**
    high = mid; {Decrease the upper bound}
  **end if**
**end while**
**if** $E_C =$ None **then**
  **return** No reachable interval;
**end if**
**Step 2: judgment of reliability constraint.**
Initialize low $= E_{\min}$, high $= E_{\max}$;
Set $E_R =$ None;
**while** high − low > tolerance **do**
  Set mid $= \frac{\text{low}+\text{high}}{2}$;
  **if** $P_{\text{out}}(\text{mid}) \leqslant T_R$ **then**
    $E_R =$ mid;
    high = mid; {Decrease the upper bound to find the minimum value satisfying the reliability constraint}
  **else**
    low = mid; {Increase the lower bound}
  **end if**
**end while**
**if** $E_R =$ None **then**
  **return** No reachable interval;
**end if**
**Step 3: check the reachable interval.**
**if** $E_R \leqslant E_C$ **then**
  **return** $[E_R, E_C]$;
**else**
  **return** No reachable interval;
**end if**

的中断概率或 Willie 的检测概率产生影响. 因此, 优化问题 **P2** 可以转化为如下优化问题:

$$\begin{aligned}\mathbf{P3}\quad \max_{N_{car},N_{ss},\Delta r}\ & \delta_{reach} = \max\{E_{w,C} - E_{b,R}, 0\}\\ \text{s.t.}\ \ & C_1: 1 \leqslant N_{car} \leqslant N_{car,\max};\\ & C_2: 1 \leqslant N_{ss} \leqslant N_{ss,\max};\\ & C_3: 0 < \Delta r < \Delta r_{\max}.\end{aligned} \tag{110}$$

针对优化问题 **P3**, 设计算法 2 来完成可达区间最大化的隐蔽通信系统设计.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

**Algorithm 2** Reachability interval width optimization algorithm.

**Require:** $1 \leqslant N_{car} \leqslant N_{car,\max}$, $1 \leqslant N_{ss} \leqslant N_{ss,\max}$, $0 < \Delta r < \Delta r_{\max}$.
**Ensure:** Maximize the reachability interval $\delta_{reach} = \max\{E_{w,C} - E_{b,R}, 0\}$.
Initialize $\delta^*_{reach} = 0$;
**for** $N_{car} = 1$ **to** $N_{car,\max}$ **do**
  **for** $N_{ss}$ **to** $N_{ss,\max}$ **do**
    Define a subproblem for optimizing the variable $\Delta r$;
    **P3.1** $\max_{\Delta r}\ \delta_{reach} = \max\{E_{w,C} - E_{b,R}, 0\}$;
      s.t.  $0 < \Delta r < \Delta r_{\max}$;
    Within the acceptable error range, set the minimum step increment $\eta$ of $\Delta r$, and convert the continuous variable optimization problem into an integer optimization problem;
    **P3.1′** $\max_{k_r}\ \delta_{reach} = \max\{E_{w,C} - E_{b,R}, 0\}$;
      s.t.  $0 < \Delta r = k_r\eta < \Delta r_{\max}$;
    **for** $k_r = 1$ **to** $k_r = \Delta r_{\max}/\eta$ **do**
      Calculate the length of the reachability interval $\delta_{reach}$ using Algorithm 1;
      **if** $\delta_{reach} > \delta^*_{reach}$ **then**
        $\delta^*_{reach} = \delta_{reach}$, $N^*_{ss} = N_{ss}$, $N^*_{car} = N_{car}$;
      **end if**
    **end for**
  **end for**
**end for**
**if** $\delta^*_{reach} > 0$ **then**
  **return** Optimal reachability interval width $\delta^*_{reach}$, optimal parameters $N^*_{ss} = N_{ss}, N^*_{car} = N_{car}$;
**else**
  **return** Covert communication is not feasible under the current conditions;
**end if**

## 7　结论

本文在文献 [1] 的基础上进一步扩充和完善了扩维域隐蔽通信的模型, 并在该模型的基础之上分别推导了当 Alice 将能量弥散至时、频、空、码、极化域等五域时, Willie 的检测概率与 Bob 的中断概率的近似解析表达式; 然后利用蒙特卡罗仿真手段验证了近似解析表达式的正确性并通过调整 Alice 进行能量扩维域弥散的参数构建出了可达区间; 最后, 结合实践经验以及本文的理论结果, 总结出了无线隐蔽传输系统可达区间的计算方法以及使得可达区间最大化的无线隐蔽传输策略设计算法.

结合文献 [1] 与本文的研究, 可以精炼出如下结论.

• 扩维域能量弥散是实现隐蔽通信的有效手段.

• 在无线隐蔽传输系统设计的过程中, 传输行为的隐蔽性与可靠性是一对相互制约的固有矛盾, 即使是扩维域能量弥散隐蔽传输系统也不例外.

• 传输行为的隐蔽性与可靠性的矛盾是无线隐蔽传输系统优化过程中的主要内生矛盾, 化解并利用这一矛盾是提升无线隐蔽传输系统性能的必由之路.

• 当发送信号的单比特能量 $E_b$ 较小时, 传输行为的可靠性在无线隐蔽传输系统设计中为前述内生矛盾的主要方面; 当发送信号的单比特能量 $E_b$ 较大时, 传输行为的隐蔽性在无线隐蔽传输系统设计中为前述内生矛盾的主要方面.

• 单纯地进行扩维域能量弥散或增大能量弥散的程度不一定能够拓宽可达区间的宽度. 然而, 只要结合收发双方的实际情况, 进行具体问题具体分析, 运用合适的优化算法 (本文第 6 节所提出的算法), 则可以实现隐蔽且可靠的信息传输.

**补充材料**　补充材料. 本文的补充材料见网络版 infocn.scichina.com. 补充材料为作者提供的原始数据, 作

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

者对其学术质量和内容负责.

## 参考文献


1 An J P, Ni Z H, Wang S, et al. Covert communications based on energy dispersion in extended dimensions. Sci Sin Inform, 2024, 54: 1940–1969 [安建平, 倪子涵, 王帅, 等. 基于扩维域能量弥散的隐蔽通信. 中国科学: 信息科学, 2024, 54: 1940–1969]

2 Son S, Kwon D, Lee S, et al. A robust covert channel with self-bit recovery for IEEE 802.11 networks. IEEE Int Things J, 2024, 11: 27356–27368

3 Seong H, Kim I, Jeon Y, et al. Practical covert wireless unidirectional communication in IEEE 802.11 environment. IEEE Int Things J, 2023, 10: 1499–1516

4 Lee J, Yeom H, Lee S H, et al. Channel correlation in multi-user covert communication: friend or foe? IEEE Trans Inform Forensic Secur, 2024, 19: 1469–1482

5 Zlotnick E, Bash B A, Pereg U. Entanglement-assisted covert communication via qubit depolarizing channels. IEEE Trans Inform Theor, 2025, 71: 3693–3706

6 Hayashi M, Vázquez-Castro Á. Covert communication with Gaussian noise: from random access channel to point-to-point channel. IEEE Trans Commun, 2024, 72: 1516–1531

7 Lee J, Dinh D T, Yeom H, et al. Multiuser cooperation for covert communication under quasi-static fading. IEEE Trans Inform Forensic Secur, 2023, 18: 4625–4639

8 Pickholtz R, Schilling D, Milstein L. Theory of spread-spectrum communications—a tutorial. IEEE Trans Commun, 1982, 30: 855–884

9 Polydoros A, Weber C. Detection performance considerations for direct-sequence and time-hopping LPI waveforms. IEEE J Sel Areas Commun, 1985, 3: 727–744

10 Balanis C A. Antenna Theory: Analysis and Design. Hoboken: John Wiley & Sons, 2016

11 Kay S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1993


https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531

# Covert communications base on energy dispersion in extended dimensions: performance and methodology

Jianping AN[1], Zihan NI[1], Gaofeng PAN[1], Shuai WANG[1*], Yue LI[2], Long LI[3], Chao CHEN[1], Yong LIU[4], Gang LIU[5] & Hao YIN[6]

1. *School of Cyberspace Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China*
2. *System Demonstration and Research Institute of Navy Academy of Equipment, Beijing 100161, China*
3. *Beijing Research Institute of Information Technology, Beijing 100091, China*
4. *No. 722 Research Institute, China Shipbuilding Industry Corporation, Wuhan 430079, China*
5. *Shanghai Aerospace Electronics Co., Ltd., Shanghai 201821, China*
6. *Academy of Military Sciences, Beijing 100091, China*

* Corresponding author. E-mail: swang@bit.edu.cn

**Abstract** "Information security is the cornerstone of national security in an information-driven society." If the information is no longer flowing, then there is no way to utilize it and, thus, theoretically, no value. Consequently, the security of information transmission constitutes one of the fundamental pillars of information security. Due to the inherent openness characteristics of wireless media and the popularity of wireless communication, the security of wireless transmissions has become one of the focal issues of information security. In some special scenarios, such as criminal investigation and intelligence collection, concealing wireless communication activities has become a primary concern for safeguarding information security. With advancements in electromagnetic signal interception hardware and data processing technologies, traditional covert communication techniques, e.g., direct sequence spread spectrum and frequency hopping, as well as their combinations, are no longer sufficient to meet the pressing demands for covert wireless transmission in today's complex and contested electromagnetic environments. In prior work, we revisited the essence of wireless communication, transcending the limitations of frequency-domain energy dispersion, and innovatively proposed the "covert communications based on energy dispersion in extended dimensions" theory. In this theory, the electromagnetic energy of wireless signals is dispersed across multiple dimensions, such as time, frequency, space, code, and polarization, significantly increasing the difficulty for eavesdroppers to gather sufficient energy, thereby effectively reducing the probability of detection by adversaries. Due to space constraints, we are unable to present a detailed descriptions on the covertness, reliability, and design methodologies of the proposed multi-dimensional domain energy dispersion-based covert communication system. To address these gaps, this paper first constructs models for transmission, reception, and interception that are more aligned with practical engineering scenarios. Based on these models, we derive approximate analytical expressions for the detection probability at the interceptor and the outage probability at the receiver, enabling us to investigate the intrinsic trade-off between the system's covertness and reliability. Subsequently, Monte Carlo simulations are employed to evaluate the system's covert performance and outage performance, validating the accuracy of the derived mathematical models for detection and outage probabilities. Finally, leveraging the multi-dimensional domain energy dispersion theory proposed earlier and the mathematical models established in this paper, we provide the detailed algorithm and step-by-step design methodology for engineering multi-dimensional domain energy dispersion-based covert communication systems.

**Keywords** covert communications, energy dispersion in multi-domains, radio propagation theory, interception of radio signal, Neyman-Pearson detection

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0531