



面向构网 – 馈网混合转换器的直流微电网分布式均流调压控制

刘骁康¹, 王致恒¹, 邢兰涛², 王燕舞^{1*}, 张承慧²

1. 华中科技大学人工智能与自动化学院, 武汉 430074

2. 山东大学控制科学与工程学院, 济南 250061

* 通信作者. E-mail: wangyw@hust.edu.cn

收稿日期: 2025-05-23; 修回日期: 2025-06-23; 接受日期: 2025-07-29; 网络出版日期: 2025-10-10

国家自然科学基金 (批准号: 62233006, 62473164) 资助项目

摘要 直流微电网是通过直流总线聚合分布式发电资源的小型配电网系统. 本文针对含有构网转换器和馈网转换器的单总线直流微电网系统, 提出一类混合分布式二次均流调压控制策略, 实现快速且精确的直流总线电压调控和分布式发电资源电流分配. 在控制设计中, 对具有电压源特性的构网转换器采用 V-I 下垂控制策略, 对具有电流源特性的馈网转换器采用无下垂形式的二次控制策略. 然而, 混合模式的反馈设计使得系统的动态矩阵不再具备对称性. 对此, 本文在稳定性分析中构建由电流误差和电压误差线性融合的误差闭环系统, 将微电网的稳定性问题转换成秩一矩阵摄动的特征值分析问题, 进一步结合图论和广义负定矩阵性质, 推导出使系统稳定的参数取值条件. 最后通过数值模拟和硬件实验验证了该方法的有效性.

关键词 直流微电网, 分布式二次控制, 均流调压, 稳定性分析, 微电网控制

1 引言

近年来, 新能源微电网系统得到广泛关注^[1~4]. 相比采用交流微电网整合新能源, 直流微电网更具优势: 光伏发电、蓄电池储能等设备具有固有的直流接口属性, 采用直流架构能减少不必要的交直流转换环节, 从而降低能量损耗^[2]; 此外, 直流微电网系统无需考虑频率同步、无功功率等问题, 控制策略更为简便高效. 以直流微电网为载体的新能源高效并网和消纳方案逐步成为研究热点.

实现精确的电压调控与电流分配是直流微电网系统的两个基本控制目标^[5, 6]. 为了实现该目标, 研究者们提出了一种当前广泛应用的分层控制框架^[7], 该框架包含一次控制、二次控制和三次控制共三个层级. 其中, 一次控制可以由下垂控制、虚拟同步发电机或者虚拟阻抗等惯量模拟控制方法构成, 旨在保障微电网在负荷或新能源设备切入/切出时能够快速响应总线电压的变化. 下垂控制是一种分散式的控制架构, 因其实施方便、结构简单、成本低、运行可靠等特点, 得到广泛应用. 通过选取合适

引用格式: 刘骁康, 王致恒, 邢兰涛, 等. 面向构网 – 馈网混合转换器的直流微电网分布式均流调压控制. 中国科学: 信息科学, 2025, 55: 2622–2636, doi: 10.1360/SSI-2025-0199

Liu X K, Wang Z H, Xing L T, et al. Distributed current sharing and voltage regulation control for DC microgrids with grid-forming and grid-feeding converters. Sci Sin Inform, 2025, 55: 2622–2636, doi: 10.1360/SSI-2025-0199

的下垂系数,下垂控制能够实现基本的但非精确的电压调控和电流分配.特别地,由于线路阻抗、内阻等因素的存在,仅采用下垂控制器难以解决电压调控目标和电流分配目标之间的制衡关系.对此,通常有两种改善方式,即设计自适应非线性的下垂系数^[8,9]和采用二次控制补偿策略^[10,11].

现有二次控制方法可根据信号的传输、计算、执行的方式,划分为集中式二次控制、分散式二次控制和分布式二次控制.其中,集中式二次控制通过一对多的通信网络收发各节点的数据,这使得系统易受单点故障的影响;分散式二次控制中节点各自独立,不存在节点间的信息交互,这会导致系统难以实现精确的协同调控性能.相比之下,分布式二次控制可以借助通信网络实现节点之间的协同控制,在满足即插即用功能的同时,实现精确的电压调控和电流分配.目前,研究者们已经针对直流微电网的并网运行和孤岛运行需求,分别提出了多种分布式二次控制策略^[12].在并网模式下,大电网能够支撑直流微电网的总线电压,所以接入直流总线的分布式电源皆可工作在馈网模式,即控制转换器工作在电流模式或功率模式.现有大量研究聚焦孤岛运行模式,在此模式下,需要部分接入直流总线的分布式电源承担起支撑微电网电压的构网任务,即将转换器控制在电压模式.针对孤岛运行模式,大量文献探讨了实现电压调控和电流分配的分布式二次控制.文献[13]设计了双层控制框架和两种事件触发策略,实现了对执行器故障的容错,提高了系统的鲁棒稳定性.文献[14]提出的分布式二次控制能够在不依赖于受控微电网初始条件的情况下实现电流分配和平均电压调节.文献[15]采用了二阶多智能体框架,在受限不连续的通信条件下,实现了孤岛直流微电网的精确电压恢复和分布式发电机之间的电流分配.文献[16]在保证系统稳态性能的同时,通过引入指数衰减项,不仅可以约束二次控制信号的一致性误差,还可以保证母线电压的暂态性能.文献[17]融合了动态一致性跟踪算法和无模型自适应控制方法,解决了直流微电网中带有有损通信网络的协同控制问题.针对时变通信延迟,文献[18]提出了一种分布式网络预测控制策略,可以将各发电机组的电压调节到理想值,同时优化各发电机组的发电成本.然而,现有研究工作在建模时,通常将连接到直流总线的转换器建模为电压受控源,忽略转换器馈网模式时的电流受控属性.

微电网系统中分布式发电单元所接的转换器,根据源端电源类型和并网需求,工作在构网模式或馈网模式^[19].通常在交流微电网中,构网转换器被建模为受控电压源,通过下垂控制支撑微电网的频率和电压;馈网转换器被建模为受控电流源,根据锁相环跟踪频率偏差输出电流^[20].类似的,直流微电网的转换器也具有这个特点.从供给侧能量源的特性看,太阳能光伏板一般采用带有最大功率点跟踪控制器的单向DC/DC转换器,始终工作在功率输出状态,适合工作在馈网模式;蓄电池凭借其快速的动态响应特性,可根据实际需求灵活选择构网模式或馈网模式;动态响应较慢的燃料电池更适合运行于馈网模式.然而,现有的大部分理论分析都是基于构网转换器建立的微电网模型^[21].基于此,本文提出了一种适用于构网模式和馈网模式混合场景的分布式二次控制方法,通过协同控制DC/DC转换器实现特定比例的电流分配.在理论分析中,引入电流-电压融合的调控误差系统,将电压调控和电流分配问题转化为融合误差系统的稳定性问题.

本文的主要贡献如下.(i) 现有研究多集中于构网转换器的协同控制^[22],本文探讨了多个构网和多个馈网转换器的协同控制问题.由于不同类型的能量源有着不同的工作原理与特点,因此构网-馈网混合模式成为了保障系统稳定运行的必然选择,相比只考虑电压受控的直流微电网系统而言,同时包含构网和馈网转换器的直流微电网系统能够与更多类型的能量源及应用场景适配.(ii) 在控制器结构设计与部署方面,与文献[23]相比,本文对馈网转换器采用了无下垂的控制方法,在双闭环控制中直接接入电流分配的二次控制信号.因此,在实施过程中无需额外的电压传感器来采集本地电压信号作I-V下垂控制,降低了控制器部署成本.(iii) 在稳定性分析方面,文献[23]对馈网转换器采用了I-V下垂方法,类似于构网转换器的V-I下垂控制,构造了馈网转换器输出电流与输出电压的耦合结构,通过合适的参数选取来保障整个系统动态矩阵的对称性;本文的电流受控节点由于未使用电压信号,系统矩阵呈现非对称性,文献[23]中对称矩阵的理论分析手段无法适用,因此本文构建了新的矩阵分解方法和组合结构,并基于广义负定矩阵的秩一扰动特性,得到了稳定性判据.

本文结构如下. 第2节分提出基于构网转换器和馈网转换器的直流微电网的均流调压问题. 第3节探讨恒阻抗和恒流负载下二次控制的设计及稳定性分析, 并讨论具有时延的系统稳定性. 第4节通过数值仿真算例验证理论结果. 第5节对所提出策略进行硬件在环实验. 第6给出本文的总结与展望.

注释1 以下为相关符号说明. $\mathbb{R}$ 和 $\mathbb{R}^{m \times n}$ 分别表示实数集和 $m \times n$ 的实数矩阵集. $|S|$ 表示集合 S 中元素的个数. $\mathbf{I}_n$ 表示 n 阶单位阵, $\mathbf{1}_n$ 表示 n 维全一列向量, $\mathbf{0}_{m \times n}$ 和 $\mathbf{0}_n$ 分别表示全零的 $m \times n$ 矩阵和 n 维列向量. $[a_{ij}]_{m \times n}$ 表示第 i 行第 j 列元素为 a_{ij} 组成的 $m \times n$ 矩阵. $\text{col}(x_1, \dots, x_N)$ 表示由 $x_1, \dots, x_N$ 组成的列向量, $\text{diag}(x_1, \dots, x_N)$ 表示由 $x_1, \dots, x_N$ 作为对角元素组成的对角阵. $\mathbf{A}^{-1}$ 和 $\mathbf{A}^T$ 分别表示矩阵 $\mathbf{A}$ 的逆矩阵和转置矩阵, $\det(\mathbf{A})$ 和 $\text{adj}(\mathbf{A})$ 分别表示矩阵 $\mathbf{A}$ 的行列式和伴随矩阵.

2 直流微电网建模

2.1 通信网络

单总线直流微电网由 N 个并联的分布式发电单元 (distributed generation units, DGU)、负载和通信网络构成, 每个 DGU 由电源和 DC/DC 转换器组成. DGU 工作方式包括电压控制模式 (构网模式) 或电流控制模式 (馈网模式), 在良好设计的电压环和电流环 PI 控制器下, 可将它们等效为受控电压源或受控电流源, 分别记为 V-DGU 和 C-DGU. 假设一共有 N 个 DGU, 其中包括 n 个 V-DGU 和 m 个 C-DGU, 分别用 $\mathcal{I}_V = \{1, 2, \dots, n\}$ 和 $\mathcal{I}_C = \{n+1, \dots, N\}$ 表示, 设 $\mathcal{I}_S$ 为全体 DGU 的集合, 则有 $\mathcal{I}_V \cup \mathcal{I}_C = \mathcal{I}_S$, $\mathcal{I}_V \cap \mathcal{I}_C = \emptyset$, $|\mathcal{I}_V| = n$, $|\mathcal{I}_C| = m$, $m+n = N$.

直流微电网的通信网络能够保障多个 DGU 之间相互通信, 该通信网络可以用一个图来表示, 记为 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathbf{A})$, 其中 $\mathcal{V} = \mathcal{I}_S$, $\mathcal{E}$, $\mathbf{A} = [a_{ij}]_{N \times N}$ 分别表示 DGU 节点集合、相邻节点边的集合以及图的加权邻接矩阵. 有序对 $(i, j) \in \mathcal{E}$ 表示第 j 个 DGU 可以接收到来自第 i 个 DGU 的信息, 此时 $a_{ij} > 0$, 否则 $a_{ij} = 0$. 图 $\mathcal{G}$ 的拉普拉斯 (Laplace) 矩阵定义为

$$\mathcal{L} = [l_{ij}]_{N \times N} = \begin{cases} l_{ij} = \sum_{k=1}^N a_{ik}, & i = j, \\ l_{ij} = -a_{ij}, & i \neq j. \end{cases}$$

假设1 通信图是连通的, 并且至少有一个 DGU 可以测量公共总线的电压.

注释2 假设1是实现精确均流调压的前提基础. 通信图连通可保障拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L}$ 仅存在唯一的零特征根, 至少有一个 DGU 可以测量总线电压保障了总线电压调控的目标存在控制反馈回路.

2.2 直流微电网系统模型

设 V_i 和 I_i 分别是第 i 个 DGU 输出的电压和电流, 那么直流潮流可以由如下线性方程决定:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N I_i(t) = I^* + \frac{V_b(t)}{R^*}, \\ V_i(t) = I_i(t)R_i + V_b(t), \quad i \in \mathcal{I}_S, \end{cases} \quad (1)$$

式中 V_b 是总线电压, R_i 是第 i 条输电线上的电阻, 有序对 (R^*, I^*) 表示 ZI 负载中的恒阻抗和电流.

设 $\{d_i | i \in \mathcal{I}_S\}$ 为第 i 个分布式能源节点输出电流的期望比例系数, V^* 为额定电压. 直流微电网的均流调压目标旨在保证总线电压维持在额定值, 且 DGU 的输出电流按照预定比例分配, 即实现

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} V_b(t) = V^*, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{I_i(t)}{I_j(t)} = \frac{d_i}{d_j}, \quad \forall i, j \in \mathcal{I}_S. \end{cases} \quad (2)$$

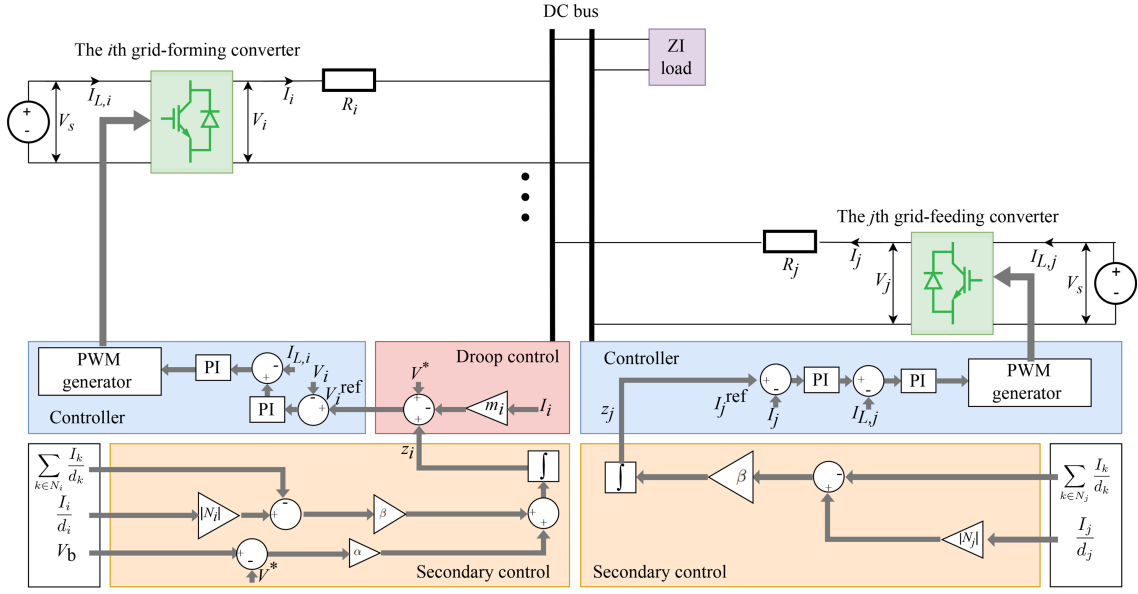


图 1 (网络版彩图) 控制器架构.

Figure 1 (Color online) Controller framework.

控制器架构如图 1 所示. 根据转换器的工作模式, 可直接调节 V-DGU 的输出电压和 C-DGU 的输出电流. 根据传统的分层设计, 基准输出电压和基准输出电流的混合二次控制可以写成如下形式:

$$\begin{cases} V_i^{\text{ref}}(t) = V^* - m_i I_i(t) + z_i(t), & i \in \mathcal{I}_V, \\ I_i^{\text{ref}}(t) = z_i(t), & i \in \mathcal{I}_C, \\ \dot{z}_i(t) = u_i(t), & i \in \mathcal{I}_S, \end{cases} \quad (3)$$

式中 m_i 是下垂系数, $z_i(t)$ 是二次控制信号, 其一阶导 u_i 即为接下来设计的对象.

注释3 对于构网转换器, 采用 V-I 下垂模式进行控制, 其中 m_i 可以等效成一个虚拟阻抗, 利用下垂控制器产生一个基准电压. 对于馈网转换器, 采用无下垂模式, 即二次控制器直接控制.

假设在电压控制或电流控制模式下为转换器设计了性能良好的 PI 控制器, 那么 V-DGU 的输出电压和 C-DGU 的输出电流可以快速精确地追踪上基准值. 在微小时间尺度上, 可以等效看作 $V_i^{\text{ref}}(t) = V_i(t)$ ($i \in \mathcal{I}_V$), $I_i^{\text{ref}}(t) = I_i(t)$ ($i \in \mathcal{I}_C$). 分别对式 (1), (3) 等式两边求导, 得到以下结果:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \dot{I}_i(t) = \frac{\dot{V}_b(t)}{R^*}, \\ \dot{V}_i(t) = \dot{I}_i(t) R_i + \dot{V}_b(t), & i \in \mathcal{I}_S, \\ \dot{V}_i(t) = -m_i \dot{I}_i(t) + u_i(t), & i \in \mathcal{I}_V, \\ \dot{I}_i(t) = u_i(t), & i \in \mathcal{I}_C. \end{cases} \quad (4)$$

联立式 (4) 中的第 2 和 3 两个等式, 可以得到

$$\dot{I}_i(t) = \frac{u_i(t) - \dot{V}_b(t)}{m_i + R_i} = \frac{u_i(t) - \dot{V}_b(t)}{k_i}, \quad i \in \mathcal{I}_V, \quad (5)$$

其中 $k_i = m_i + R_i$, 所以,

$$\sum_{i=1}^N \dot{I}_i(t) = \sum_{i \in \mathcal{I}_V} \dot{I}_i(t) + \sum_{i \in \mathcal{I}_C} \dot{I}_i(t) = \sum_{i \in \mathcal{I}_V} \frac{u_i(t) - \dot{V}_b(t)}{k_i} + \sum_{i \in \mathcal{I}_C} u_i(t) = \frac{\dot{V}_b(t)}{R^*}. \quad (6)$$

移项处理式 (6) 后得到

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_V} \frac{u_i(t)}{k_i} + \sum_{i \in \mathcal{I}_C} u_i(t) = \left(\frac{1}{R^*} + \sum_{i \in \mathcal{I}_V} \frac{1}{k_i} \right) \dot{V}_b(t). \quad (7)$$

设 $\kappa = \frac{1}{\sum_{i=1}^n 1/k_i + 1/R^*}$, $\mathbf{K} = \text{diag}(\frac{1}{k_1}, \frac{1}{k_2}, \dots, \frac{1}{k_n})$, $\mathbf{u}_V = \text{col}(u_1, u_2, \dots, u_n)$, $\mathbf{u}_C = \text{col}(u_{n+1}, \dots, u_N)$, $\mathbf{u} = \text{col}(\mathbf{u}_V, \mathbf{u}_C)$, 则式 (7) 的矩阵形式可以表示为 $\mathbf{1}_n^T \mathbf{K} \mathbf{u}_V(t) + \mathbf{1}_m^T \mathbf{u}_C(t) = \frac{1}{\kappa} \dot{V}_b(t)$.

$$\text{令 } \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma} & -\kappa \mathbf{K} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_m^T \\ \mathbf{0}_{m \times n} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix}, \mathbf{\Gamma} = \mathbf{K} - \kappa \mathbf{K} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T \mathbf{K}, \text{ 分别用矩阵形式表示 } \dot{V}_b \text{ 和 } \dot{\mathbf{I}} \text{ 与 } \mathbf{u} \text{ 的关系:}$$

$$\dot{V}_b(t) = \kappa (\mathbf{1}_n^T \mathbf{K} \mathbf{u}_V(t) + \mathbf{1}_m^T \mathbf{u}_C(t)) = \begin{bmatrix} \kappa \mathbf{1}_n^T \mathbf{K} & \kappa \mathbf{1}_m^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_V(t) \\ \mathbf{u}_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa \mathbf{1}_n^T \mathbf{K} & \kappa \mathbf{1}_m^T \end{bmatrix} \mathbf{u}(t), \quad (8)$$

$$\dot{\mathbf{I}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_V(t) \\ \dot{\mathbf{I}}_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}(\mathbf{u}_V(t) - \mathbf{1}_n \dot{V}_b(t)) \\ \mathbf{u}_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma} & -\kappa \mathbf{K} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_m^T \\ \mathbf{0}_{m \times n} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_V(t) \\ \mathbf{u}_C(t) \end{bmatrix} = \mathbf{G} \mathbf{u}(t). \quad (9)$$

根据以上的线性方程和微分方程的建立和推导, 控制目标即为设计合适的分布式控制器 u_i 以实现直流微电网的电压调控和电流分配. 在混合二次控制的设计下, 动态矩阵 $\mathbf{G}$ 不再具备对称性质.

3 控制器设计与稳定性分析

3.1 闭环系统

在稳定性分析前, 定义电压误差和电流误差如下:

$$e_V(t) = V_b(t) - V^*, \quad (10)$$

$$e_{I,i}(t) = \frac{1}{d_i} \sum_{j \in N_i} \left(\frac{I_i(t)}{d_i} - \frac{I_j(t)}{d_j} \right), \quad (11)$$

式中 $e_V \in \mathbb{R}$ 表示总线电压相较于额定电压的误差, $e_{I,i} \in \mathbb{R}$ 表示电流分配比例的误差, $N_i = \{j \mid (i, j) \in \mathcal{E}\}$ 表示通信图上与节点 i 相邻的所有节点. 式 (11) 的向量形式表示为

$$\mathbf{e}_I(t) = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{I}(t), \quad (12)$$

其中 $\mathbf{D} = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_N)$, $\mathbf{I} = \text{col}(I_1, I_2, \dots, I_N)$.

要让系统达到电压调控和电流分配的目标, 即需要 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_V(t) = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}_I(t) = \mathbf{0}_N$. 分别对式 (10), (12) 求导, 得到

$$\begin{cases} \dot{e}_V(t) = \dot{V}_b(t) = \begin{bmatrix} \kappa \mathbf{1}_n^T \mathbf{K} & \kappa \mathbf{1}_m^T \end{bmatrix} \mathbf{u}(t), \\ \dot{\mathbf{e}}_I(t) = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L} \mathbf{D}^{-1} \dot{\mathbf{I}}(t) = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{u}(t). \end{cases} \quad (13)$$

针对以上定义的误差项, 定义如下融合误差:

$$\psi_i(t) = \begin{cases} \alpha e_V(t) + \beta e_{I,i}(t), & i \in \mathcal{I}_V, \\ \beta e_{I,i}(t), & i \in \mathcal{I}_C, \end{cases} \quad (14)$$

其中 $\alpha > 0$ 和 $\beta > 0$ 是两个待选择的控制参数. 式 (14) 用矩阵形式表示为

$$\boldsymbol{\psi}(t) = \alpha \begin{bmatrix} \mathbf{1}_n^T & \mathbf{0}_m^T \end{bmatrix}^T e_V(t) + \beta \mathbf{e}_I(t). \quad (15)$$

将二次控制器设计为 $u_i(t) = -\psi_i(t)$, 求得得到

$$\begin{aligned}\dot{\psi}(t) &= \alpha \begin{bmatrix} \mathbf{1}_n^T & \mathbf{0}_m^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \kappa \mathbf{1}_n^T K & \kappa \mathbf{1}_m^T \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) + \beta D^{-1} \mathcal{L} D^{-1} G \mathbf{u}(t) \\ &= (\alpha \kappa \mathbf{1}_N \mathbf{1}_N^T H + \beta D^{-1} \mathcal{L} D^{-1} G) \mathbf{u}(t) \\ &= -S \psi(t),\end{aligned}\quad (16)$$

其中 $S = \alpha \kappa \mathbf{1}_N \mathbf{1}_N^T H + \beta D^{-1} \mathcal{L} D^{-1} G$, $H = \begin{bmatrix} K & \mathbf{0}_{n \times m} \\ \mathbf{0}_{m \times n} & I_m \end{bmatrix}$.

式 (16) 得到的即为系统的状态空间方程, 其中 $\psi(t)$ 为状态变量. 基于该方程, 可以研究控制目标与状态变量之间的关系, 进而得到如下命题.

命题1 在满足假设 1 以及 $\sum_{i=1}^N d_i \neq 0$ 的条件下, 当且仅当 $\psi(t) = \mathbf{0}_N$ 时, 直流微电网实现电压调控和电流分配.

证明 令 $\alpha > 0$ 且 $\beta > 0$.

必要性. 若微电网中达到了电压调控和电流分配的状态, 则 $e_V = 0$, $e_I = \mathbf{0}_N$, 利用 $\psi(t)$ 定义式可以得到 $\psi(t) = \mathbf{0}_N$.

充分性. 根据文献 [24], 若一个图存在有向生成树, 则 $\mathcal{L}$ 有一个与值为 0 的特征值对应的左特征向量 $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_N]^T$, 并满足 $\mathbf{1}_N^T \mathbf{v} = 1$, $\mathbf{v}^T \mathcal{L} = \mathbf{0}_N$. 因此可得

$$\mathbf{v}^T D \psi(t) = \alpha \mathbf{v}^T D \begin{bmatrix} \mathbf{1}_n^T & \mathbf{0}_m^T \end{bmatrix}^T e_V(t) + \beta \mathbf{v}^T D D^{-1} \mathcal{L} D^{-1} I(t) = \sum_{i=1}^n \alpha v_i d_i e_V(t) + 0. \quad (17)$$

所以, 若 $\psi(t) = \mathbf{0}_N$, 则 $e_V(t) = 0$, 利用 $\psi(t)$ 定义式可以得到 $e_I(t) = \mathbf{0}_N$. 证毕.

注释4 考虑到实际微电网中存在配有储能装置的分布式发电单元, 与母线之间存在功率的双向流动, 因此本文设置了功率可正向流动、可逆向流动的电流分配目标, 其中 d_i 的符号决定了功率流的流向. 命题 1 中设置了约束条件 $\sum_{i=1}^N d_i \neq 0$, 即各节点电流分配比例之和不能为 0. 若分配比例之和为 0, 这意味着功率都在 DGU 之间交换, 没有电流从 DGU 流向负载, 显然这无法实现.

3.2 稳定性分析

本部分将对给定的闭环系统进行稳定性分析. 首先给出以下定义和引理.

定义1 对于矩阵 $G \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 当 $G_s = \frac{1}{2}(G + G^T)$ 正定时, G 为广义正定矩阵; 当 $-G$ 广义正定时, G 为广义负定矩阵 [25].

引理1 给定一个标量 $c > 0$, 当且仅当 $1 - cm > 0$ 时 $I_m - c \mathbf{1}_m \mathbf{1}_m^T$ 是正定矩阵.

引理2 在满足假设 1 以及 $\sum_{i=1}^N d_i \neq 0$ 的条件下, 对任意两个正数标量 $a, b > 0$, 都有 $Z := a \mathbf{1}_N \mathbf{1}_N^T + b D^{-1} \mathcal{L} D^{-1}$ 的所有特征值均为正实数.

引理3 对于一个矩阵 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 当且仅当存在一个广义负定矩阵 G 和一个对称正定矩阵 L 满足 $A = GL$ 时, A 稳定.

引理 2 和 3 的详细证明过程参见文献 [23, 25], 引理 1 的证明过程详见附录 A.

利用以上引理, 可以对系统方程的稳定性进行分析, 进而得到如下结论.

命题2 设 $k_s = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} = \mathbf{1}_n^T K \mathbf{1}_n$, 在满足假设 1 的条件下, 以下情况成立: (i) G 的所有特征值都是正实数; (ii) 当且仅当 $1 - \frac{mk_s R^*}{4(k_s + 1/R^*)} > 0$ 时, $-G$ 是一个广义负定矩阵; (iii) 当且仅当 $1 - \frac{mk_s R^*}{4(k_s + 1/R^*)} > 0$ 时, $-S$ 稳定.

证明过程详见附录 B.

定理1 在满足假设 1 以及 $\sum_{i=1}^N d_i \neq 0$ 的条件下, 若

$$1 - \frac{mk_s R^*}{4(k_s + \frac{1}{R^*})} > 0, \quad (18)$$

则控制器可以在直流微电网中实现电压调控和电流分配.

证明 结合命题 2 的结论, 可知控制系统是 Hurwitz 的, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\psi(t) \rightarrow 0$. 根据命题 1, $\psi(t) = 0$ 意味着达到了电压调控和电流分配. 证毕.

注释5 命题 2 和定理 1 提出了系统稳定的条件 (18), 即需要对微电网系统中的参数以及负载的阻值进行约束. 式中 m 为馈网转换器的个数, 电网中全部为构网转换器 (即 $m = 0$) 时约束恒成立. 随着馈网转换器个数的增加, 系统稳定性的条件变得日益严格. 经过对式 (18) 的移项处理, 可得系统稳定时参数要满足的要求: 若 $R^* \leq \frac{4}{m}$, 即负载阻抗不超过特定值时, 约束恒成立; 否则, 需要满足 $k_s < \frac{4}{R^*(mR^*-4)}$, 由于 k_s 是与下垂系数 m_i 和线路阻抗 R_i 有关的参数, 且线路阻抗无法调整, 因此系统需要通过调节下垂系数以保证系统的稳定.

注释6 在系统稳定性分析时, 文献 [23] 中的控制器针对 C-DGU 采用了 I-V 下垂的控制方法, 依赖本地电压信号的采集, 因此其系统方程仍保持与电压变量的耦合关系, 这使矩阵 $\mathbf{G}$ 可用统一形式表述, 具有对称正定性, 其特征值为严格正实数; 相较而言, 本文针对 C-DGU 直接采用二次控制, 无需本地电压信号, 矩阵 $\mathbf{G}$ 并非对称阵, 需要分块表示, 因此在系统分析时, 需要分解出其对称部分 $\mathbf{G}_s$, 基于此研究 $-\mathbf{G}$ 的广义负定性.

3.3 具有时延的稳定性分析

考虑实际通信中存在的时延, 第 i 个分布式控制器在 t 时刻接收到信息为 $(V_i(t-\tau), I_j(t-\tau)_{j \in N_i})$, 其中 τ 为时延常数. 据此, 将 $u_i(t)$ 改写为如下形式:

$$u_i(t) = \begin{cases} -\alpha e_V(t-\tau) - \beta e_{I,i}(t-\tau), & i \in \mathcal{I}_V, \\ -\beta e_{I,i}(t-\tau), & i \in \mathcal{I}_C. \end{cases} \quad (19)$$

令 $\mathbf{A} = -\mathbf{S}$, 则系统状态方程 (16) 可改写为

$$\dot{\psi}(t) = \mathbf{A}\psi(t-\tau). \quad (20)$$

文献 [26] 给出了如下引理.

引理4 对于方程 $(z+a)e^z + b = 0$, 其中 a, b 均为实数, 当且仅当满足如下条件时, 方程的根拥有负实部:

$$a > -1, \quad (21)$$

$$a + b > 0, \quad (22)$$

$$b < \zeta \sin \zeta - a \cos \zeta, \quad (23)$$

其中, ζ 是方程 $\zeta = -a \tan \zeta$ 的根, 若 $a \neq 0$, 则 $0 < \zeta < \pi$; 若 $a = 0$, 则 $\zeta = \pi/2$.

定理2 在满足假设 1, $\sum_{i=1}^N d_i \neq 0$ 以及约束条件 (18) 的情况下, 时延系统 (20) 能够实现电压调控和电流分配, 当且仅当 $\mathbf{A}$ 的特征根均为实数, 且

$$\tau < -\frac{\pi}{2\lambda_1}, \quad (24)$$

其中, λ_1 是 $\mathbf{A}$ 的最小特征根.

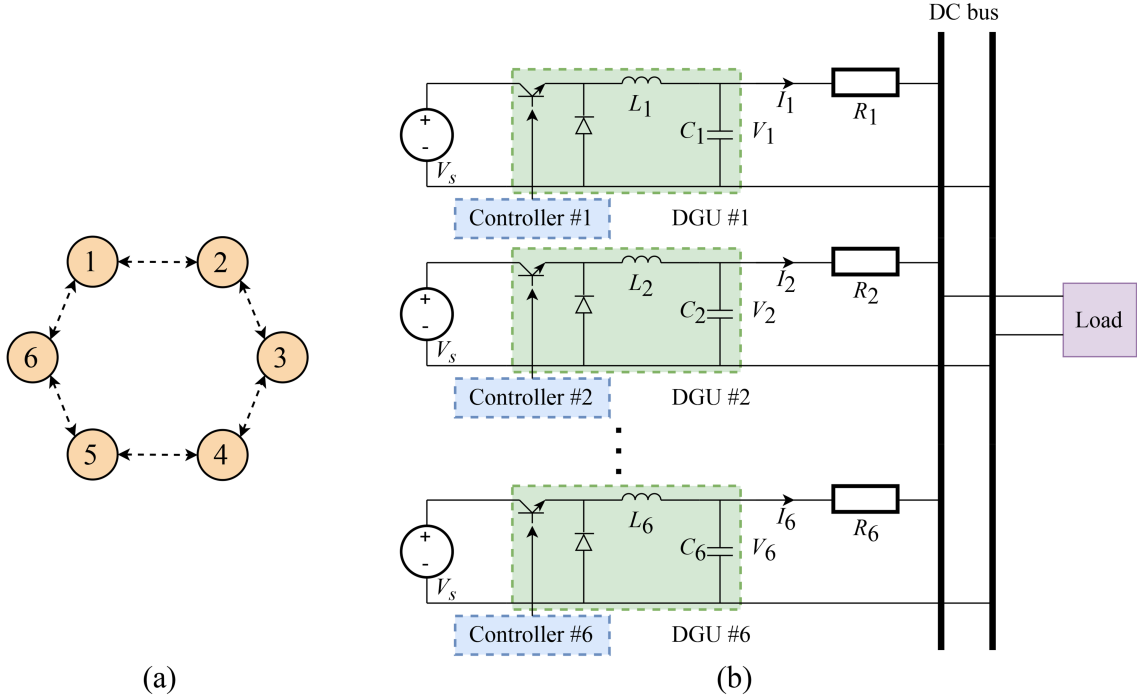


图 2 (网络版彩图) 仿真模型. (a) 通信拓扑图; (b) 物理层架构.

Figure 2 (Color online) Simulation model. (a) Communication topology; (b) physical layer architecture.

证明 矩阵 $\mathbf{A}$ 相似于对角矩阵, $\mathbf{A} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{\Lambda}_A\mathbf{P}$, 其中 $\mathbf{P}$ 可逆, 且 $\mathbf{\Lambda}_A = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$, $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_N$. 令 $\bar{\psi}(t) = \mathbf{P}^{-1}\psi(t)$, 时延系统 (20) 可表示为 $\dot{\bar{\psi}}(t) = \mathbf{\Lambda}_A\bar{\psi}(t-\tau)$, 据此可以得到系统的特征方程 $s - \lambda_i e^{-s\tau} = 0, i = 1, 2, \dots, N$, 或者等价表示为 $\tau s - \lambda_i \tau e^{-s\tau} = 0$. 令 $z = \tau s, b = -\lambda_i \tau, a = 0$, 可以得出结论, 当且仅当 $0 < -\lambda_i \tau < \frac{\pi}{2}$ 时, 系统稳定. 根据命题 2, $\mathbf{A}$ 的所有特征值均为负数, 因此 $0 < -\lambda_i \tau$ 成立, 且移项可得 $\tau < -\frac{\pi}{2\lambda_1}$. 证毕.

4 仿真

在仿真中, 采用 MATLAB/Simulink 仿真软件搭建如上论证的直流微电网测试平台, 如图 2 所示, 并验证所设计的二次控制器的有效性. 仿真中考虑 6 个 DGU 的额定电压 $V^* = 200 \text{ V}$, 线路电阻 $R_1 = R_2 = R_6 = 2 \Omega, R_3 = 1 \Omega, R_4 = R_5 = 0.5 \Omega$. 6 个 DGU 中有 4 个压控 DGU 和 2 个流控 DGU, 即 $n = 4, m = 2$. 电流分配比例系数设置为 $d_1 = d_2 = d_3 = 1, d_4 = d_5 = d_6 = 2$, 下垂增益设置为 $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 10$.

4.1 控制参数分析

首先围绕控制参数 α, β 对系统性能进行讨论. 通过数值仿真, 图 3 展示了系统矩阵 $-\mathbf{S}$ 特征值的最大实部随参数 α, β 变化的分布. 由图可知, 在满足稳定性条件时, 系统特征值的最大实部始终小于 0, 这意味着系统的所有特征值均位于复平面的左半平面, 系统稳定性得以保证. 随着 α, β 的增大, 系统特征值的最大实部呈递减趋势, 这意味着特征值到虚轴的距离增大, 系统的收敛速度也随之提升. 特别地, 当固定 β 值时, 随着 α 的增加, 主导特征值的实部减小到一定值之后基本保持不变. 根据对图 3 中特征值的分析, 在以下仿真中, 选取控制参数 $\alpha = 17, \beta = 30$.

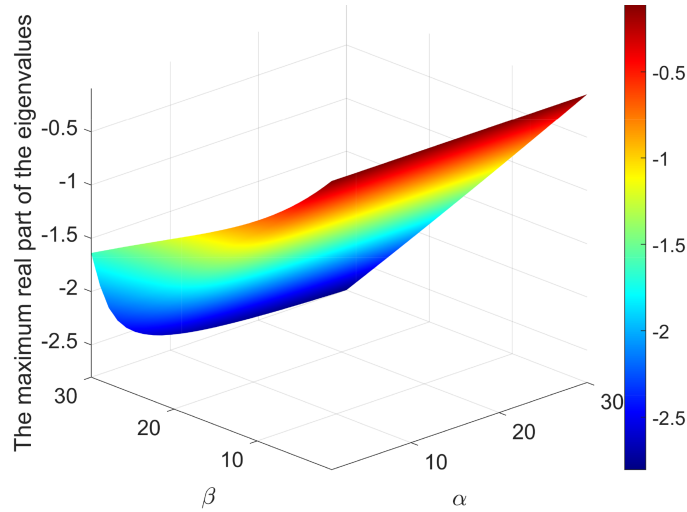


图 3 (网络版彩图) α 与 β 变化下特征值的数值展示.

Figure 3 (Color online) Numerical display of eigenvalues under the variation of α and β .

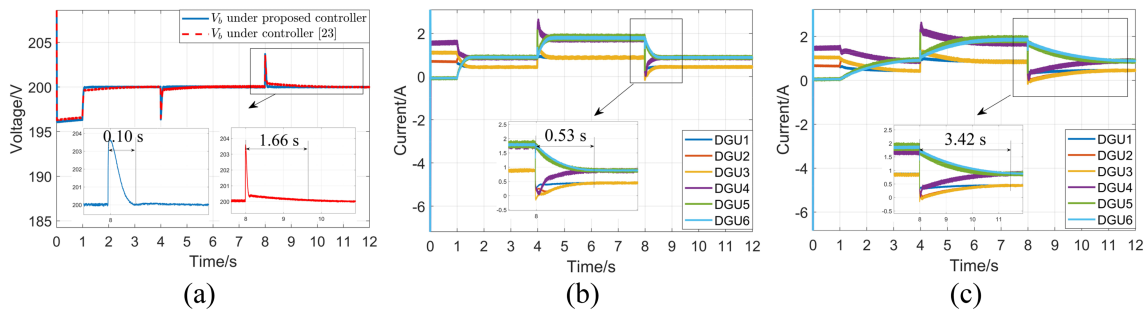


图 4 (网络版彩图) 两种控制器负载切换测试输出电流和总线电压曲线. (a) 总线电压响应对比; (b) 本文控制器的输出电流响应; (c) 文献 [23] 中的控制器的输出电流响应.

Figure 4 (Color online) Evolutions of output currents and bus voltage in the load switching test under two controllers. (a) Evolution comparison of bus voltage; (b) evolution of output currents under the proposed controller; (c) evolution of output currents under the controller [23].

4.2 负载切换测试

在负载切换测试中, 在 $t \in [0, 1)$ s 时, 仅启用下垂控制器; 在 $t = 1$ s 时, 启用二次控制器; 在 $t = 4$ s 时, 将负载从 50Ω 切换到 25Ω ; 在 $t = 8$ s 时, 将负载从 25Ω 切换回到 50Ω . 分别测试本文控制器与文献 [23] 中的控制器的负载切换效果, 得到电压、电流变化过程如图 4 所示.

根据仿真结果可知, 本文控制器控制的电路中, 初始阶段仅采用下垂控制, 电压调控和电流分配都存在明显的误差, 其中, 由于 DGU5 和 DGU6 采用的是馈网转换器, 未引入下垂控制, 因此电流为 0. 启用二次控制器后, DGU4~DGU6 与 DGU1~DGU3 的电流分配达到了 2:1 的目标比例, 同时总线电压也体现出了良好的收敛特性, 快速收敛到 200 V. 负载切换到 25Ω 时, 电流和电压曲线在经历微小波动之后快速找到新的稳态平衡点, 由于负载阻值减小了一半, 电流的新稳态值与原稳态值满足 2:1 的关系, 电压依旧收敛到目标值 200 V. 负载切换回 50Ω 时, 电流分配和电压调控都恢复到 1~3 s 时的状态. 由此可见, 在负载切换测试中, 控制器的稳态性能优异, 能够精确实现电压调控和电流分配.

与文献 [23] 中的控制器进行对比, 通过观察两种控制器的电压和电流动态变化过程可知, 本文设计的控制器在每次负载切换之后均能够使总线电压在 0.1 s 左右达到目标值, 且无明显超调, 输出电流也在 1 s 内收敛至稳态值; 相比之下, 文献 [23] 中的控制器在初始阶段能够对电压快速响应, 但到

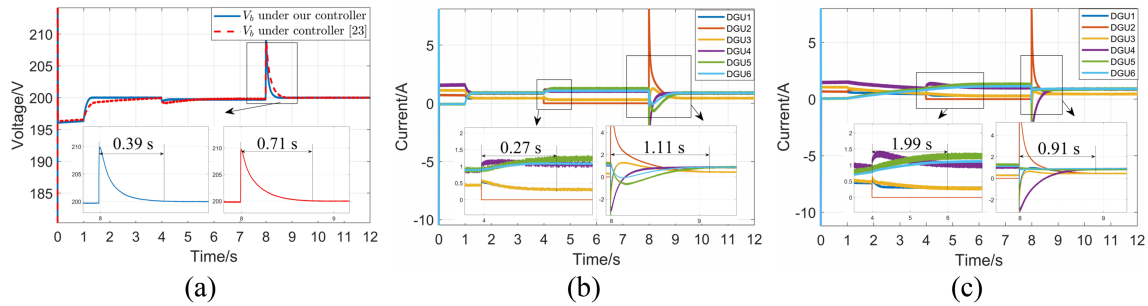


图 5 (网络版彩图) 两种控制器即插即用测试输出电流和总线电压曲线. (a) 总线电压响应对比; (b) 本文控制器的输出电流响应; (c) 文献 [23] 中的控制器的输出电流响应.

Figure 5 (Color online) Evolutions of output currents and bus voltages in the plug and play test under two controllers. (a) Evolution comparison of bus voltages; (b) evolution of output currents under the proposed controller; (c) evolution of output currents under the controller [23].

一定值之后收敛过程有所减缓, 其电流收敛时间也超过了 3 s.

4.3 即插即用测试

当 $t \in [0, 1)$ s 时, 仅启用下垂控制器; 当 $t = 1$ s 时, 启用二次控制器; 当 $t = 4$ s 时, 断开第二个 DGU; 当 $t = 8$ s 时, 将断开的 DGU 重连, 即对 DGU2 进行插拔. 分别测试两种控制器即插即用的性能, 得到电压、电流变化过程如图 5 所示.

根据仿真结果可知, 本文控制器控制的电路中, 初始阶段仅采用下垂控制, 总线电压和电流分配都存在误差. 启用二次控制器后, DGU4~DGU6 与 DGU1~DGU3 满足 2 : 1 的电流分配比, 同时总线电压收敛到 200 V. DGU2 断开后, 其他 DGU 的电流曲线以及总线电压曲线在经历小幅抖动之后能够快速恢复稳定, 总线电压和各节点电流分配存在细微的误差, 但是与精确值偏离较小. DGU2 再次接入电网时, 各节点的电流和总线电压经过一定幅度的突变后均快速恢复到 1 ~ 3 s 时的状态. 由此可见, 在即插即用测试当中, 控制器的稳态性能依然得到了保证.

与文献 [23] 中的控制器进行对比, 观察两种控制器的电压和电流的动态变化过程可以得到与负载切换测试基本一致的结论. 在 DGU2 断开时, 本文的控制器在受到轻微扰动之后能够于 0.5 s 之内快速收敛, 而文献 [23] 中的控制器的响应时间超过了 1 s. 在 DGU2 重新接入之后, 两种控制器电流的响应速度基本一致, 但是在电压响应的速度上, 本文控制器的收敛时间 (0.39 s) 只需要文献 [23] 控制器 (0.71 s) 的一半左右.

4.4 时变负载测试

微电网实际运行时, 分布式电源受环境等因素影响, 输出功率随时间发生变化, 致使总线电压产生波动. 该场景考察控制器对时变负载的稳压和均流能力. 本测试采用受控电流源来模拟时变环境, 对控制器的性能进行测试.

当 $t \in [0, 1)$ s 时, 启用下垂控制器; 在当 $t = 1$ s 时, 启用二次控制器; 当 $t = 2$ s 时, 接入输出信号为 $y_1(t) = \sin 10t$ 的受控电流源; 当 $t = 4$ s 时, 在原有信号的基础上叠加上 $y_2(t) = 2 \sin(3t + \pi/3) + 2$. 选取参数 $c = 1$, 并保持其他参数不变, 得到的测试结果如图 6 所示.

仿真结果显示, 在本文控制器的控制下, 虽然负载受到了充放电的影响, 但是总线电压能够快速稳定在 200 ± 0.2 V 的范围内, 存在波动但波动的幅值较小. 在叠加另一个信号之后, 电压值也能够保持在一定范围内. 与此同时, DGU4~DGU6 与 DGU1~DGU3 在每一次切换之后都能够快速达到 2 : 1 的电流分配比, 实现精确的电流分配.

相比之下, 文献 [23] 中的控制器虽然能够将电压稳定在 200 V 附近, 但是存在明显更大的波动, 即在正弦信号的影响下其电压调控能力与本文控制器相比略显不足. 与此同时, 电流分配也没有实现

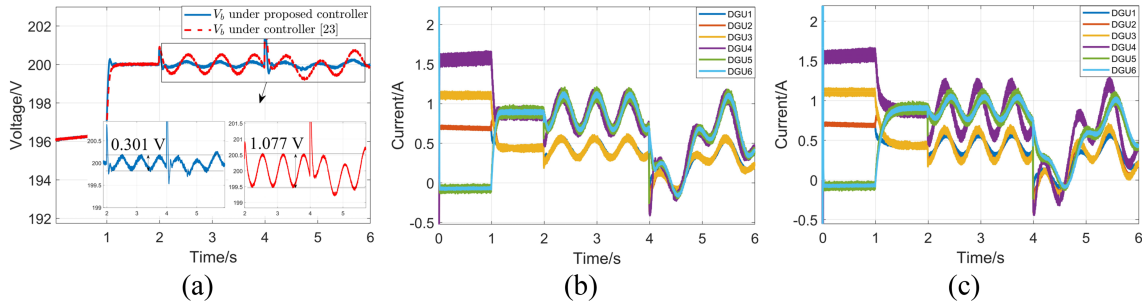


图 6 (网络版彩图) 两种控制器时变负载测试输出电流和总线电压曲线. (a) 总线电压响应对比; (b) 本文控制器的输出电流响应; (c) 文献 [23] 中的控制器的输出电流响应.

Figure 6 (Color online) Evolutions of output currents and bus voltages in the time-varying load test under two controllers. (a) Evolution comparison of bus voltages; (b) evolution of output currents under proposed controller; (c) evolution of output currents under the controller [23].

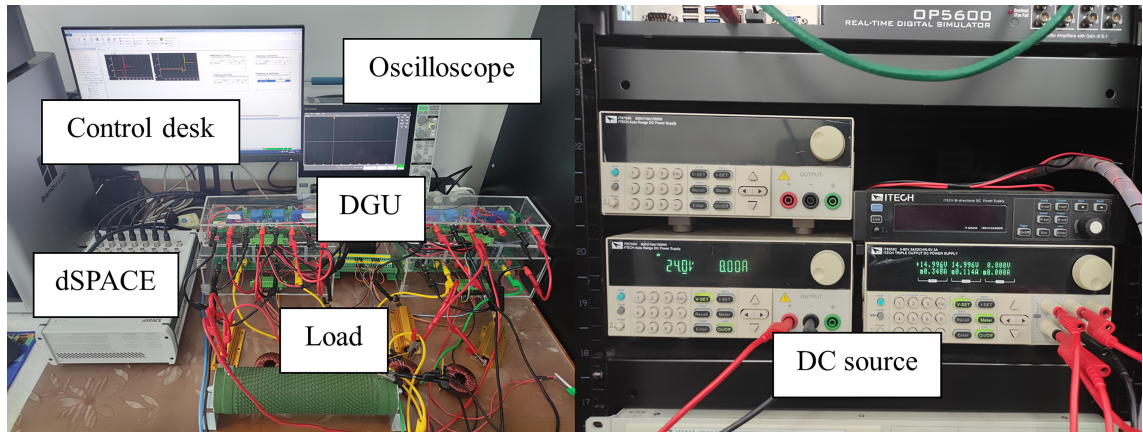


图 7 (网络版彩图) 实验平台.

Figure 7 (Color online) Experimental setup.

精确的同步, 例如, DGU4~DGU6 三者的电流在幅度和相位上都存在偏差. 由此可见, 在负载随时间动态变化时, 本文设计的控制器可以使微电网当中的电压和电流更好地跟踪目标值, 实现电压调控和电流分配的目标.

5 实验

实验平台的搭建如图 7 所示, 包含 2 个直流电源、dSPACE 控制器、示波器和 4 个转换器, 其中包括 2 个构网转换器和 2 个馈网转换器. 通过控制台将控制程序部署到 dSPACE 中, dSPACE 将生成的控制信号输入到转换器中, 并从电路中采集所需的电压和电流等电气数据作为控制器的反馈输入. 线路阻抗由 $0.5\ \Omega$ 的电阻模拟. 总线的额定电压 $V^* = 48\ \text{V}$, 电流分配比例系数设置为 $d_1 = d_2 = 1$, $d_3 = d_4 = 2$, 选择阻值为 $40\ \Omega$ 的电阻作为电网的负载.

5.1 负载切换测试

在该部分的测试中, 启用二次控制后, 先将负载从 $40\ \Omega$ 切换到 $20\ \Omega$, 一段时间后再切换回 $40\ \Omega$, 得到的测试结果如图 8 所示.

通过观察电压和电流的变化曲线可知, 启用二次控制后总线电压稳定在 $48\ \text{V}$, 同时各节点的输出电流满足 $I_1 = I_2 = \frac{1}{2}I_3 = \frac{1}{2}I_4 = 240\ \text{mA}$, 达到了预设的电流分配比. 负载阻值切换成 $20\ \Omega$ 后, 总线

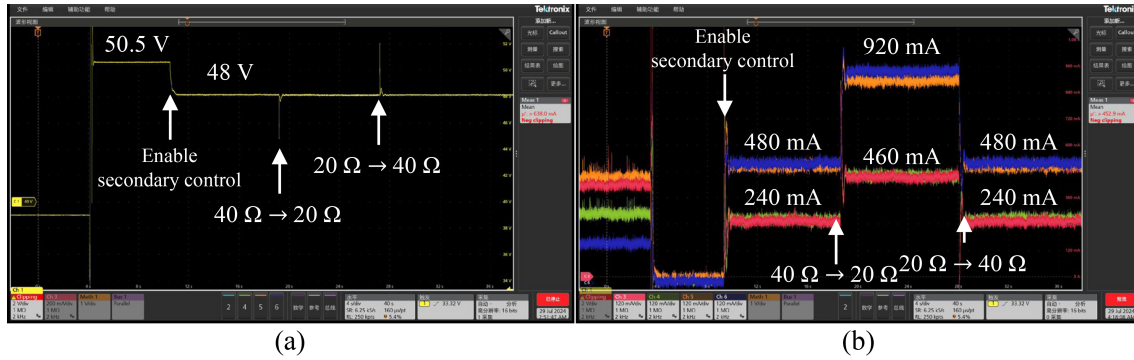


图 8 (网络版彩图) 负载切换测试中输出电流和总线电压曲线. (a) 总线电压响应; (b) 输出电流响应.

Figure 8 (Color online) Evolution of output currents and bus voltages in the load switching test. (a) Evolution of bus voltages; (b) evolution of output currents.

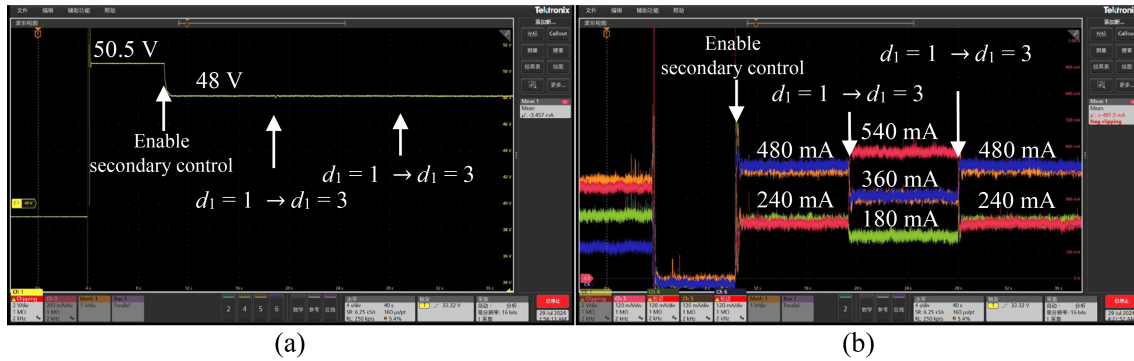


图 9 (网络版彩图) 比例切换测试中输出电流和总线电压曲线. (a) 总线电压响应; (b) 输出电流响应.

Figure 9 (Color online) Evolutions of output currents and bus voltage in the ratio switching test. (a) Evolution of bus voltage; (b) evolution of output currents.

电压经过小幅波动后迅速稳定在 48 V, $I_1 = I_2 = \frac{1}{2}I_3 = \frac{1}{2}I_4 = 460$ mA (由于有线路阻抗的存在, 所以切换前与切换后的电流值无法严格达到 1:2 的关系), 同样满足电流分配比. 负载阻值切换回 40 Ω 后, 系统的电压与电流同样快速地收敛到了稳态值, 并满足设定的控制目标.

5.2 电流分配比例切换测试

在该部分的测试中, 启用二次控制后, 先将其中一个电流分配系数 d_1 从 $d_1 = 1$ 切换成 $d_1 = 3$, 一段时间后再切换回 $d_1 = 1$, 得到的测试结果如图 9 所示.

通过观察电压和电流的变化曲线可知, 启用二次控制后总线电压稳定在 48 V, 同时各节点的输出电流满足 $I_1 = I_2 = \frac{1}{2}I_3 = \frac{1}{2}I_4 = 240$ mA, 达到了设定的电流分配比. 切换成 $d_1 = 3$ 后, 电压经过微小的波动之后继续稳定在 48 V, 同时各节点的输出电流满足 $I_2 = \frac{1}{2}I_3 = \frac{1}{2}I_4 = \frac{1}{3}I_1 = 180$ mA, 满足新的电流分配比. 切换回 $d_1 = 1$ 后, 系统的电压与电流同样快速地收敛到了稳态值, 并满足设定的控制目标.

6 总结

本文针对具有构网转换器和馈网转换器以及 ZI 负载的单总线直流微电网系统的电压调控与电流分配问题展开研究. 将构网转换器建模为一个受控电压源, 将馈网转换器建模为一个受控电流源. 通过协同调节这些转换器的工况点, 实现了精确的双向电流分配和电压调控, 并给出了直流微电网系统

的大信号稳定性判定准则. 为了验证该方法的有效性, 进行了负载切换、即插即用和时变负载的仿真测试以及负载切换和比例切换的实验验证. 未来我们将进一步在考虑分布式发电单元的支撑惯量下研究直流微电网的稳定性问题.

参考文献

- 1 He J, Liang Y, Hao X H, et al. A quadratic convex framework with bigger freedom for the stability analysis of a cyber-physical microgrid system. *Sci China Inf Sci*, 2023, 66: 122202
- 2 Peng J, Fan B, Liu W. Voltage-based distributed optimal control for generation cost minimization and bounded bus voltage regulation in DC microgrids. *IEEE Trans Smart Grid*, 2021, 12: 106–116
- 3 Ma K, Yu Y Q, Zhu S Y, et al. Distributed algorithm for economic dispatch based on gradient descent and consensus in power grid. *Sci Sin Inform*, 2018, 48: 1364–1380 [马锴, 于洋庆, 朱善迎, 等. 基于梯度下降和一致性的电网分布式经济调度算法. *中国科学: 信息科学*, 2018, 48: 1364–1380]
- 4 Guo F, Lian Z, Zheng X, et al. Decentralized cluster-based distributed secondary control of large-scale DC microgrid cluster system. *IEEE Trans Sustain Energy*, 2024, 15: 1652–1662
- 5 Xie S Y, Wang L Y, Nazari M H, et al. Distributed optimization with Markovian switching targets and stochastic observation noises with applications to DC microgrids. *Sci China Inf Sci*, 2022, 65: 222205
- 6 Dragičević T, Lu X, Vasquez J C, et al. DC microgrids-Part I: a review of control strategies and stabilization techniques. *IEEE T Power Electr*, 2016, 31: 4876–4891
- 7 Sun Q Y, Wang B Y, Feng X M, et al. Small-signal stability and robustness analysis for microgrids under time-constrained DoS attacks and a mitigation adaptive secondary control method. *Sci China Inf Sci*, 2022, 65: 162202
- 8 Lu Z B, Zhong S P, Guo G. Design of droop controller for DC microgrid based on distributed strategy. *Acta Autom Sin*, 2021, 47: 2472–2483 [卢自宝, 钟尚鹏, 郭戈. 基于分布式策略的直流微电网下垂控制器设计. *自动化学报*, 2021, 47: 2472–2483]
- 9 Fan B, Li Q, Wang W, et al. A novel droop control strategy of reactive power sharing based on adaptive virtual impedance in microgrids. *IEEE Trans Ind Electron*, 2022, 69: 11335–11347
- 10 Liu X K, Wang S Q, Chi M, et al. Resilient secondary control and stability analysis for DC microgrids under mixed cyber attacks. *IEEE Trans Ind Electron*, 2024, 71: 1938–1947
- 11 Liu J, Li J, Song H, et al. Nonlinear secondary voltage control of islanded microgrid via distributed consistency. *IEEE Trans Energy Convers*, 2020, 35: 1964–1972
- 12 Zheng K Y, Du W J, Wang H F. Analysis on dynamic interactions and stability of hybrid multi-microgrids. *Proc CSEE*, 2021, 41: 5552–5568 [郑凯元, 杜文娟, 王海凤. 混联多微电网系统动态交互作用及稳定性分析. *中国电机工程学报*, 2021, 41: 5552–5568]
- 13 Wang Z, Wang J, Ma M, et al. Distributed event-triggered fixed-time fault-tolerant secondary control of islanded AC microgrid. *IEEE Trans Power Syst*, 2022, 37: 4078–4093
- 14 Yuan Q F, Wang Y W, Liu X K, et al. Distributed fixed-time secondary control for DC microgrid via dynamic average consensus. *IEEE Trans Sustain Energy*, 2021, 12: 2008–2018
- 15 Guo F, Wang L, Wen C, et al. Distributed voltage restoration and current sharing control in islanded DC microgrid systems without continuous communication. *IEEE Trans Ind Electron*, 2020, 67: 3043–3053
- 16 Yuan Q F, Wang Y W, Liu X K, et al. Prescribed performance-based secondary control for DC microgrid. *IEEE Trans Energy Convers*, 2022, 37: 2610–2619
- 17 Mi Y, Deng J, Wang X, et al. Multiagent distributed secondary control for energy storage systems with lossy communication networks in DC microgrid. *IEEE Trans Smart Grid*, 2023, 14: 1736–1749
- 18 Dai X, Liu G P, Hu W, et al. Distributed secondary control for DC microgrids with time-varying communication delays: a networked predictive control scheme. *IEEE Trans Power Syst*, 2024, 39: 4459–4472
- 19 Poolla B K, Gros D, Dörfler F. Placement and implementation of grid-forming and grid-following virtual inertia and fast frequency response. *IEEE Trans Power Syst*, 2019, 34: 3035–3046
- 20 Li Y, Gu Y, Green T C. Revisiting grid-forming and grid-following inverters: a duality theory. *IEEE Trans Power Syst*, 2022, 37: 4541–4554
- 21 Watson J D, Ojo Y, Laib K, et al. A scalable control design for grid-forming inverters in microgrids. *IEEE Trans Smart Grid*, 2021, 12: 4726–4739
- 22 Liu Z, Su M, Sun Y, et al. Stability analysis of DC microgrids with constant power load under distributed control methods. *Automatica*, 2018, 90: 62–72

- 23 Liu X K, Wang Y W, Liu Z W, et al. On the stability of distributed secondary control for DC microgrids with grid-forming and grid-feeding converters. *Automatica*, 2023, 155: 111164
- 24 Ren W, Beard R W. *Distributed Consensus in Multi-Vehicle Cooperative Control*. London: Springer, 2008
- 25 Duan G R, Patton R J. A note on Hurwitz stability of matrices. *Automatica*, 1998, 34: 509–511
- 26 Hale J, Lunel S V. *Introduction to Functional Differential Equations*. New York: Springer, 1993
- 27 Horn R A, Johnson C R. *Matrix Analysis*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2012

附录 A 引理 1 证明

证明 秩一矩阵 $-c\mathbf{1}_m\mathbf{1}_m^T$ 具有单特征值 $-cm$, 其他 $m-1$ 个特征值均为 0. 根据文献 [27] 中的 Weyl 不等式, 令 $A = -c\mathbf{1}_m\mathbf{1}_m^T$, $B = \mathbf{I}_m$, 可得矩阵 $\mathbf{I}_m - c\mathbf{1}_m\mathbf{1}_m^T$ 有 $m-1$ 个特征值为 1. 值得注意的是, 当且仅当 $\det(\mathbf{I}_m - c\mathbf{1}_m\mathbf{1}_m^T) > 0$, 矩阵 $\mathbf{I}_m - c\mathbf{1}_m\mathbf{1}_m^T$ 正定. 根据秩一扰动的行列式柯西公式, 可得

$$\det(\mathbf{I}_m - c\mathbf{1}_m\mathbf{1}_m^T) = \det(\mathbf{I}_m) - c\mathbf{1}_m^T \text{adj}(\mathbf{I}_m)\mathbf{1}_m = 1 - cm. \quad (\text{A1})$$

因此, 当且仅当 $1 - cm > 0$ 时, 矩阵 $\mathbf{I}_m - c\mathbf{1}_m\mathbf{1}_m^T$ 正定. 证毕.

附录 B 命题 2 证明

(1) 根据矩阵 $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma} & -\kappa\mathbf{K}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_m^T \\ \mathbf{0}_{m \times n} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix}$, $\mathbf{G}$ 的特征值取决于 $\mathbf{\Gamma}$ 和 $\mathbf{I}_m$, $\mathbf{I}_m$ 是单位阵, 特征值必然是正实数, 现在分析 $\mathbf{\Gamma}$,

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{K} - \kappa\mathbf{K}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_n^T\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_1} - \frac{\kappa}{k_1^2} & -\frac{\kappa}{k_1k_2} & \cdots & -\frac{\kappa}{k_1k_n} \\ -\frac{\kappa}{k_2k_1} & \frac{1}{k_2} - \frac{\kappa}{k_2^2} & \cdots & -\frac{\kappa}{k_2k_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{\kappa}{k_nk_1} & -\frac{\kappa}{k_nk_2} & \cdots & \frac{1}{k_n} - \frac{\kappa}{k_n^2} \end{bmatrix}.$$

易知 $\mathbf{\Gamma}$ 是对称阵, 且任意一行求和都满足 $\frac{1}{k_j} \left(1 - \frac{k_s}{k_s+1/R^*}\right) > 0$, 所以 $\mathbf{\Gamma}$ 严格对角占优. 因此 $\mathbf{G}$ 的所有特征值都是正实数.

(2) 定义矩阵

$$\mathbf{G}_s := \frac{1}{2}(\mathbf{G} + \mathbf{G}^T) = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma} & -\frac{1}{2}\kappa\mathbf{K}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_m^T \\ -\frac{1}{2}\kappa\mathbf{1}_m\mathbf{1}_n^T\mathbf{K} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix}, \quad (\text{B1})$$

求得 $\mathbf{\Gamma}$ 在 $\mathbf{G}_s$ 中的 Schur 补为

$$\mathbf{G}_s/\mathbf{\Gamma} = \mathbf{I}_m - \frac{1}{4}\kappa^2(k_s + R^*k_s^2)\mathbf{1}_m\mathbf{1}_m^T = \mathbf{I}_m - \frac{k_sR^*\kappa}{4}\mathbf{1}_m\mathbf{1}_m^T. \quad (\text{B2})$$

根据引理 1, 当且仅当 $1 - \frac{mk_sR^*}{4(k_s+1/R^*)} > 0$ 时, $\mathbf{G}_s/\mathbf{\Gamma}$ 是正定矩阵. 根据 Schur 补定理, 当且仅当 $\mathbf{G}_s/\mathbf{\Gamma}$ 是正定矩阵时, $\mathbf{G}_s$ 正定, 即 $-\mathbf{G}$ 是广义负定矩阵.

(3) 注意到 $\mathbf{\Gamma}^{-1}$ 存在且正定,

$$\mathbf{\Gamma}^{-1} = [(\mathbf{I}_n - \kappa\mathbf{K}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_n^T)\mathbf{K}]^{-1} = \mathbf{K}^{-1} \left(\mathbf{I}_n + \frac{\kappa\mathbf{K}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_n^T}{1 - \kappa\mathbf{1}_n^T\mathbf{K}\mathbf{1}_n} \right) = \mathbf{K}^{-1} (\mathbf{I}_n + R^*\mathbf{K}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_n^T). \quad (\text{B3})$$

对 $\mathbf{G}^{-1}$ 左乘 $\mathbf{H}$, 并将式 (B3) 代入, 可得

$$\mathbf{H}\mathbf{G}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0}_{n \times m} \\ \mathbf{0}_{m \times n} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}^{-1} & \kappa\mathbf{\Gamma}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_m^T \\ \mathbf{0}_{m \times n} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n + R^*\mathbf{K}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_n^T & \kappa\mathbf{K}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_m^T + \kappa R^*k_s\mathbf{K}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_m^T \\ \mathbf{0}_{m \times n} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix}. \quad (\text{B4})$$

进一步得到

$$\mathbf{1}_N\mathbf{1}_N^T\mathbf{H}\mathbf{G}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_n\mathbf{1}_n^T & \mathbf{1}_n\mathbf{1}_m^T \\ \mathbf{1}_m\mathbf{1}_n^T & \mathbf{1}_m\mathbf{1}_m^T \end{bmatrix} \mathbf{H}\mathbf{G}^{-1} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11} & \mathbf{X}_{12} \\ \mathbf{X}_{21} & \mathbf{X}_{22} \end{bmatrix}, \quad (\text{B5})$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{11} = \mathbf{1}_n\mathbf{1}_n^T(\mathbf{I}_n + R^*\mathbf{K}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_n^T) = (1 + R^*k_s)\mathbf{1}_n\mathbf{1}_n^T, \\ \mathbf{X}_{12} = \mathbf{1}_n\mathbf{1}_n^T(\kappa\mathbf{K}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_m^T + \kappa R^*k_s\mathbf{K}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_m^T) + \mathbf{1}_n\mathbf{1}_m^T\mathbf{I}_m = (\kappa k_s + \kappa k_s^2 R^* + 1)\mathbf{1}_n\mathbf{1}_m^T = (k_s R^* + 1)\mathbf{1}_n\mathbf{1}_m^T, \\ \mathbf{X}_{21} = \mathbf{1}_m\mathbf{1}_n^T(\mathbf{I}_n + R^*\mathbf{K}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_n^T) = (1 + R^*k_s)\mathbf{1}_m\mathbf{1}_n^T, \\ \mathbf{X}_{22} = \mathbf{1}_m\mathbf{1}_n^T(\kappa\mathbf{K}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_m^T + \kappa R^*k_s\mathbf{K}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_m^T) + \mathbf{1}_m\mathbf{1}_m^T\mathbf{I}_m = (\kappa k_s + \kappa k_s^2 R^* + 1)\mathbf{1}_m\mathbf{1}_m^T = (k_s R^* + 1)\mathbf{1}_m\mathbf{1}_m^T. \end{cases}$$

综上所述得到

$$\mathbf{1}_N \mathbf{1}_N^T \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} = (k_s R^* + 1) \mathbf{1}_N \mathbf{1}_N^T. \quad (\text{B6})$$

对 $\mathbf{S}$ 右乘 $\mathbf{G}^{-1}$, 得到

$$\mathbf{S} \mathbf{G}^{-1} = \alpha \kappa \mathbf{1}_N \mathbf{1}_N^T \mathbf{H} \mathbf{G}^{-1} + \beta \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L} \mathbf{D}^{-1} = \alpha \kappa (k_s R^* + 1) \mathbf{1}_N \mathbf{1}_N^T + \beta \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L} \mathbf{D}^{-1}. \quad (\text{B7})$$

根据引理 2, $\alpha \kappa (k_s R^* + 1)$ 和 β 是两个正标量, 所以矩阵 $\mathbf{S} \mathbf{G}^{-1}$ 的所有特征值都是正实数. $-\mathbf{S} = (\mathbf{S} \mathbf{G}^{-1})(-\mathbf{G}) = (-\mathbf{G})^T (\mathbf{S} \mathbf{G}^{-1})$, 满足引理 3 中 $\mathbf{A} = \mathbf{G} \mathbf{L}$ 的形式, 所以 $-\mathbf{S}$ 稳定. 证毕.

Distributed current sharing and voltage regulation control for DC microgrids with grid-forming and grid-feeding converters

Xiaokang LIU¹, Zhiheng WANG¹, Lantao XING², Yanwu WANG^{1*} & Chenghui ZHANG²

1. School of Artificial Intelligence and Automation, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

2. School of Control Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China

* Corresponding author. E-mail: wangyw@hust.edu.cn

Abstract DC microgrid is a small-scale distribution network system that aggregates distributed generation sources via a DC bus. We present a hybrid secondary controller for a single-bus DC microgrid with grid-forming and grid-feeding converters, to accurately achieve voltage regulation of the DC bus and current sharing among distributed generation sources. In the controller design, a V-I droop based secondary control strategy is adopted for grid-forming converters that operate as voltage sources, while a droop-free based secondary control strategy is adopted for grid-feeding converters that operate as current sources. However, mixing these two different secondary controllers results in an asymmetric dynamical matrix for the system. To address this, a linear combination of current and voltage errors is introduced, along with an associated closed-loop system. The microgrid control problem is transformed into a stability problem of rank-one perturbations in matrices. Furthermore, by graph theory and properties of generating negative definite matrices, the stability criterion is derived. Finally, the effectiveness of the method is verified through numerical simulations and hardware experiments.

Keywords DC microgrids, distributed secondary control, voltage regulation and current sharing, stability analysis, microgrid control