中国科学 : 信息科学 2026 年 第 56 卷 第 10 期: 2727–2771
SCIENTIA SINICA Informationis
论文

区块链三元平衡寻优理论: 面向系统安全的耦合建模与吸引子调控机制

董进[1,3], 吴发国[2,3*], 郑志明[2,3*]

1. 北京微芯区块链与边缘计算研究院, 北京 100080
2. 北京航空航天大学人工智能学院, 北京 100191
3. 未来区块链与隐私计算高精尖创新中心, 北京 100191
* 通信作者. E-mail: faguo@buaa.edu.cn, zzheng@pku.edu.cn

收稿日期: 2025–11–19; 修回日期: 2026–01–21; 接受日期: 2026–04–20; 网络出版日期: 2026–10–15

未来区块链与隐私计算高精尖创新中心建设资助项目

摘要 作为数字经济的可信基础设施, 区块链正通过催生新产业、新业态与新模式, 加速数字技术对实体经济的深度赋能. 随着其在跨链协同、政务治理、金融监管等应用场景中的广泛部署, 系统在安全性、效率与去中心化三者之间的动态张力日益突出, 呈现出非线性冲突、相互制约与反馈叠加等复杂系统特征. 传统依赖工程经验的静态调参策略, 难以适应系统结构性变化与长期演化行为; 同时, 跨链交互与大规模上链引发的负载与节点模式波动叠加系统强耦合非线性, 使得固定参数与经验规则难以提供可解释、可验证的调控依据. 针对三元张力演化机理缺乏统一可解析建模、长期稳定性缺少可证明保障的问题, 本文提出基于非线性动力系统的三元平衡优化理论框架, 以动力学方法系统刻画安全性、效率与去中心化三者之间的耦合演化机制. 在给定可行域与控制资源上界的假设下, 证明三元最优状态的结构性不可达, 并基于李雅普诺夫稳定性设计结构吸引子与偏置吸引子调控策略, 引导系统在宏观安全边界内实现动态平衡与目标导向优化. 结合 “长安链” 平台, 本文构建链上指标映射与调控反馈路径, 并通过仿真实验验证三元平衡优化理论的解释力、可控性与工程适用性, 为复杂区块链系统的安全可持续运行提供理论支撑与策略框架.

关键词 区块链三元平衡, 三元悖论, 动力系统建模, 吸引子调控, 李雅普诺夫稳定性

1 引言

区块链作为数字经济时代的重要基础设施, 正在从加密货币的底层架构逐步演化为多场景协同与可信计算的核心平台 [1]. 其具备数据不可篡改、共识机制保障、去中介化等技术特性, 已在政务治理、金融监管、跨链协同、数字身份认证等关键领域得到广泛部署, 成为推动数实融合与构建可信数字空间的重要支撑 [2]. 但随着应用场景由局部验证迈向复杂环境嵌入, 区块链系统在安全性、效率与去中心化三大目标之间的结构性张力愈发突出. 该张力不仅决定系统演化的稳定性与可控性, 也直接制约区块链服务国家数字基础设施体系的能力边界. 学界通常将这一难以同时兼顾的结构性冲突称为区块链三元悖论 [3], 其具体表现如下.

引用格式: 董进, 吴发国, 郑志明. 区块链三元平衡寻优理论: 面向系统安全的耦合建模与吸引子调控机制. 中国科学: 信息科学, 2026, 56: 2727–2771, doi: 10.1360/SSI-2025-0498
Dong J, Wu F G, Zheng Z M. Ternary equilibrium optimization theory for blockchain: coupled modeling and attractor regulation mechanisms for system security. Sci Sin Inform, 2026, 56: 2727–2771, doi: 10.1360/SSI-2025-0498

© 2026《中国科学》杂志社 www.scichina.com infocn.scichina.com
https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

(1) 安全性 (security): 指系统对攻击、数据篡改、分叉与节点串谋等行为的鲁棒能力. 提升系统的安全性通常依赖于冗余共识、多重验证、抗攻击协议等机制, 这类安全增强手段将带来额外的通信与计算负担, 降低整体处理效率 [4,5].

(2) 效率 (efficiency): 指系统在交易处理、共识达成、信息同步等方面的响应速度与吞吐性能. 提升系统效率往往需要压缩共识流程、引入中心化节点或优化执行路径, 而这些优化手段往往会牺牲共识冗余性与节点多样性, 从而削弱系统的安全保障能力与结构公平性 [6,7].

(3) 去中心化 (decentralization): 衡量节点控制权的分布广度与结构公平性, 是系统抗审查与可信自治的基础. 增强系统的去中心化程度需要广泛引入节点参与共识与治理过程, 尽管有助于提高系统的抗审查性和自治性, 但同步复杂度与决策协调成本也会随之上升, 显著影响系统效率 [8,9].

区块链三大核心目标之间的天然制约关系已在大量系统设计实践中得到验证, 当三者无法在现实运行中同时达到最优时, 系统往往需要在不同目标间进行动态折中 [10]. 然而, 三元目标间的非线性耦合关系、反馈环路结构与状态演化的不确定性, 使传统依赖经验调参的设计方式难以揭示冲突机理, 也难以保障系统的长期稳定性与协同优化能力. 现有研究虽已从共识机制设计、网络拓扑优化、治理激励调整、博弈论与多目标优化等角度开展探索, 试图缓解三者间的张力, 但这些工作多局限于局部模块或静态优化层面, 缺乏对三元目标整体耦合结构的系统化建模, 亦未形成刻画系统状态演化路径的控制机制与稳定性保障理论.

为从根本上刻画区块链系统的内在行为与长期演化路径, 并系统性破解三元悖论的核心矛盾, 本文引入非线性动力系统理论作为分析框架, 将安全性、效率与去中心化三大核心目标统一建模为系统状态变量. 首先, 构建描述三者动态耦合机制的微分方程模型, 从系统安全约束出发, 刻画三元状态的可达域与结构性张力分布, 证明三元最优状态不可作为稳定吸引子存在; 其次, 提出李雅普诺夫函数引导下的结构吸引子机制, 实现状态在合理折中点的动态稳定, 同时设计偏置吸引子控制策略, 支持主目标导向下的调控演化, 确保系统在强化某一目标 (如效率提升) 时仍能保持整体安全边界不被突破. 最后, 为验证所提出理论的可操作性与适应性, 本文以长安链真实区块链平台为实证对象, 基于链上运行数据构建三元指标的归一化映射与控制反馈路径, 完成从理论建模到工程验证的闭环分析, 为区块链系统在复杂场景下实现安全自治与功能协同提供了理论支撑和工程实践参考.

本文主要贡献如下.

- **提出三元平衡优化理论**: 将安全性、效率与去中心化统一纳入连续时间动力系统, 构建三元耦合非线性动力系统, 系统性建模区块链核心张力结构, 将定性的悖论冲突转化为可定量分析的结构性张力. 该理论框架不仅揭示了三大目标间非对称的竞争与反馈路径, 更从系统动力学的根源上, 为理解区块链的复杂演化行为提供了统一的建模范式.
- **给出三元共优点不可稳定化的结构性判据**: 在有限控制资源与符号裕度条件下, 基于 Jacobian 谱与 Routh Hurwitz 条件, 给出三元共优点不可作为稳定吸引子的判据, 将悖论推进为可推导结论.
- **提出结构吸引子与偏置吸引子调控机制**: 基于李雅普诺夫方法构造结构吸引子与偏置吸引子, 确保系统状态能够稳定收敛至目标吸引子, 并在演化过程中始终维持在预设的安全边界之内, 实现了从被动权衡到主动引导的治理范式转变.
- **构建可验证的链上映射与反馈机制**: 以长安链为验证平台, 通过参数映射与调节, 验证理论的可解释性与适应性. 实验结果显示, 在调控机制引导下的系统能够稳定收敛, 而传统经验调参则易导致系统失稳, 有力证实了所提理论在真实工程环境中的可解释性、可控性与适用性.

2　相关研究

区块链系统在安全性、效率与去中心化三方面的平衡问题, 已成为业界与学界共同聚焦的核心议题, 已有研究从不同角度展开了广泛探索. 总体来看, 相关工作可归纳为两个主要方向: 一是面向工程实现的系统与协议优化实践, 关注共识机制、网络架构与执行效率等具体改进; 二是面向理论抽象的模型化与体系化研究, 致力于刻画三元目标间的内在制约关系与可达性边界.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

2.1　面向工程实现的局部优化路径

在区块链系统的优化探索中, 工程技术领域围绕共识机制、网络拓扑与激励机制等核心组件进行了针对性的改进与创新, 提出了多种应对安全性、效率、去中心化矛盾的工程化方案. 这些研究主要聚焦于以下几类技术路径.

改进共识机制. 为了解决工作量证明 (proof of work, PoW) 所带来的效率和能源消耗问题, 区块链研究者尝试引入了权益证明 (proof of stake, PoS) [11,12]、实用拜占庭容错 (practical Byzantine fault tolerance, PBFT) [13]、Raft [14] 等共识机制. 这些共识算法旨在通过降低延迟或提高容错性来改善系统性能. 然而, 虽然这些替代方案能够减少共识过程的计算和能耗, 但它们往往以牺牲一定程度的去中心化或安全性为代价. 例如, PoS 由于验证节点的集中化, 可能导致系统的去中心化特性减弱, 而 PBFT 在节点规模扩展时, 效率和去中心化的平衡也难以实现.

优化网络拓扑. 为了提升区块链的吞吐量和性能, 研究者提出了多种优化方案, 包括设计更高效的网络连接 [15]、数据分片 (sharding) [16,17] 以及分层执行结构 (如执行层与数据层分离) [18] 等方法. 这些技术通过优化网络连接、提升交易处理速度, 从而增强系统的吞吐量 (transactions per second, TPS). 然而, 在大规模部署场景下, 仍存在一致性与安全性挑战, 特别是在分片系统中, 跨片通信延迟可能削弱全局稳定性. 此外, 此类优化主要面向效率提升, 对去中心化与安全性的协同平衡仍缺乏有效保障机制.

扩容方案. 随着区块链系统吞吐量瓶颈的日益凸显, 扩容方案 (如 Plasma, Rollup 等 Layer 2 技术 [19]) 以及有向无环图 (directed acyclic graph, DAG) 架构被提出来作为突破效率限制的手段. Plasma [20] 和 Rollup [21] 通过将部分计算任务转移到链外处理, 减轻主链负担, 从而提升吞吐量. 这些方法通常依赖于中心化的验证节点, 可能会削弱去中心化的特性. DAG 架构, 如 IOTA 的 Tangle 结构 [22~24], 能够通过去除传统的线性链式结构来提高系统吞吐量, 但它在确保系统最终确定性方面存在挑战, 尤其是在安全性和去中心化之间的平衡问题.

激励机制. 激励机制 [25] 和链上治理设计 [25,26] 在引导节点行为和促进去中心化方面起着至关重要的作用. 通过经济激励模型和治理规则, 区块链系统能够自适应调整其参数和结构. 现有的激励机制通常是静态的, 缺乏根据系统状态进行动态调整的能力. 尽管这些机制能够有效引导节点在短期内的行为, 但它们无法确保系统长期的稳定性和三元目标之间的平衡, 特别是在面对复杂的动态环境时, 激励机制的适应性和效率常常受限.

尽管这些工程技术手段在实践中取得了局部优化效果, 但其核心特征在于针对特定组件或环节 (如共识机制迭代、网络拓扑调整、执行架构重构等) 进行局部改进. 此类优化能够在一定程度上提升单维性能, 却缺乏对安全性、效率与去中心化三元目标之间复杂动态耦合关系的系统化建模, 未能揭示三元冲突的内在机理, 难以确保区块链系统的长期全局平衡与稳定.

2.2　面向理论抽象的静态建模尝试

为进一步揭示安全性、效率与去中心化三元目标之间的内在耦合机理、动态反馈结构及长期演化特征, 学界逐步从经验性优化转向理论化建模, 尝试从方法抽象层面构建能够统一刻画目标冲突、状态演化与调控边界的系统化分析框架. 相关研究主要包括如下几方面.

博弈论模型. 博弈论 [27] 被广泛应用于区块链节点行为的分析, 特别是在矿工博弈 [28] 和激励机制设计中, 通过研究节点在个体理性决策下的均衡状态, 为理解节点的行为提供了有力的工具. 然而, 博弈论方法通常聚焦于局部策略调整, 难以描述三元目标之间长期的、非对称的耦合关系以及系统的全局演化趋势. 此外, 博弈论方法未能有效揭示为何系统自然会避开三元共优区域, 难以对系统状态的演化路径提供控制或引导.

多目标优化. 多目标优化方法 [29] 常通过静态权重配置求解三元目标的最优组合. 这类方法虽能辅助静态设计阶段的权衡决策, 却无法应对系统演化中的核心问题, 既不能解释状态偏移、捕捉目标间耦合反馈, 也难以描述动态演化路径与扰动响应, 更缺乏对演化吸引结构与稳定机制的建模.

强化学习. 作为一种智能优化算法, 强化学习 [30,31] 尝试应用于动态参数调节或节点策略优化, 寻求在不断变化的环境中最大化长期收益. 然而, 强化学习方法通常依赖于环境的即时反馈, 侧重于局部优化, 缺乏对全局

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

表 1　缓解区块链三元悖论的代表性方法对比. 加粗项表示本文方法及其对应的核心建模与稳定性特征.

Table 1　Comparison of representative approaches for mitigating the blockchain trilemma. Bold entries denote the proposed method and its corresponding core modeling and stability characteristics.

Category	Modeling target	Coupling characterization	Stability/security guarantee	Main limitations
Consensus/protocol optimization	Module-level parameters/processes	Weak (mostly local)	Relies on empirical or partial proofs	Difficult to capture long-term evolution and global tension
Scaling/sharding/L2	Execution architecture and throughput path	Partial (cross-layer coupling is implicit)	Performance and security are usually analyzed separately	Lack of unified dynamic modeling of the global trilemma state
Game-theoretic/incentive mechanisms	Strategy equilibrium and payoff	Medium (strategy coupling)	Focuses on equilibrium existence	Difficult to characterize evolution trajectories and stability regions
Static multi-objective optimization	Weights and optimal solutions	Weak (static)	Focuses on optimality	Difficult to explain state shifts and long-term stability
Reinforcement learning/adaptive tuning	Data-driven policies	Medium (implicit)	Empirical convergence or heuristic constraints	Limited interpretability and lack of strict safety guarantees
This work	**Continuous-state dynamical system of the trilemma**	**Strong (explicit differential coupling)**	**Attractor convergence with a forward-invariant safety region**	**Requires metric mapping and actionable control channels**

动态平衡的考虑. 此外, 强化学习方法还面临着如何处理大规模数据和计算需求的问题, 尤其是当系统状态的演化涉及长期目标时, 强化学习的局部优化特性可能不足以保证系统在三元目标之间的稳定演化.

多智能体控制. 多智能体控制方法用于建模区块链共识过程或资源分配问题 [31~33]. 通过模拟多个节点的协作和竞争关系, 为优化区块链的资源分配提供了可能. 然而, 现有的多智能体模型大多局限于特定应用场景 (如电力交易网络 [34] 或边缘计算 [31] 等), 其目标函数通常局限于局部策略调整与短期收益最大化, 难以推广到普适的区块链三元结构. 此外, 多智能体控制方法的适用性和扩展性也受其局部化设计限制, 难以全面应对区块链系统中的动态演化, 更无法对三元目标间的非对称耦合关系给出统一表达.

形式化证明. 现有区块链协议 (如 Ouroboros 等) [35] 采用形式化方法对安全性进行建模与证明. 这类研究在严格假设条件下对协议的安全属性进行静态分析, 为区块链系统提供了可验证的安全性保障. 然而, 形式化分析主要关注协议在特定假设下的静态特征, 缺乏对系统动态演化与反馈调节机制的刻画, 也无法反映安全性、效率与去中心化三者之间的动态耦合关系.

综上, 现有研究多将三元悖论表述为静态权衡曲线或多目标最优解集合, 其典型输出是给定权重下的一组折中参数, 但难以回答系统在扰动、参数漂移与治理切换下的演化轨迹与长期稳定性问题, 在理论建模与系统控制方面仍存在显著不足: 无法系统刻画安全性、效率与去中心化三元目标之间的动态耦合与相互制约关系, 且缺乏有效的理论工具解释系统运行状态为何难以到达三元共优区域, 也缺少针对三元状态演化过程的路径控制机制以及对折中平衡点 (结构吸引子) 的数学刻画与收敛性保障. 这些问题的根源在于, 现有优化方法仍停留在局部参数或模块级的调整层面, 难以回答一个核心的系统级问题: 如何从复杂系统角度构建三元目标的全局平衡机制, 实现区块链系统在安全、效率与去中心化之间的可控演化? 因此, 亟需一种系统化建模框架, 能够统一表达区块链系统的三元张力结构、动态演化规律与可控调节路径, 并从非线性耦合动力系统的视角出发, 建立结构吸引子与偏置演化机制的理论方法.

如表 1 所示, 本文强调以动力系统方式显式刻画三元目标的耦合反馈, 并以吸引子与安全域不变性给出可证明的长期演化调控接口, 从而区别于以静态权衡或局部模块优化为主的既有路线.

3　三元耦合动力系统建模与合理性分析

3.1　系统演化的现实需求

随着区块链技术逐步应用于政务治理、金融监管、跨链互操作、分布式身份认证等关键场景, 系统运行所面临的目标和约束也日趋复杂, 呈现出高度的动态性与结构性需求, 使得区块链系统在现实工程背景中面临以下现实应用需求.

- **在安全与合规边界内实现性能最优化:** 如金融或政务链需要同时满足高吞吐低延迟与严格的可追溯、安全可控等合规要求.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

- **在结构约束下增强自治性与系统韧性:** 面对联盟治理或动态共识场景, 系统需在不依赖中心协调的情况下保持稳定运行与自适应调整能力.
- **支持主目标导向的偏置优化:** 实际应用中往往存在以效率、共享性或治理公平性为导向的场景偏置, 要求系统在维持核心边界条件不被突破的前提下实现可控调节.
- **保障系统长期演化稳定性与策略响应能力:** 系统应具备对外部扰动、网络重构或策略切换的连续响应与可控演化能力, 而非完全依赖静态参数或局部补丁.

这些诉求共同揭示出一个核心趋势, 即区块链系统不仅要能运行, 更要在结构层面具备可控性、在行为层面具备可预测性、在稳定性层面具备可设计性. 系统目标因此不再局限于可用性或吞吐量等单一指标, 而是需要在满足安全合规、协议演化与网络异构等多重约束条件下, 实现主目标导向优化与长期稳定演化的统一. 这要求系统调控机制必须内嵌于其结构张力之中, 不依赖事后经验修正, 而应具备状态驱动的演化控制逻辑与吸引子导向的反馈机制. 然而, 传统的静态优化方法虽在初始设计阶段具有一定参考价值, 却难以刻画系统的演化特性、耦合关系及动态响应等关键要素, 因而难以适应复杂场景需求. 因此, 区块链系统的三元目标优化不应被视为一次性配置问题, 而应被理解为一个随时间推移、伴随系统结构演化与状态耦合的动态演化过程.

基于以上分析, 有必要引入连续时间建模视角, 将系统的安全性、效率与去中心化演化行为建模为一个耦合非线性动力系统, 从微分结构层面刻画三元目标之间的动态张力关系, 揭示其对系统状态的演化路径、稳定性与可调控性的深刻影响. 这种基于动态建模方法的核心价值不仅能够揭示为何系统会偏离理想的最优状态, 也能够解释系统为何会稳定在某一折中状态, 或为何会在特定条件下进入奇异吸引子区域. 更重要的是, 它为后续设计调控机制和构建系统的吸引子结构提供了理论支撑, 使得区块链系统能够在复杂动态环境中保持稳定与安全. 通过这一框架, 可以更精确地理解区块链系统的长期行为, 进而设计高效、稳定的控制策略, 实现区块链系统在复杂环境下的自适应演化与协同优化. 详细符号见附录 A.

3.2　建模目标与研究路径概述

为系统性刻画区块链系统中安全性、效率、去中心化三元目标之间所呈现的动态张力与演化关系, 本文提出以连续时间非线性动力系统为核心的理论建模框架. 区块链被视作一种具有内生反馈耦合结构、兼具多目标权衡特性的复杂演化系统, 其状态在内部张力驱动与外部治理调控的共同作用下沿微分轨道演化, 并在动态平衡或偏置吸引区域内趋于收敛或持续振荡. 在此基础上, 本文形式化引入如下系统范畴, 以抽象描述该类多目标反馈耦合演化系统的结构通性.

定义1 (区块链类非线性系统)　设系统状态空间为 $\mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^n$, 系统在时间 t 的状态向量记为 $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{X}$, 其动态演化由如下微分方程描述:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = f(\mathbf{x}) + \delta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}(t)),$$

其中, $f(\mathbf{x})$ 表示系统的内生张力函数, 用以刻画区块链系统中三元目标 (如安全性、效率与去中心化) 之间的非线性耦合、协同及互斥关系. 该函数至少包含一对显著互抑的系统变量 (例如安全性与效率之间的负反馈耦合). $\delta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}(t))$ 则表示由链上治理策略、协议调度机制或外部激励机制所构成的反馈调控项, 而 $\boldsymbol{\theta}(t)$ 为目标导向的调节参数向量. 若系统的演化结构满足上述形式, 则称其属于区块链类非线性系统.

此类系统需同时满足以下性质: 首先, 系统应存在稳定吸引子区域 $\mathcal{A} \subset \mathcal{X}$, 使得存在平衡点 $\mathbf{x}^\dagger \in \mathcal{A}$ 满足 $f(\mathbf{x}^\dagger) + \delta(\mathbf{x}^\dagger, \boldsymbol{\theta}) = 0$, 且系统状态在时间趋于无穷大时收敛于该点, 即 $\lim_{t\to\infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^\dagger$; 其次, 系统的演化过程受限于结构耦合张力及外部安全边界 $\mathcal{B}_{\text{safe}} \subset \mathcal{X}$, 并需在该边界内保持可控性与动态稳定性, 从而确保区块链体系在运行过程中不会越界失稳; 最后, 在特定参数条件下, 系统可能进入非周期震荡或混沌区域, 从而形成奇异吸引子集 $\mathcal{A}_{\text{sing}} \subset \mathcal{X}$. 在此状态下, 系统演化对初始条件表现出高度敏感性, 并呈现轨道分形与路径依赖特征, 导致系统偏离预设的目标导向, 从宏观层面上对整体安全性与稳健性构成潜在风险. 此外, 假定闭环向量场 $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ 满足线性增长界 (或局部 Lipschitz 且带饱和/限幅), 从而系统在 $\mathcal{X}$ 内前向完备 (任意初值解对所有 $t \geqslant 0$ 存在).

该定义范畴旨在抽象刻画具有多目标冲突结构、反馈调控能力与稳定演化特性的广义区块链系统, 为后续

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

的稳定性分析与吸引子机制设计提供统一的理论基础. 在此框架下, 本文从变量、结构、控制与系统四个层面展开建模研究.

(1) 变量层面: 本文首先对系统状态向量 $\mathbf{x}(t)$ 进行形式化构建, 将安全性、效率与去中心化三元目标作为核心状态变量, 并通过归一化表示实现其可比较性与量化特征描述.

(2) 结构层面: 模型引入具有非对称耦合张力的非线性微分方程组, 以刻画三元目标之间的动态权衡、竞争及多尺度反馈通道, 从而揭示系统内生张力的生成机制与演化规律.

(3) 控制层面: 本文构建了结构化的调控策略函数 $\delta_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$, 该函数体现了链上治理策略、协议调度与外部激励机制对系统动态的实时干预作用, 使得演化轨道能够在目标导向约束下实现可控偏移与反馈稳定化.

(4) 系统层面: 研究旨在建立具有可解析结构表达、治理可插拔性与工程可部署性的非线性演化模型体系, 从而为区块链系统的机制优化与稳态演化提供可操作的理论支撑与建模范式.

在上述理论框架下, 本文的研究目标不仅在于揭示三元目标间的动态耦合与反馈机制, 更旨在从理论层面对区块链系统的复杂演化行为进行系统刻画与结构化解释. 研究路径围绕复杂系统建模、动力机制构建、稳定性分析、目标调控与工程验证五个方面展开. 首先, 将安全性、效率与去中心化抽象为连续状态变量, 构建三维耦合状态向量

$$\mathbf{x}(t) = [S(t), E(t), D(t)]^{\top}$$

作为描述系统演化与反馈的核心载体; 并结合区块链工程经验与非线性动力学理论, 分析三元目标之间的正负向耦合路径, 建立具有反馈特性和非对称约束的动力系统, 以揭示内生张力结构与演化规律. 其次, 基于李雅普诺夫函数与 Jacobian 矩阵分析, 研究系统在张力耦合下的收敛区域, 构建兼具稳定性与可调性的结构吸引子集合 $\mathcal{A}_{\text{struct}}$, 并进一步探讨当调控受限或反馈机制失效时, 系统可能进入奇异吸引子 $\mathcal{A}_{\text{sing}}$ 的非稳定区域, 其表现为局部循环、振荡或边界伪稳定行为. 为实现演化轨迹的目标导向控制, 本文引入偏置吸引子与主目标导向调控机制, 通过效率或安全导向的偏移策略, 在多目标张力约束下实现轨迹优化与边界保持. 最后, 依托国产联盟链平台长安链, 建立三元变量的归一化与反馈映射机制, 并通过结构控制仿真验证模型的可解释性、调节能力及工程可行性. 整体而言, 研究旨在形成统一描述区块链系统结构张力、反馈调控与稳定演化的理论框架, 为多目标约束下的系统安全与稳态优化提供可操作的建模基础.

上述研究路径不仅致力于建立具备解释力的理论模型, 更着眼于为现实区块链系统提供具可行性的演化控制方法, 实现在复杂目标张力约束下的结构安全、性能导向与稳定运行的统一.

3.3　耦合微分系统构造

为刻画区块链系统三元目标之间的动态耦合关系, 本文构建一个归一化的三维微分系统模型. 设系统状态向量为 $\mathbf{x}(t) = [S(t), E(t), D(t)]^{\mathrm{T}} \in [0,1]^3$. 其中, $S(t)$ 表示系统在时刻 t 时的安全性水平, $E(t)$ 表示系统在时刻 t 时的事务处理效率与响应能力, $D(t)$ 则表示系统在时刻 t 时的去中心化程度. 为统一变量尺度和简化分析, 本文对各维度指标采用归一化处理至 $[0,1]$ 区间, 从而在保持物理一致性的同时, 为状态演化与吸引子结构的可视化和控制分析奠定基础.

为使安全性、效率与去中心化三元状态具备跨平台、跨链型与跨场景的统一表达能力, 本文将链上运行日志、共识统计量、治理事件与网络观测量统称为可观测指标池, 记为

$$\mathcal{M}(t) = \{m_1(t), m_2(t), \ldots, m_L(t)\}.$$

在此基础上, 定义从原始指标空间到三元状态空间的通用映射

$$\Phi : \mathcal{M}(t) \longrightarrow [0,1]^3, \quad \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} S(t) \\ E(t) \\ D(t) \end{bmatrix} = \Phi(\mathcal{M}(t); \Theta_{\Phi}),$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

其中 Θ_Φ 表示归一化参数、指标分组、局部权重、模块权重及质量修正参数等映射参数. 该定义表明, 本文动力系统中的状态变量并非固定对应某一单一链上字段, 而是由若干具有明确语义的原始指标经归一化、分组分类再聚合处理后形成的综合状态量.

(1) 指标归一化机制. 由于不同原始指标的量纲、范围及方向属性存在差异, 需先将其统一映射到 $[0,1]$ 区间. 对任意指标 $m_j(t)$, 定义归一化变量

$$\tilde{m}_j(t) = \mathcal{N}_j\big(m_j(t)\big) \in [0,1].$$

常用的归一化方式包括

$$\tilde{m}_j(t) = \begin{cases} \mathrm{clip}\left(\dfrac{m_j(t) - m_j^{\min}}{m_j^{\max} - m_j^{\min}}\right), & \text{效益型指标,} \\ 1 - \mathrm{clip}\left(\dfrac{m_j(t) - m_j^{\min}}{m_j^{\max} - m_j^{\min}}\right), & \text{成本型指标,} \\ \exp\left(-\dfrac{(m_j(t) - m_j^{\circ})^2}{2\sigma_j^2}\right), & \text{目标区间型指标,} \\ m_j(t), & \text{指标本身已位于 } [0,1], \end{cases} \tag{1}$$

其中

$$\mathrm{clip}(u) := \min\{1, \max\{0, u\}\},$$

$m_j^{\min}, m_j^{\max}$ 为经验边界或历史滑窗估计边界, m_j° 为目标中心值, σ_j 为容忍带宽. 必要时, 原始指标可先经过滑窗平均、指数滑动平均或异常值剔除, 再进入式 (1) 的归一化环节, 以增强状态构造的抗噪性与时序稳定性.

(2) 分组聚合与状态构造. 为保持状态变量的可解释性, 本文采用从指标层到模块层再到状态层的的分层聚合结构. 对每个状态维度 $\chi \in \{S, E, D\}$, 将其相关指标划分为 R_χ 个语义模块:

$$\mathcal{I}_\chi = \bigcup_{r=1}^{R_\chi} \mathcal{I}_{\chi,r},$$

其中 $\mathcal{I}_{\chi,r}$ 表示第 r 个模块中包含的指标索引集合. 例如, 安全性 S 可由身份/认证有效性、验证鲁棒性、容错与审计覆盖等模块构成; 效率 E 可由吞吐、确认时延、资源利用率或拥塞水平等模块构成; 去中心化 D 可由权力分布离散度、活跃节点比例、委员会多样性等模块构成.

首先定义第 r 个模块的局部聚合量:

$$g_{\chi,r}(t) = \sum_{j \in \mathcal{I}_{\chi,r}} a_{\chi,rj}\, \tilde{m}_j(t), \quad a_{\chi,rj} \geqslant 0, \quad \sum_{j \in \mathcal{I}_{\chi,r}} a_{\chi,rj} = 1,$$

其中 $a_{\chi,rj}$ 表示模块内部各指标的局部权重. 进一步地, 将模块层结果聚合为状态变量:

$$X_\chi(t) = \sum_{r=1}^{R_\chi} \omega_{\chi,r}\, g_{\chi,r}(t), \quad \omega_{\chi,r} \geqslant 0, \quad \sum_{r=1}^{R_\chi} \omega_{\chi,r} = 1, \quad \chi \in \{S, E, D\}. \tag{2}$$

于是, 安全性与效率状态分别写为

$$S(t) = X_S(t), \quad E(t) = X_E(t).$$

对去中心化维度, 考虑到 “表观分散” 与 “有效分散” 并不等价, 本文采用前文给出的有效去中心化修正机制. 具体而言, 先由式 (2) 得到原始去中心化聚合量

$$D_{\mathrm{raw}}(t) = X_D(t),$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

再结合前文定义的质量修正因子构造有效去中心化 $D(t)$, 其具体表达及工程含义见式 (4), 该质量修正因子用于综合刻画节点质量、身份可信度、质押约束强度、抗女巫能力及节点健康度等因素. 当系统处于许可准入可靠、身份约束较强或女巫成本较高的工作区间时, 质量修正的影响相对较弱, 此时有效去中心化可近似退化为原始去中心化聚合量.

(3) 权重确定与参数更新方式. 式 (2) 中的局部权重 $a_{\chi,rj}$ 与模块权重 $\omega_{\chi,r}$ 可依据研究目标与数据条件采用不同方式确定, 包括专家先验赋权、熵权法、主成分分析、偏最小二乘回归、局部灵敏度分析以及结合历史扰动响应的在线校准等. 因此, 本文并不将某一组固定权重视为唯一标准, 而是将权重向量视为映射参数 Θ_Φ 的组成部分, 允许其随平台类型、治理目标与数据可得性进行重估.

(4) 新指标的可扩展接入机制. 该映射框架的关键优点在于具备模块化扩展能力. 当后续引入新的可观测指标 $m_{L+1}(t)$ 时, 无需改变三元耦合动力系统本身, 只需完成以下步骤:

(i) 根据其语义属性确定所属状态维度 $\chi \in \{S, E, D\}$;

(ii) 依据其方向类型选取归一化算子 $\mathcal{N}_{L+1}$;

(iii) 将其并入某个已有模块 $\mathcal{I}_{\chi,r}$, 或新建模块 $\mathcal{I}_{\chi,R_\chi+1}$;

(iv) 对局部权重 $a_{\chi,rj}$ 与模块权重 $\omega_{\chi,r}$ 重新归一化.

换言之, 区块链系统动力学层面始终保持

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + \delta(\mathbf{x}),$$

而发生变化的仅是观测到状态的映射 Φ. 因此, 后续无论引入审计覆盖率、隐私开销、分片一致性代价、跨链确认成功率、治理参与率等新指标, 均可在不破坏本文理论框架的前提下纳入 S, E, D 的统一计算过程.

(5) 与具体平台实例化的关系. 上述映射给出了三元状态变量的通用构造方式. 在具体平台中, 只需根据其可观测指标集合 $\mathcal{M}(t)$ 对式 (1) 和 (2) 进行实例化, 即可得到特定系统上的 $S(t), E(t), D(t)$. 后文针对长安链给出的指标公式, 可视为该通用映射框架在联盟链场景下的一组工程化实例, 而非对本文理论模型适用范围的限制.

将安全性、效率与去中心化视为归一化连续状态后, 三者之间的相互作用可用典型工作区间内的局部灵敏度刻画: 例如去中心化提升通常增强冗余与抗审查能力, 对安全性形成正向贡献; 效率提升往往伴随验证压缩与路径简化, 对安全性形成负向贡献. 在此基础上, 用一阶耦合项刻画主导反馈方向, 得到式 (3) 的最小可分析表达; 交叉项与阈值效应可按 3.4 小节进一步扩展.

系统演化遵循以下耦合非线性微分方程组:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \alpha_1 D - \alpha_2 E + \delta_1(S, E, D), \\ \frac{dE}{dt} = -\beta_1 S - \beta_2 D + \delta_2(S, E, D), \\ \frac{dD}{dt} = -\gamma_1 E + \gamma_2 S + \delta_3(S, E, D), \end{cases} \tag{3}$$

其中, $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i > 0$ 为系统耦合权重参数, 调控项 $\delta_i(S, E, D)$ 表示治理输入所驱动的动态反馈, 来源于链上参数调节、治理机制响应及协议策略干预.

本文中的 $D(t)$ 表示有效去中心化, 其同时刻画结构分布的分散性与验证节点质量/抗女巫强度. 具体地, 引入

$$D_{\text{eff}}(t) = D_{\text{raw}}(t) \cdot q(t), \quad D_{\text{raw}}(t) \in [0, 1],\ q(t) \in [0, 1]. \tag{4}$$

下文记 $D \equiv D_{\text{eff}}$, 并将去中心化对安全性的正向贡献理解为有效去中心化对安全冗余/抗串谋能力的正向贡献. 其中 $D_{\text{raw}}(t)$ 表示权力/资源分布的结构分散度 (如 $1 - \text{Gini}$、分布熵等), $q(t)$ 表示节点准入可信度、身份/质押约束强度与节点健康度等质量因子. 当系统引入大量低质或女巫节点时, 尽管 D_{raw} 可能上升, 但 q 会下降, 使得 D_{eff} 不升反降, 从而刻画表观更去中心化但实际安全性降低的情形. 在准入可靠或女巫成本较高的工作区间 (例如许可链、PoW 或具有强罚没约束的 PoS), 常有 $q \approx 1$, 于是 $D \equiv D_{\text{eff}} \approx D_{\text{raw}}$, 模型退化回原始一阶形式.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

为提升系统模型的可解释性、可分析性与工程适配性, 本文在建模过程中引入若干结构性简化假设, 以在保持三元耦合机制本质特征的前提下控制系统复杂度, 并增强模型的理论可操作性.

在动力结构层面, 假设系统演化主要由状态变量间的一阶耦合关系主导, 仅保留核心线性耦合项以刻画三元张力的主导路径, 暂不考虑高阶交叉项 (如 $S\cdot D$, $E\cdot S$) 及非线性变换项 (如 $\log S$, E^2 等), 从而避免解析复杂度过高, 确保模型在理论分析中的清晰性与可解释性.

在控制机制层面, 将链上治理、协议调度及外部激励过程统一外化为状态相关的反馈函数 $\delta_i(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta}(t))$, 以实现控制逻辑与系统动力演化的有机耦合. 该处理不仅使调控过程具备独立而可调用的结构表达, 也为后续稳定性分析、可控性验证及不可达域的理论推导提供统一的数学接口.

本文模型用于刻画三元目标之间的方向性耦合与演化稳定性, 并非对具体协议给出协议级形式化安全证明. 式 (3) 在 PoW、许可链/BFT 以及 PoS (若将质押分布与罚没/身份约束纳入 q 并以 D_{eff} 表示有效去中心化) 场景下具有一致解释. 若处于强女巫环境且难以构造有效的 q, 则需要先重定义 D (例如引入身份/资源约束) 后再应用式 (3).

为使模型具有完备性与物理一致性, 本文还引入如下边界一致性假设.

假设1 (边界导向约束)　对任意 t, 系统状态分量 $x_i(t)\in[0,1]$ $(i=1,2,3)$ 满足

$$\left.\frac{dx_i}{dt}\right|_{x_i=0}\geqslant 0,\quad \left.\frac{dx_i}{dt}\right|_{x_i=1}\leqslant 0.$$

命题1 (状态域的前向不变性)　若系统满足式 (3) 且边界导向约束假设 1, 则单位立方体 $\mathcal{X}=[0,1]^3$ 为系统的前向不变集合. 对任意初值 $\mathbf{x}(0)\in\mathcal{X}$, 闭环解 $\mathbf{x}(t)$ 对所有 $t\geqslant 0$ 始终满足 $\mathbf{x}(t)\in\mathcal{X}$.

证明　对每一面 $x_i=0$ (或 $x_i=1$), 由假设 1 有 $\dot{x}_i\geqslant 0$ (或 $\dot{x}_i\leqslant 0$), 即向量场在边界法向上的投影不指向外部. 由 Nagumo 定理 (可行速度锥条件) 得前向不变性.

该假设要求系统在三元张力作用下, 其演化轨迹在边界处具有内向性 (inward-pointing), 从而保障系统状态不越界, 维持有界闭空间内的可解性和物理合理性.

为满足上述边界条件, 调控策略 δ_i 应具备如下性质:

- 当 $x_i\to 0$ 时, δ_i 足以抵消内生负向耦合项所造成的衰减趋势;
- 当 $x_i\to 1$ 时, δ_i 能有效抑制变量无界增长;
- 实现方式包括 (1) 饱和型控制器: 如 $\delta_i=-k_i\tanh(x_i-x_i^{\sharp})$, 适用于连续软限制; (2) 分段反馈设计: 如引入 $\mathbb{I}[\cdot]$ 指示函数构建双侧边界惩罚; (3) 限幅器机制: 对 δ_i 设置硬性上下限, 避免极端调节.

尽管在建模中将调控项形式上区分为安全性 (δ_1)、效率 (δ_2)、去中心化 (δ_3) 三个方向, 但在实际系统中, 每一项调控行为往往同时作用于 S, E, D 多个状态变量, 具有显著的交叉耦合特征. 比如, 在 δ_1 方面: 增强身份认证、多重签名、链上隐私保护等机制, 可直接提升系统安全性; 但同时也可能增加通信复杂度, 降低效率, 改变节点参与结构, 从而间接影响 E 和 D; 在 δ_2 方面: 引入链下计算、优化共识算法、调整交易批处理结构, 有助于提升系统吞吐与响应性能; 但高性能优化往往依赖于结构集中或验证压缩, 可能弱化去中心化程度并削弱安全性; 在 δ_3 方面: 节点激励机制、开放式准入策略、委托权重分布调节, 可改善系统的结构公平性与抗审查性; 但广泛节点参与可能增加同步开销, 拉低整体效率, 甚至因引入低质节点而影响安全保障. 因此, δ_i 实际构成一个整体作用于状态空间的多维交叉调控机制, 其核心作用是维持系统演化的有界性与结构合理性, 为后续三元最优状态的不可达性分析提供前提.

上述简化或假设遵循结构张力表达优先、系统复杂性受控的建模原则. 在不引入跳变系统、模糊控制或非显式依赖的前提下, 该模型已能充分刻画三元目标之间的主要耦合趋势、反馈导向与收敛路径, 在理论层面可支持以下关键分析任务: (1) 对吸引子存在性与稳定性条件的理论推导; (2) 对三元最优状态不可达性的结构性证明; (3) 系统进入奇异吸引子区域的条件分析与规避机制设计; (4) 对宏观安全边界与偏置调控机制的设计与可达性控制.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

表 2　典型区块链系统的三元目标演化权衡示意.

Table 2　The evolutionary trade-off of the ternary objectives in typical blockchain systems.

System type	Priority objective	Structural cost
Bitcoin	Security and decentralization	Low efficiency
Solana/EOS	Throughput efficiency	Validator centralization and security risks
Consortium blockchain	Controllable performance and regulatory compliance	Limited decentralization

在实际工程场景中, 该模型具备良好的数据驱动扩展能力与自适应优化潜力. 在不改变核心动力结构的前提下, 可结合链上运行数据实现参数回归、调控反馈优化与结构同化, 从而增强模型与真实系统之间的动态一致性. 具体而言, 系统可基于链上时序数据对耦合参数 $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ 进行回归与在线同化, 以保持动力方程的时变适配性; 同时, 借助强化学习与自适应控制等方法, 可对调控函数 $\delta_i(t)$ 进行策略级优化, 从而提升控制机制的动态鲁棒性与智能响应能力. 此外, 通过建立状态变量与链上业务指标之间的映射关系, 模型中的吸引子结构得以具备现实系统的可解释性与治理参考价值, 实现从理论模型到工程体系的结构映射与反馈闭环.

综上, 该简化建模方案在保留非线性耦合本质的同时, 兼顾了理论严谨性与工程适用性, 为后续章节中治理调控策略设计、偏置吸引子结构构建与系统级演化优化提供了统一的建模平台与分析基础. 值得注意的是, 在特定耦合权重、初始条件或调控机制失衡情形下, 系统可能不再收敛于固定点吸引子或极限环, 而是演化进入奇异吸引子区域 $\mathcal{A}_{\text{sing}}$, 表现出高度敏感性、非周期震荡与混沌特征. 此类行为显著增加了系统预测复杂性与稳定控制难度, 是区块链系统演化中亟需警惕的结构性风险来源.

3.4　高阶非线性扩展与一阶主导近似的影响

式 (3) 可视为对更一般非线性耦合向量场在典型工作区间内的一阶灵敏度近似. 更一般地, 可写为

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + g(\mathbf{x}) + \delta(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} = [S, E, D]^{\top}, \tag{5}$$

其中 A 对应式 (3) 的一阶耦合项, $g(\mathbf{x})$ 汇聚交叉项、阈值效应、饱和效应等高阶非线性机制. 例如, 可用多项式交叉项与饱和项给出一个可计算实例:

$$g(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \eta_{SD}\, SD - \eta_{SE}\, SE \\ -\eta_{ES}\, ES - \eta_{ED}\, ED \\ \eta_{DS}\, DS - \eta_{DE}\, DE \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_S \tanh(S - S_0) \\ c_E \tanh(E - E_0) \\ c_D \tanh(D - D_0) \end{bmatrix}, \tag{6}$$

其中 $\eta_{\cdot}$ 表示交叉耦合强度, $c_{\cdot}$ 与 $(\cdot)_0$ 表示阈值/饱和效应的幅值与触发位置.

对理论结论的影响. (i) 对平衡点邻域的结论 (如共优点不可稳定化) 主要由 Jacobian 的谱性质决定. 当 g 在邻域内局部 Lipschitz 且其 Jacobian 有界时, g 对线性化的贡献为有界扰动, 可并入 Lyapunov 间接法所需的高阶余项框架 (参见 4.3 小节中 $\phi(\mathbf{e}) = o(\|\mathbf{e}\|)$ 的处理). (ii) 对全局演化而言, 强非线性可能诱发多稳态、极限环甚至混沌, 从而形成奇异吸引子集合 $\mathcal{A}_{\text{sing}}$; 本文在安全域保持与吸引子调控中引入谱监测与能量约束, 用于识别并规避该类非线性风险区域. 综上, 一阶模型用于刻画主导张力结构并提供可证明的控制接口, 高阶非线性可通过式 (5) 进一步嵌入.

3.5　三元悖论的结构张力机制解析

作为构建可信共享网络的底层协议架构, 区块链系统在其运行过程中通常需要同时追求三大核心目标: 高安全性 (S)、高效率 (E) 和高去中心化程度 (D). 然而, 从主流区块链平台演化路径看, 三元目标均存在不同程度的权衡偏置, 具体可参见表 2 所给出的典型区块链系统三元目标演化权衡例子.

这些权重偏置反映出一个经验事实: 三元最优状态在系统结构中处于不可稳定维持的区域, 系统行为总趋向于某种折中构型. 这一现象也被称为区块链三元悖论 (blockchain trilemma). 通常表现为效率 $\uparrow \Rightarrow$ 安全性 $\downarrow$,

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

去中心化 ↓; 去中心化 ↑ ⇒ 效率 ↓; 安全性 ↑ ⇒ 效率 ↓, 结构限制 ↑, 呈现出高度非对称的动态反馈路径. 具体而言, 各变量的演化速度不仅取决于其自身水平, 还受到其他两个目标的显著影响, 构成一个闭环结构张力系统. 其内生机制如下.

安全性 $S(t)$ 的结构机制. 其变化率满足

$$\frac{dS}{dt} = \alpha_1 D - \alpha_2 E + \delta_1.$$

当去中心化程度 D 提高时, 有助于分散控制权、增强容错性与抗攻击能力, 从而提升系统整体安全性, 即 $D \uparrow \Rightarrow S \uparrow$. 而系统效率 E 的提升通常依赖于共识简化与验证流程压缩, 这些措施可能削弱共识强度与信息完整性, 从而降低安全保障水平, 因此 $E \uparrow \Rightarrow S \downarrow$.

效率 $E(t)$ 的结构机制. 其变化率满足

$$\frac{dE}{dt} = -\beta_1 S - \beta_2 D + \delta_2.$$

当系统强化安全性时, 需增加验证节点、冗余机制与延迟检查, 这些都会抑制系统的响应速度与吞吐性能, 即 $S \uparrow \Rightarrow E \downarrow$. 此外, 去中心化程度 D 的提高通常伴随节点异构性上升与共识路径加长, 导致事务同步效率下降与通信开销增加, 因此 $D \uparrow \Rightarrow E \downarrow$.

去中心化 $D(t)$ 的结构机制. 其变化率满足

$$\frac{dD}{dt} = -\gamma_1 E + \gamma_2 S + \delta_3.$$

当系统效率 E 提升时, 往往依赖节点职责集中、处理路径压缩或权重节点优化等手段, 这种集中趋势会削弱结构公平性与分布性, 即 $E \uparrow \Rightarrow D \downarrow$. 相反, 当系统增强安全性时, 通常通过多节点共识、去信任机制与冗余验证等设计来实现, 这些机制有助于促进和维持去中心化结构, 因此 $S \uparrow \Rightarrow D \uparrow$.

以上结构揭示出系统中三元状态变量之间形成了一个非对易的循环张力反馈体系. 该结构并非变量间的简单此消彼长关系, 而是体现出内生动力机制下的复杂非线性演化特征. 总体而言, 系统呈现出以下四种主要动力学属性.

系统具备显著的非线性耦合性. 三元目标之间的相互作用并非线性叠加, 而表现为状态依赖、阈值突变与非对称响应等复杂行为. 例如, 在低安全性条件下, 效率的提升可能导致系统结构失衡; 而在高安全性状态中, 由于共识开销的约束, 效率增长将受到显著抑制.

系统具有闭环反馈性. 三元变量间的作用关系构成多级反馈回路, 即效率影响去中心化结构, 去中心化再作用于安全性, 而安全机制又通过共识复杂度反馈至效率本身, 从而形成典型的动力闭环系统. 这一特征使系统在动态调控下呈现出自适应演化的整体性特征.

系统演化受结构性制约与张力耦合影响. 系统运行并非沿三元目标协同增强的方向自然演进, 而是在强化某一目标时不可避免地对其他目标产生抑制作用. 这种内在制约源于三者在资源分配、协议复杂性与控制结构上的非兼容性, 构成了系统稳态与可控性分析中的核心约束条件.

系统可能出现奇异吸引子及动态演化风险. 除常规的平衡吸引子外, 在高负载、资源竞争或多方博弈环境下, 系统可能进入奇异吸引子区域, 表现出非周期振荡与混沌行为. 此时系统对初始条件极为敏感, 微小扰动即可引发状态的显著偏移. 例如, 跨链操作或大规模并发交易均可能触发此类复杂动力过程, 导致性能突降或结构失稳. 奇异吸引子的存在使系统演化呈现高度非线性与不确定性, 显著提升了区块链网络的复杂度与调控难度.

3.6　理论可扩展性分析

基于前文所述的理论框架合理性, 本部分进一步将模型延伸至跨链交互场景, 通过引入链间耦合变量与高阶张量表征, 验证三元平衡优化理论对多链复杂系统的适配能力.

在系统状态的高阶张量表征上, 异构区块链的跨链交互本质上是多链三元目标的动态耦合过程, 其张力机制呈现显著的层级特征.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

在局部链间耦合上, 单链间的交互通过跨链协议形成直接张力传导. 例如, 链 A 的安全性强化会提升跨链交易的验证冗余, 因通信成本增加导致链 B 的效率下降; 链 B 的去中心化程度提升可能因共识延迟累积, 反向抑制链 A 的交易确认速度.

在全局系统耦合上, 多链集群通过资源竞争形成间接张力反馈. 当 n 条链同时参与跨链协同时, 其结构性张力寻优问题需扩展为高阶耦合模型. 通过张量结构刻画一对一、一对多、多对多的复杂关系, 将单链三元目标的局部优化归约为全局系统的一致张力平衡问题.

因此, 针对由 n 条异构区块链构成的跨链系统 $\{B_1, B_2, \ldots, B_n\}$, 其整体状态可通过高阶张量 $\mathcal{X}(t)$ 统一表征, 形式为

$$\mathcal{X}(t) = \begin{bmatrix} S_1(t) & E_1(t) & D_1(t) \\ S_2(t) & E_2(t) & D_2(t) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ S_n(t) & E_n(t) & D_n(t) \end{bmatrix},$$

其中, $S_k(t)$, $E_k(t)$ 和 $D_k(t)$ 分别表示第 k 条链在时刻 t 时的安全性、效率和去中心程度, 且三个指标取值均归一化至 $[0,1]$, 以消除多链异构性导致的尺度差异. 同时, 张量的行维度对应单链个体, 列维度则对应三元目标, 进而为后续的链间耦合分析提供基础数据结构.

针对多链耦合的目标函数构建上, 跨链系统的核心优化目标是在链间交互中平衡全局三元张力, 其结构性张力寻优函数扩展为多阶耦合形式:

$$\begin{aligned} \max J(\mathcal{X}) = &\sum_{i=1}^{n} S_i(t)^{w_S^i} \cdot E_i(t)^{w_E^i} \cdot D_i(t)^{w_D^i} + \sum_{1\leqslant i<j\leqslant n} S_{ij}(t)^{w_S^{ij}} \cdot E_{ij}(t)^{w_E^{ij}} \cdot D_{ij}(t)^{w_D^{ij}} \\ &+ \sum_{1\leqslant i<j<\cdots<k\leqslant n} S_{ijk}(t)^{w_S^{ijk}} \cdot E_{ijk}(t)^{w_E^{ijk}} \cdot D_{ijk}(t)^{w_D^{ijk}} + \cdots, \end{aligned}$$

其中, 第一项为单链内部的三元目标加权乘积, 反映各链自身的性能优化需求; 第二项则刻画两链耦合对全局张力的影响; 高阶项则对应多链的协同耦合, 反映多对多交互中的资源竞争与结构互补; 最后的 $w_\cdot^i$, $w_\cdot^{ij}$, $w_\cdot^{ijk}$, $\cdots$ 为权重系数, 可通过物理信息神经网络 (physics-informed neural networks, PINNs) 动态挖掘 [36], 以反映不同耦合场景下的目标优先级. 同时, 为使跨链系统的演化满足边界约束与张力反馈约束, 确保模型的物理合理性, 所有单链及耦合项指标均处于可行域 $[0,1]$ 内, 避免指标溢出导致的模型失真.

此外, 系统演化遵循如下耦合非线性微分方程组:

$$\begin{cases} \frac{dS_1}{dt} = \alpha_1 D_1 - \alpha_2 E_1 + \delta_1, \\ \frac{dE_1}{dt} = -\beta_1 S_1 - \beta_2 D_1 + \delta_2, \\ \frac{dD_1}{dt} = -\gamma_1 E_1 + \gamma_2 S_1 + \delta_3, \\ \frac{dS_{1,2}}{dt} = \alpha_{11} S_1' + \alpha_{22} S_2' + \alpha_{12} D_1 E_2 + \alpha_{21} D_2 E_1 + \delta_{1,2}, \\ \quad \vdots \\ \dfrac{dS_{1,2,\cdots,n}}{dt} = \alpha_{111\ldots} S_1' + \alpha_{222\ldots} S_2' + \cdots + \alpha_{nnn\ldots} S_n' + \cdots + \alpha_{112\ldots} S_{1,1,2\ldots}' + \alpha_{123} D_1 D_2 \cdots D_n + \cdots \\ \qquad\qquad + \alpha_{nn-1\ldots} E_n E_{n-1} \cdots E_1 + \delta_{1,2,\cdots,n}, \end{cases}$$

其中, 单链维度描述链内 “安全性 – 效率 – 去中心化” 的动态博弈, 多链维度则通过 $\frac{dS_{1,2}}{dt}$, $\frac{dS_{1,2,3}}{dt}$ 等耦合项, 量化链间交互对系统张力的影响; 最后, 所有演化均受调控项 ($\delta_\cdot$) 与耦合系数 ($\alpha_\cdot$, $\beta_\cdot$, $\gamma_\cdot$) 约束, 确保跨链系统状态始终处于物理可行域.

跨链动力学模型的数学表征, 通过 “基础张量 + 多阶耦合项” 的结构, 实现单链逻辑与跨链复杂性的统一刻画. 首先, 张量 $\mathcal{X}(t)$ 作为核心数据载体, 将各单链 “安全性 – 效率 – 去中心化” 三元状态统一收纳, 以标准化

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

维度, 把异构链个体状态转化为耦合分析基础, 解决跨链场景多链状态结构化表达问题; 同时, 以单链状态为基础, 引入多阶耦合函数及相应的微分约束机制, 精准捕捉链间动态张力, 两阶项刻画链间直接交互, 高阶项覆盖多链协同场景, 使跨链交互非线性特征可数学化描述.

跨链场景维度扩展保留安全性、效率、去中心化核心维度, 借耦合阶数区分链间关系, 避免参数爆炸且适配大规模跨链系统分层分析; 动力学机制遵循单链非对称循环反馈规律, 跨链效率提升引发全局安全性下降及其相应调控机制, 兼容中继链、原子交换等协议; 高阶张量结构适配跨链日志数据, 经稀疏化表示与参数映射, 将交易延迟、节点交互转化为模型输入与约束, 使多链协同优化从理论落地为可计算量化工具. 因此, 跨链场景的动力学张力建模不仅是对原理论的自然延伸, 更凸显其在复杂系统中的解释力与工程价值, 为后续多链吸引子调控与稳定性分析奠定基础.

多链情形下可将全局安全域写为 $\mathcal{B}_{\text{safe}}^{(n)}=\{\mathcal{X}\mid \mathbf{x}_i\in\mathcal{B}_{\text{safe}},\ \forall i\}$, 并对每条链使用本文的 “控制李雅普诺夫函数 (control Lyapunov function, CLF) 名义控制 + 基于控制障碍函数的二次规划最小干预 (control barrier function based quadratic program, CBF-QP)” 结构构造 δ_i, 从而在链间耦合存在时仍可维持全局轨迹处于安全域内. 该扩展说明本文所提出的理论及模型具有推广至跨链复杂系统的理论接口与工程可解释性.

3.7　问题设定与基本假设

本节在前述三元耦合微分系统的基础上, 形式化刻画区块链系统中 “安全性 – 效率 – 去中心化” 三元目标的最优不可达性问题. 考虑归一化状态空间

$$\mathcal{X}=[0,1]^3,\quad \mathbf{x}(t)=[S(t),E(t),D(t)]^{\top}\in\mathcal{X},$$

其中 S,E,D 分别表示区块链系统在时刻 t 的安全性水平、事务处理效率和去中心化程度, 均由链上可观测指标经归一化映射得到. 系统在治理调控作用下的宏观演化可写为闭环向量场

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\mathbf{F}(\mathbf{x})=f(\mathbf{x})+\delta(\mathbf{x}),\quad \mathbf{x}=[S,E,D]^{\top},$$

其中 $f(\mathbf{x})$ 为式 (3) 所给出的内生耦合项, 反映安全性、效率与去中心化之间的结构性张力与反馈路径:

$$\frac{dS}{dt}=\alpha_1 D-\alpha_2 E+\delta_1,\quad \frac{dE}{dt}=-\beta_1 S-\beta_2 D+\delta_2,\quad \frac{dD}{dt}=-\gamma_1 E+\gamma_2 S+\delta_3,$$

$\delta(\mathbf{x})=[\delta_1(\mathbf{x}),\delta_2(\mathbf{x}),\delta_3(\mathbf{x})]^{\top}$ 则聚合了链上治理、共识参数调整、激励机制更新等调控输入的综合作用.

本文关注的理想三元共优点定义为

$$\mathbf{x}^*=(S^*,E^*,D^*)=(1,1,1),$$

即在归一化意义下同时达到最高安全性、最高处理效率和完全去中心化的工作状态. 本节将在一组反映现实区块链运行与治理约束的假设下, 证明该共优点在一般有界控制资源条件下不可能成为闭环系统的稳定吸引子, 从而给出三元悖论的动力学形式化结论.

假设2 (边界内向性)　系统满足边界可行性 (内向性) 约束: 对任意 t,

$$\left.\frac{dx_i}{dt}\right|_{x_i=0}\geqslant 0,\quad \left.\frac{dx_i}{dt}\right|_{x_i=1}\leqslant 0,\quad i\in\{S,E,D\}.$$

假设3 (局部 Lipschitz 与解唯一性)　闭环向量场 $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ 在 $\mathcal{U}(\mathbf{x}^*)$ 内局部 Lipschitz, 从而 Carathéodory 意义下解唯一存在.

引理1 (前向完备性)　在有界状态域 $\mathcal{X}=[0,1]^3$ 上, 若 $f(\mathbf{x})$ 局部 Lipschitz, 调控项 $\delta(\mathbf{x})$ 满足幅值限幅与 (或) 饱和型设计, 则闭环向量场 $\mathbf{F}(\mathbf{x})=f(\mathbf{x})+\delta(\mathbf{x})$ 线性增长有界, 从而对任意初值 $\mathbf{x}(0)\in\mathcal{X}$, 解在所有 $t\geqslant 0$ 上存在 (系统前向完备).

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

证明　$\mathcal{X}$ 紧致且 f,δ 局部 Lipschitz, $\|\mathbf{F}(\mathbf{x})\| \leqslant L\|\mathbf{x}\| + c$. 由 Carathéodory 存在唯一性定理, 解在最大存在区间内唯一; 再由有界增长与 $\mathcal{X}$ 的内向性 (假设 2) 排除有限时间逃逸, 得所有 $t \geqslant 0$ 存在.

假设4 (控制幅值有界)　存在常数 $U_i > 0$, 使得闭环在 $\mathbf{x}^*$ 邻域满足

$$|\delta_i(\mathbf{x})| \leqslant U_i, \quad i \in \{1,2,3\}.$$

该有界性由带宽、时延、执行器限幅与治理流程周期共同决定, 用于保证平衡可配平的可行性与不可稳定化判据的资源上界刻画.

假设5 (控制偏导一致有界)　存在常数 $\bar{\kappa}_{ij} > 0$, 使得调控项在 $\mathbf{x}^*$ 邻域满足

$$\left|\partial_{x_j}\delta_i(\mathbf{x})\right| \leqslant \bar{\kappa}_{ij}, \quad i \in \{1,2,3\},\ j \in \{S,E,D\}.$$

上界 $\bar{\kappa}_{ij}$ 由带宽、时延、限幅与通信复杂度共同限制.

定义2 (可行速度锥)　对任意 $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$, 其可行速度锥定义为

$$\mathcal{T}_{\text{viab}}(\mathbf{x}) = \Big\{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3 \;\Big|\; v_i \geqslant 0\ (x_i = 0),\ v_i \leqslant 0\ (x_i = 1),\ v_i \in \mathbb{R}\ (0 < x_i < 1)\Big\}.$$

引理2 (尖角可行性)　在 $\mathbf{x}^* = (1,1,1)$ 处有 $\mathcal{T}_{\text{viab}}(\mathbf{x}^*) = \mathbb{R}^3_-$. 若 $\mathbf{F}(\mathbf{x}^*) \notin \mathbb{R}^3_-$, 则 $\mathbf{x}^*$ 不是可行平衡点.

证明　由定义, 若 $x_i = 1$, 则可行速度需满足 $v_i \leqslant 0$. 在尖角 $(1,1,1)$, 三分量同时应 $\leqslant 0$, 即 $\mathbb{R}^3_-$. 若 $\mathbf{F}(\mathbf{x}^*)$ 任何分量为正, 则向外指向边界之外, 违反可行性.

引理3 (平衡点可配平的幅值判据)　理想点 $\mathbf{x}^* = (1,1,1)$ 成为闭环平衡点的必要条件是

$$|\alpha_2 - \alpha_1| \leqslant U_1, \quad |\beta_1 + \beta_2| \leqslant U_2, \quad |\gamma_1 - \gamma_2| \leqslant U_3,$$

其中 U_i 来自假设 4. 若任一不等式不成立, 则在给定控制资源上界下, $\mathbf{x}^*$ 不可配平.

证明　由式 (7) 与 $|\delta_i(\mathbf{x}^*)| \leqslant U_i$ 直接得到.

为使 $\mathbf{x}^*$ 成为平衡点, 代入式 (3) 得到配平必要条件

$$\delta_1(1,1,1) = \alpha_2 - \alpha_1, \quad \delta_2(1,1,1) = \beta_1 + \beta_2, \quad \delta_3(1,1,1) = \gamma_1 - \gamma_2. \tag{7}$$

若式 (7) 中任一项违反 $|\delta_i(\mathbf{x}^*)| \leqslant U_i$ (见假设 4), 则该平衡点在控制资源受限下不可实现.

假设6 (符号裕度假设)　存在 $\epsilon_{12},\epsilon_{13},\epsilon_{23} > 0$, 使得在 $\mathbf{x}^*$ 邻域

$$\begin{aligned} &\alpha_2 - \bar{\kappa}_{1E} \geqslant \epsilon_{12}, \quad \beta_1 - \bar{\kappa}_{2S} \geqslant \epsilon_{12}, \\ &\alpha_1 - \bar{\kappa}_{1D} \geqslant \epsilon_{13}, \quad \gamma_2 - \bar{\kappa}_{3S} \geqslant \epsilon_{13}, \\ &\beta_2 - \bar{\kappa}_{2D} \geqslant \epsilon_{23}, \quad \gamma_1 - \bar{\kappa}_{3E} \geqslant \epsilon_{23}. \end{aligned}$$

于是 $j_{12}, j_{21} < 0$; $j_{13}, j_{31} > 0$; $j_{23}, j_{32} < 0$, 三对乘子同号.

命题2 (Routh Hurwitz 必要条件的不可稳定化判据)　设闭环在 $\mathbf{x}^\star$ 处的三阶特征多项式为 $\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3$. 若存在 $a_k \leqslant 0$ ($k \in \{1,2,3\}$) 或 $a_1 a_2 \leqslant a_3$, 则线性化系统不 Hurwitz, 从而 $\mathbf{x}^\star$ 不是局部渐近稳定平衡点. 上述条件对小范数参数扰动具有开集鲁棒性. 详细展开可见附录 B.

3.8　Jacobian 谱判据与不可稳定化

定理1 (谱实部上界)　给定雅可比矩阵 J, 其谱实部上界定义为

$$\alpha(J) := \max_i \Re\big(\lambda_i(J)\big),$$

即全部特征值实部的最大值. 对于连续时间线性化系统, 若 $\alpha(J) < 0$, 则该线性化系统局部指数稳定; 若存在特征值满足 $\Re(\lambda_i) \geqslant 0$, 则对应平衡点不能是局部渐近稳定点.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

在 $\mathbf{x}^*$ 处线性化, 记 Jacobian 矩阵 $J(\mathbf{x}^*)=[j_{ij}]$, 其中 $i,j=1,2,3$ 分别对应矩阵的行和列, 且各元素定义如下:

$$\begin{aligned} &j_{11}=\partial_S\delta_1, && j_{12}=-\alpha_2+\partial_E\delta_1, && j_{13}=\alpha_1+\partial_D\delta_1,\\ &j_{21}=-\beta_1+\partial_S\delta_2, && j_{22}=\partial_E\delta_2, && j_{23}=-\beta_2+\partial_D\delta_2,\\ &j_{31}=\gamma_2+\partial_S\delta_3, && j_{32}=-\gamma_1+\partial_E\delta_3, && j_{33}=\partial_D\delta_3. \end{aligned} \tag{8}$$

特征多项式写作 $\lambda^3+a_1\lambda^2+a_2\lambda+a_3$, 其中

$$\begin{cases} a_1=-\operatorname{tr}(J)=-(j_{11}+j_{22}+j_{33}),\\ a_2=(j_{11}j_{22}+j_{11}j_{33}+j_{22}j_{33})-(j_{12}j_{21}+j_{13}j_{31}+j_{23}j_{32}),\\ a_3=-\det(J). \end{cases} \tag{9}$$

局部渐近稳定需要 $a_1>0,\ a_2>0,\ a_3>0$ 且 $a_1a_2>a_3$ (Routh Hurwitz 条件).

在明确局部渐进稳定的 Routh Hurwitz 条件后, 进一步分析一般 C^1 控制律的系数特性, 以刻画其稳定性的量化边界, 给出其二阶系数的上界描述如下.

一般 C^1 控制律的二阶系数上界: 在此分析中, 先令 $\kappa_{ii}:=|\partial_{x_i}\delta_i(\mathbf{x}^*)|\leqslant\bar{\kappa}_{ii}$, 并定义算子 $(x)_+=\max\{x,0\}$ (非负投影算子). 在此基础上, 交叉项系数上界 B 定义为

$$B:=\kappa_{SS}\kappa_{EE}+\kappa_{SS}\kappa_{DD}+\kappa_{EE}\kappa_{DD},$$

保守上界项 P 定义为

$$P:=(\alpha_2-\bar{\kappa}_{1E})_+(\beta_1-\bar{\kappa}_{2S})_++(\alpha_1-\bar{\kappa}_{1D})_+(\gamma_2-\bar{\kappa}_{3S})_++(\beta_2-\bar{\kappa}_{2D})_+(\gamma_1-\bar{\kappa}_{3E})_+.$$

引理4 (二阶系数的保守上界)　在假设 5 下有

$$a_2\ \leqslant\ B-P. \tag{10}$$

证明　由 $|j_{ii}|\leqslant\kappa_{ii}$ 得 $j_{11}j_{22}+j_{11}j_{33}+j_{22}j_{33}\leqslant B$. 又

$$|j_{12}|=|-\alpha_2+\partial_E\delta_1|\geqslant(\alpha_2-|\partial_E\delta_1|)_+\geqslant(\alpha_2-\bar{\kappa}_{1E})_+,$$

其余两对 (j_{13},j_{31}), (j_{23},j_{32}) 同理, 遂 $j_{12}j_{21}+j_{13}j_{31}+j_{23}j_{32}\geqslant P$ (注意三对在符号上均为非负乘积的下界). 代回式 (9) 即得. 由此得到 $a_2\leqslant B-P$, 当 $P>B$ 时即 $a_2<0$. 该估计在 $\partial\delta_i$ 的一致有界扰动下保持方向不变.

定理2 (一般 C^1 控制律的不可稳定化)　若 $P>B$, 则对任意满足假设 5 的连续可微控制律均有 $a_2<0$, 从而 $\mathbf{x}^*$ 不是局部渐近稳定平衡点.

证明　由引理 4, $a_2\leqslant B-P<0$. 这与局部渐近稳定所需 $a_2>0$ 矛盾.

在**对角线性反馈的显式判据**分析中, 若采用 $\delta_i=-k_i(x_i-x_i^*)$ $(0\leqslant k_i\leqslant\bar{k}_i)$, 则对应的 Jacobian 矩阵可表示为

$$J=\begin{bmatrix} -k_S & -\alpha_2 & \alpha_1\\ -\beta_1 & -k_E & -\beta_2\\ \gamma_2 & -\gamma_1 & -k_D \end{bmatrix}.$$

此时

$$\begin{cases} a_1=k_S+k_E+k_D,\\ a_2=k_Sk_E+k_Sk_D+k_Ek_D-(\alpha_2\beta_1+\alpha_1\gamma_2+\beta_2\gamma_1),\\ a_3=k_Sk_Ek_D-k_S\beta_2\gamma_1-k_E\alpha_1\gamma_2-k_D\alpha_2\beta_1-\alpha_1\beta_1\gamma_1-\alpha_2\beta_2\gamma_2. \end{cases} \tag{11}$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

命题3 (有限增益上界导致的不可稳定化)　若

$$\eta := (\alpha_2\beta_1 + \alpha_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1) - (\bar{k}_S\bar{k}_E + \bar{k}_S\bar{k}_D + \bar{k}_E\bar{k}_D) > 0,$$

则对所有 $k_i \leqslant \bar{k}_i$, 有 $a_2 \leqslant -\eta < 0$, 故 $\mathbf{x}^*$ 非局部渐近稳定.

证明　由式 (11), $a_2 \leqslant \bar{k}_S\bar{k}_E + \bar{k}_S\bar{k}_D + \bar{k}_E\bar{k}_D - (\alpha_2\beta_1 + \alpha_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1) = -\eta < 0$.

推论1 (对称增益的控制资源下界)　取 $k_S = k_E = k_D = k$. 局部渐近稳定的必要条件之一是 $a_2 > 0 \Rightarrow 3k^2 > (\alpha_2\beta_1 + \alpha_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1)$. 若给定上界 $\bar{k}$ 满足 $\bar{k}^2 \leqslant (\alpha_2\beta_1 + \alpha_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1)/3$, 则不存在可行对称增益使 $\mathbf{x}^*$ 稳定.

为系统性地建立平衡点 $\mathbf{x}^*$ 的稳定性判据, 下文依次从鲁棒裕度、控制律结构、非线性推广以及几何解释四个层面展开论述.

(1) 鲁棒裕度与时变外延: 若式 (10) 满足 $P - B \geqslant \eta > 0$ (或命题 3 的 $\eta > 0$), 则存在 $\epsilon > 0$, 对所有满足 $\|J(\mathbf{x}) - J(\mathbf{x}^*)\|_\infty \leqslant \epsilon$ 的局部扰动 (交叉偏导偏差、参数漂移、量化误差), 仍有 $a_2 < 0$. 若上述不等式对所有 t 一致成立, 则冻结时间 Jacobian $J(\mathbf{x}^*, t)$ 对任意 t 满足 $a_2(t) < 0$, 因此 $\mathbf{x}^*$ 不具有统一指数稳定性.

(2) 配平前馈的不变性: 鲁棒裕度判据依赖于系统在平衡点 $\mathbf{x}^*$ 的线性化矩阵 $J(\mathbf{x}^*)$, 然而在实际的控制中, 常引入前馈项以实现精确配平, 这自然而然引出一个问题: 此类操作是否会改变 $J(\mathbf{x}^*)$ 的谱特性, 进而影响基于线性化的判据. 对此, 以下引理给出了否定答案.

引理5 (配平不改变线性化谱)　令名义控制 $\delta_{\mathrm{nom}}(\mathbf{x}) = -K(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) - f(\mathbf{x}^*)$ 以满足 $\mathbf{F}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$. 则

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}\Big(f(\mathbf{x}) + \delta_{\mathrm{nom}}(\mathbf{x})\Big)\Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}\Big(f(\mathbf{x}) - K(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)\Big)\Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*},$$

即常数前馈 $-f(\mathbf{x}^*)$ 不影响 $J(\mathbf{x}^*)$ 的谱, 前述判据对配平控制保持有效.

(3) 非线性高阶项的间接法封口: 在明确了线性化模型的主导地位后, 可借助经典的 Lyapunov 间接法, 将线性化系统的稳定性结论严格地推广到非线性系统.

引理6 (Lyapunov 间接法)　闭环在 $\mathbf{x}^*$ 邻域写作 $\dot{\mathbf{e}} = J(\mathbf{x}^*)\,\mathbf{e} + \phi(\mathbf{e})$, 其中 $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^*$, $\phi(\mathbf{e}) = o(\|\mathbf{e}\|)$. 若 $J(\mathbf{x}^*)$ 至少一特征值满足 $\Re\lambda \geqslant 0$, 则 $\mathbf{x}^*$ 非局部渐近稳定; 当存在裕度 (如 $a_2 \leqslant -\eta < 0$) 时, 必有某特征值 $\Re(\lambda) > 0$, 从而 $\mathbf{x}^*$ 局部不稳定.

(4) 能量一致性: 从能量变化的角度, 可直观理解 Lyapunov 间接法结论. 为此, 可考虑一个简单的二次型 Lyapunov 函数, 取 $V(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\|^2$, 线性化下系统轨迹的导数为 $\dot{V} = (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)^\top J(\mathbf{x}^*)(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)$. 若 $J(\mathbf{x}^*)$ 存在 $\Re\lambda \geqslant 0$ 的特征值, 则意味着存在某一方向, 使系统的能量在该方向上不再衰减, 即 $\dot{V} \geqslant 0$, 这与局部渐近稳定性所要求的能量持续衰减相矛盾, 从而为引理 6 的结论提供了几何直观性.

基于以上判据可得, 理想点从几何动力学视角可对应局部外翻型流场结构, 系统轨迹被排斥而非吸引, 最终偏离至结构张力较弱、耦合自洽的折中区域. 这一行为亦可通过仿真得到验证: 当初始状态接近 $\mathbf{x}^*$ 时, 三元状态变量迅速远离该点, 并在张力平衡域形成稳定吸引区域. 如图 1 所示, 相较于目标点 $\mathbf{x}^*$ 的外翻流场, 系统演化轨迹更倾向于汇聚至结构张力自洽的折中态并长期维持动态平衡.

由以上所述可得出结论: $\mathbf{x}^* = [1, 1, 1]^\top$ 是系统结构张力下的排斥点, 无法作为稳定吸引子存在. 其不可达性不仅源自变量耦合项的符号与大小不协调, 更体现了系统动力结构中不可调和的目标冲突. 进一步地, 该点在演化结构中形成结构张力峰值, 即使人为构造控制器使其静态平衡, 也无法阻止轨迹因耦合反馈作用而发散. 因此, 从动力系统的流场结构与特征谱角度看, 区块链三元最优状态点 $\mathbf{x}^*$ 并非系统演化的可收敛终态, 而应被视为一种结构诱导的动力禁区, 必须通过吸引子机制引导系统绕开该区域, 趋向更稳定的折中态.

其原因在于关键条件的工程含义与适用范围. (1) 控制幅值上界 U_i 与偏导上界 $\bar{\kappa}_{ij}$ 可理解为治理执行的资源约束: 包括参数更新幅度、提案/投票周期、合约执行延迟与限幅机制等, 刻画控制器能施加的最大调节能力. (2) 符号裕度条件刻画三元张力通道在工作区间内的方向一致性, 例如效率提升通常伴随验证压缩而对安全产生负向影响, 且该负向通道在局部邻域保持稳定符号. (3) 结论描述的是宏观演化层面的不可稳定化, 并不替

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

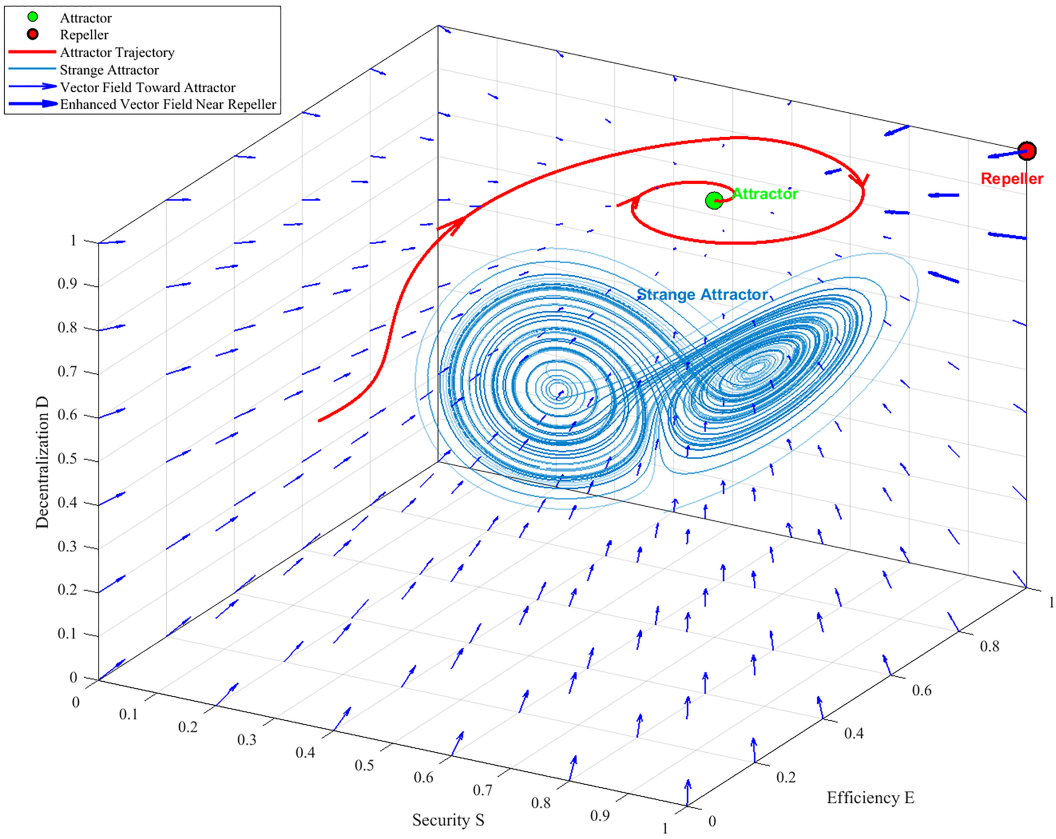


图 1　系统在结构张力场中趋向吸引子区域的动力流场示意图.

Figure 1　The schematic diagram of the dynamic flow field of the system tending towards the attractor region in the structural tension field.

代协议级形式化安全证明. 在许可链/BFT 与 PoW 场景可直接解释; 在 PoS 场景建议采用有效去中心化 (如 $D_{\text{eff}} = D_{\text{raw}} \cdot Q$) 后再应用, 以反映质押约束与抗女巫成本对安全性的影响.

定理3 (三元共优的结构性不可达主定理)　考虑闭环 $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + \delta(\mathbf{x})$, 其中 f 如式 (3), $\delta \in C^1$, 并满足控制幅值上界与偏导上界假设 4 和 5. 若符号裕度假设 6 成立, 且

$$\begin{aligned} P := {} & (\alpha_2 - \bar{\kappa}_{1E})_+(\beta_1 - \bar{\kappa}_{2S})_+ \\ & + (\alpha_1 - \bar{\kappa}_{1D})_+(\gamma_2 - \bar{\kappa}_{3S})_+ \\ & + (\beta_2 - \bar{\kappa}_{2D})_+(\gamma_1 - \bar{\kappa}_{3E})_+ \\ > B := {} & \kappa_{SS}\kappa_{EE} + \kappa_{SS}\kappa_{DD} + \kappa_{EE}\kappa_{DD}, \end{aligned} \tag{12}$$

则对任意满足上述资源上界的 C^1 控制律 $\delta(\cdot)$, 理想共优点 $\mathbf{x}^* = (1, 1, 1)$ 在 Jacobian 线性化意义下不可 Hurwitz ($a_2 < 0$), 从而 $\mathbf{x}^*$ 不可能为局部渐近稳定吸引子. 此外, 若幅值配平条件不满足, 则 $\mathbf{x}^*$ 甚至不是平衡点.

证明　由引理 4 得 $a_2 \leqslant B - P < 0$, 与 Routh Hurwitz 的必要条件 $a_2 > 0$ 矛盾, 故不可局部渐近稳定; 配合引理 5 与间接法引理 6, 结论成立. 若 Lemma 3 的任意幅值不等式不成立, 则式 (7) 无解, $\mathbf{x}^*$ 非平衡.

上述不可稳定化判据表明: 当三元张力通道的交叉耦合强度在局部邻域内占优, 且治理执行资源受限时, 即便可以在函数值层面配平出 $\mathbf{x}^\star$, 闭环线性化仍会出现排斥方向, 使轨迹难以长期停留在三元共优区域. 工程上可表现为: 系统在短暂接近极高安全/效率/去中心化的配置后, 会因反馈张力放大而偏离, 转向更可持续的折中吸引域.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

命题4 (不稳定性与吸引域的零测度特征)　设闭环向量场 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x})$ 在邻域内为 C^1, 且 $\mathbf{x}^*$ 为其平衡点. 若 Jacobian $J(\mathbf{x}^*)$ 存在特征值满足 $\Re(\lambda) > 0$, 则 $\mathbf{x}^*$ 不可能为局部渐近稳定平衡点. 进一步, 若 $\mathbf{x}^*$ 为双曲平衡点 (即 $J(\mathbf{x}^*)$ 无纯虚特征值), 则其局部稳定流形维度小于 3, 从而其吸引域在 $\mathbb{R}^3$ 中的 Lebesgue 测度为零; 特别地, 在可行域 $\mathcal{B}_{\text{safe}}$ 的任何开集内, 几乎所有初值轨迹都不会收敛到 $\mathbf{x}^*$.

证明　若存在 $\Re(\lambda) > 0$, 则线性化系统在该方向上不稳定, 由 Lyapunov 间接法 (引理 6) 可知 $\mathbf{x}^*$ 不能局部渐近稳定. 当 $\mathbf{x}^*$ 为双曲平衡点时, 由稳定流形定理 (Stable Manifold Theorem), $\mathbf{x}^*$ 的局部稳定流形为嵌入子流形, 其维度等于具有负实部特征值的个数, 严格小于 3, 因而在 $\mathbb{R}^3$ 中测度为零; 吸引域包含于该稳定流形的邻域内, 故亦为零测度

3.9　结构性结论: 系统安全约束下的不可达性

通过对 Jacobian 矩阵的谱特性分析与三维动力流场的几何解释, 可以得到如下结构性结论: 在三元结构张力与系统安全边界的双重约束下, 系统状态不可稳定收敛至 $S = E = D = 1$. 这一结论不仅揭示了理想状态 $\mathbf{x}^* = [1, 1, 1]^\top$ 的局部不稳定性, 更反映出区块链系统作为复杂系统, 在结构层面上存在天然的目标趋避机制.

安全边界不仅是变量阈值, 更是结构可达性的动态约束. 当系统试图通过极端性能优化或中心化架构换取短时效率提升时, 将导致 S 快速下降, 系统越过安全稳定边界, 进入失稳风险域.

三元最优点是结构性张力的冲突点, 缺乏可持续性. 该点虽具形式最优特征, 但由于三元反馈路径存在互抑机制, 系统一旦临近该点, 就会因张力过大而偏离轨道, 无法长期维持稳定演化.

该点可视为结构诱导排斥域. 在动力系统结构层面, 其行为等价于非安全不动点或张力冲突极值点, 系统即使在初始阶段接近该点, 仍会因动力流场结构而被推离, 呈现出结构驱动的安全自调节机制.

动力系统视角为区块链等分布式系统的系统安全提供了新的定义: 安全不仅体现为变量 S 的静态数值, 更反映为系统演化轨迹处于稳定、自洽、结构可控的状态空间区域中. 即安全是演化可控性的体现, 而非静态数值属性. 三元共最优在结构张力层面不可收敛、不可维持. 其不可达性源于系统动力结构的不协调性与张力反馈的不对称性, 是系统演化中必须规避的结构性禁区, 也是构造调控吸引子与设定宏观安全边界的逻辑前提.

3.10　数值示例: 共优点邻域的排斥性 (距离指标表)

本节用距离指标展示从 $\mathbf{x}^* = (1, 1, 1)$ 邻域出发的轨迹偏离现象. 定义

$$d(t) = \|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^*\|_2. \tag{13}$$

在该示例中, 动力学采用式 (3) 的线性耦合结构:

$$(\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2) = (1.0,\ 1.2,\ 1.0,\ 0.8,\ 1.1,\ 0.9).$$

为测试即使尝试稳定 $\mathbf{x}^*$ 也会被排斥的现象, 采用带配平前馈的名义反馈 (用于使 $\mathbf{x}^*$ 在函数值层面成为形式平衡点):

$$\delta_{\text{nom}}(\mathbf{x}) = -K(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) - f(\mathbf{x}^*), \quad K = \text{diag}(k_S, k_E, k_D). \tag{14}$$

为体现控制资源受限与状态有界约束, 数值积分中采用两类工程化算子: 输入限幅 $\text{sat}_{u_{\max}}(\cdot)$ 与状态投影 $\Pi_{[0,1]^3}(\cdot)$ (按分量裁剪):

$$\delta(\mathbf{x}) = \text{sat}_{u_{\max}}\big(\delta_{\text{nom}}(\mathbf{x})\big), \quad \mathbf{x} \leftarrow \Pi_{[0,1]^3}(\mathbf{x}).$$

示例取 $k_S = k_E = k_D = 1.0$, $u_{\max} = 1.0$, 时间步长 $\Delta t = 10^{-3}$ (t 为归一化时间刻度). 从 $\mathbf{x}^*$ 邻域的多个初值出发, 距离 $d(t)$ 的统计见表 3.

表 3 呈现出一致的趋势: 虽然初值与 $\mathbf{x}^*$ 的初始距离仅为 10^{-2} 量级, 但在有限增益与限幅约束下, $d(t)$ 在短时间内迅速增大并维持在远离零的水平. 这表明: 在函数值可配平的前提下 (通过 $-f(\mathbf{x}^*)$ 前馈实现), $\mathbf{x}^*$ 的邻域仍存在由耦合张力诱导的排斥方向, 轨迹无法在该点附近形成局部吸引域. 该数值现象与第 4 节基于 Routh Hurwitz 条件得到的不可 Hurwitz $\Rightarrow$ 非局部渐近稳定的谱结论一致.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

表 3　从 $\mathbf{x}^*$ 邻域出发的距离指标示例: $d(t)=\|\mathbf{x}(t)-\mathbf{x}^*\|_2$ ($K=I$, $u_{\max}=1.0$; t 为归一化时间).

Table 3　Distance-to-$\mathbf{x}^*$ example: $d(t)=\|\mathbf{x}(t)-\mathbf{x}^*\|_2$ ($K=I$, $u_{\max}=1.0$; normalized time).

Initial state $\mathbf{x}(0)$	$d(0)$	$d(0.5)$	$d(1.0)$	$d(2.0)$	$d(5.0)$
(0.99, 0.99, 0.99)	0.0173	0.4085	0.8088	1.0000	1.0000
(0.995, 0.985, 0.99)	0.0187	0.4142	0.8145	1.0000	1.0000
(0.98, 0.99, 0.995)	0.0229	0.4075	0.8078	1.0000	1.0000

3.11　风险思考: 奇异吸引子的形成与规避

在前文中, 定义的奇异吸引子 $\mathcal{A}_{\text{sing}}$ 为系统在结构张力与调控受限双重影响下, 出现的非发散但不可收敛的演化区域. 该结构对应于一种非发散但不可达的演化状态, 即系统看似稳定不动, 但实际上未实现任何结构性协同或目标达成, 属于演化停滞而非真正稳定的状态.

在区块链系统中, 这类状态具有典型的工程表现: 效率停滞, 吞吐量 E 长期维持中低水平, 无法提升; 结构僵化, 去中心化度 D 固化在较低数值, 节点拓扑结构不再演化; 治理响应失效, 安全性 S 虽表面接近高值, 但链上参数调整、提案活跃度及共识参与度显著下降. 此类状态并非系统故障, 但具有高度内生惰性, 即状态未崩溃, 却难以激活, 处于类平衡但无目标导向性的区域, 严重影响系统可持续演化能力.

导致系统陷入奇异吸引子区域的根本原因主要包括以下三方面: 一是张力反馈闭环的存在, 使得 $S\to E\to D\to S$ 构成互抑互限路径, 而缺乏推动系统逃逸的正反馈通道; 二是调控导数退化, 当系统处于奇异吸引子区域时, 调控项 $\delta_i(\mathbf{x})$ 在该区域的导数 $\partial_{x_j}\delta_i$ 逼近 0, 导致调控效应近似中性, 难以驱动系统脱离; 三是 Lyapunov 引导缺失, 由于未为系统设计结构性 Lyapunov 函数, 无法构建起压制奇异吸引区域的势能场, 进而无法引导系统远离该状态.

为证明以上内容, 可考虑如下结构耦合系统:

$$\begin{cases}\frac{dS}{dt}=0.9D-1.1E-0.02(S-1)^3,\\ \frac{dE}{dt}=-1.3S+0.6-0.01E,\\ \frac{dD}{dt}=S-0.85E-0.01D.\end{cases}$$

系统在初值为 $\mathbf{x}(0)=[0.9,0.5,0.4]^\top$ 附近演化时, 呈现轨迹缓慢震荡行为, 长期停留于区域:

$$S\in[0.9,0.96],\quad E\in[0.45,0.6],\quad D\in[0.35,0.45].$$

状态变化速率减缓, $\|\dot{\mathbf{x}}(t)\|\to 0$, 系统陷入非理想收敛的吸引域.

为防止系统陷入奇异吸引子域, 需构建多维度的结构性调控策略. 首先, 通过人为引入带有主目标导向性的稳定吸引区 (即结构偏置吸引子), 提升系统轨迹从奇异域逃逸的趋势; 其次, 确保调控函数导数 $\partial_{x_j}\delta_i$ 在关键方向上恒大于某阈值 $\varepsilon>0$ (即调控梯度增强), 以保持系统的可调性; 再者, 在奇异域周边设定惩罚型 Lyapunov 引导函数 $V(\mathbf{x})$, 并使其导数 $\frac{dV}{dt}>0$, 为系统施加远离奇异吸引子的动态势能; 最后, 设定奇异域驻留时间阈值 $T_{\max}$, 当系统在某区域 Ω 内持续停留时间超过该阈值时, 触发结构重构机制, 自动调整网络结构或调控增益以打破封闭演化环路.

综上所述, 奇异吸引子的形成非偶然扰动所致, 而是系统结构反馈与调控机制联合作用的产物, 由此可得结论: 奇异吸引子是三元张力系统中的结构性陷阱, 必须通过结构调控机制予以规避与引导.

3.12　工程启示: 以结构稳定性为基础的系统安全设计

本文的理论结果表明, 三元最优状态 $\mathbf{x}^*=[1,1,1]^\top$ 无法构成系统的稳定吸引子, 其邻域存在由结构张力诱导的动力斥力结构, 导致系统演化轨迹自然远离该点, 这是区块链系统中安全、去中心化与性能之间的结构性矛盾, 并为工程化设计提供如下系统治理启示.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

启示 1. 安全作为系统演化路径的边界约束, 而非变量极值

系统的安全性 $\mathcal{S}$ 不应等同于某一维度变量的数值高低, 而应视为系统在张力结构中可持续演化的边界域. 定义系统的结构安全可达域为

$$\mathcal{B}_{\text{safe}} := \Big\{ \mathbf{x} \in [0,1]^3 \;\Big|\; V(\mathbf{x}) \leqslant \epsilon,\ \underbrace{\alpha\big(J(\mathbf{x})\big)}_{\max \Re\, \lambda(J)} \leqslant -\mu \Big\},$$

所有系统状态轨迹应受控于 $\mathcal{B}_{\text{safe}}$, 避免越界失稳. 这要求系统调控器 $\delta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$ 在设计上必须保障:

$$\forall t, \quad \mathbf{x}(t) \in \mathcal{B}_{\text{safe}},$$

即系统演化路径保持结构稳定性.

启示 2. 构造结构吸引子与偏置吸引子, 实现动态调控的可达性

系统的调控目标不应追求静态最优点 $\mathbf{x}^*$, 而应设计动力学结构使其轨迹自然收敛至可达且结构稳定的吸引区域. 本文定义两类关键吸引结构: 结构吸引子 $\mathcal{A}_{\text{str}}$ 指系统在无外部偏置情况下的自然折中收敛区域, 反映张力结构的稳定均衡位形; 偏置吸引子 $\mathcal{A}_{\text{bias}}$ 指在调控函数 δ 存在主目标导向 (如增强 S 或 E) 条件下的稳定吸引区域, 满足 $\mathcal{A}_{\text{bias}} \subseteq \mathcal{B}_{\text{safe}}$.

与此相对, 奇异吸引子 $\mathcal{A}_{\text{sing}}$ 是由于结构张力不可协调而形成的局部动力陷阱, 其表征如下:

$$\mathcal{A}_{\text{sing}} := \Big\{ \mathbf{x} \in [0,1]^3 \;\Big|\; |\dot{V}(\mathbf{x})| < \varepsilon,\ \alpha\big(J(\mathbf{x})\big) \approx 0 \Big\},$$

即系统在该区域近似停滞, 但局部谱实部上界不小于零 ($\alpha(J) \gtrsim 0$), 结构不稳, 可能诱发链上激励塌缩、治理僵滞或中心化退化等风险. 因此, 工程设计目标应为规避 $\mathcal{A}_{\text{sing}}$, 引导系统进入 $\mathcal{A}_{\text{bias}}$ 或 $\mathcal{A}_{\text{str}}$.

启示 3. 模块解耦与动态自适应机制: 构造可控动力结构

为实现上述吸引子引导路径, 可采用基于 "结构稳定性 + 模块装配" 的工程方法. 将系统划分为若干功能模块:

$$\mathcal{M} = \{\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \ldots, \mathcal{M}_n\}, \quad \text{如 } \mathcal{M}_1 = \text{共识},\ \mathcal{M}_2 = \text{激励},\ \mathcal{M}_3 = \text{治理等}.$$

构造系统演化动力学为

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} w_i(t) f_i(\mathbf{x}) + \delta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}(t)), \quad \sum w_i(t) = 1,$$

其中, f_i 为模块 $\mathcal{M}_i$ 的反馈动力, $w_i(t)$ 为动态权重. 该结构具有如下优点: (1) 可通过调节 $w_i(t)$ 实现目标导向 (如强化 $\mathcal{M}_1$ 增强吞吐); (2) 具备模块解耦性, Jacobian 的耦合项 $\partial f_i/\partial \mathbf{x}_j$ 受限, 提升稳定性; (3) 控制器可据李雅普诺夫下降条件设计, 确保 $\frac{dV}{dt} < 0$. 从而在数学上保障系统轨迹进入并稳定停留于安全吸引区域, 避免陷入奇异吸引子.

启示 4. 从静态配置走向结构稳定性驱动的治理范式转变

传统区块链治理依赖固定参数或经验式调参, 难以应对系统结构张力随演化过程动态变化所引发的稳定性失衡与性能偏移. 为实现可解释、可调控的自适应治理机制, 本文提出以结构稳定性理论为基础的治理范式转型, 强调在系统演化过程中引入以下三类核心调控策略.

- **宏观安全边界约束** $\mathcal{B}_{\text{safe}}$: 基于状态空间结构分析, 定义系统运行的可达安全域, 对所有治理配置与反馈控制器参数施加边界限制, 确保演化轨迹不越界、不失稳.
- **结构吸引子偏置引导**: 设计具备目标导向的调控策略 $\delta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$, 将系统状态自发引导至稳定折中区域 $\mathcal{A}_{\text{struct}}$, 在保证安全的前提下强化主目标方向的演化偏置.
- **奇异吸引子规避机制**: 基于系统 Jacobian 光谱与李雅普诺夫函数的稳定性分析, 识别潜在奇异吸引子区域 $\mathcal{A}_{\text{sing}}$, 该类区域虽具局部滞留性却缺乏全局稳定性, 需通过结构调控显式规避系统陷入其中.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

该范式转型标志着治理机制从静态参数调优走向结构演化引导的本质跃迁. 系统的工程化安全保障不应仅依赖高安全值 S 的维持, 而应基于结构稳定性理论, 构建状态演化路径合理性与张力调控可解释性相统一的治理体系. 通过明确三元耦合张力的结构作用方式、吸引子区域的数学判定边界, 以及控制器在 $\mathcal{B}_{\text{safe}}$ 内的自适应调节机制, 区块链系统可形成从模块解耦到路径可控再到策略装配的完整治理闭环.

4　三元平衡寻优: 吸引子调控机制与李雅普诺夫稳定性设计

4.1　研究动因与调控目标

前文的理论与工程分析表明, 区块链系统在三元目标的结构张力约束下, 无法实现静态全局最优. 因此, 系统运行目标应从静态最优求解范式转向动态稳定调控范式, 即不是强行逼近理论最优状态, 而是在耦合张力允许的结构域中, 引导系统自适应演化至安全、可控、可达的折中态. 基于此, 本节吸引子调控设计的目标聚焦于以下四个维度.

维度 1: 构造结构吸引子 $\mathbf{x}^\dagger$. 定义 $\mathbf{x}^\dagger \in (0,1)^3$ 为张力结构下系统自然收敛的稳定态. 该点不追求三元同时极值, 而是在结构可调域内, 实现多目标平衡的动态最优折中. 本文期望其满足如下吸引性质:

$$\lim_{t\to\infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^\dagger, \quad \text{且} \mathbf{x}^\dagger \in \mathcal{B}_{\text{safe}},\ \alpha(J(\mathbf{x}^\dagger)) < 0.$$

维度 2: 设计状态反馈调控器 $\delta_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$. 通过引入状态相关的调节项, 将链上治理策略、协议调参等外部行为抽象为内部控制逻辑, 实现对演化路径的动态引导, 使系统从任意初始点 $\mathbf{x}_0$ 经控制收敛至 $\mathbf{x}^\dagger$, 即构建如下控制闭环:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{x}) + \delta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}(t)).$$

维度 3: 演化路径的安全性保障. 定义系统安全演化域 $\mathcal{B}_{\text{safe}}$ 为结构稳定性边界区域, 具备如下形式:

$$\mathcal{B}_{\text{safe}} := \left\{ \mathbf{x} \in [0,1]^3 \,\middle|\, V(\mathbf{x}) < \epsilon, \alpha(J(\mathbf{x})) \leqslant -\mu \right\},$$

要求系统在任意调控路径下均满足 $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{B}_{\text{safe}},\ \forall t \geqslant 0$, 从而规避进入奇异吸引子结构域 $\mathcal{A}_{\text{sing}}$ 或张力激增的失稳区, 保障演化过程的持续性与可控性.

维度 4: 奇异吸引子 $\mathcal{A}_{\text{sing}}$ 的识别与规避. 在受限参数配置下, 系统可能存在局部滞留态 $\mathbf{x}_{\text{trap}}$, 其虽在有限时间内表现为收敛性, 但长期不具全局稳定性, 表现为奇异吸引子结构:

$$\mathcal{A}_{\text{sing}} = \{\mathbf{x} \mid |\dot{V}| < \epsilon,\ \alpha(J) \approx 0,\ \text{Var}(\mathbf{x}) \to \text{常数}\}.$$

此类区域虽短期稳定, 但系统常陷入不可调节的演化死区, 表现为效率停滞或结构惰性, 需通过控制律设计主动规避或削弱其形成条件.

综上, 本文旨在基于结构张力动力学, 提出一种具有内生反馈调控能力的系统吸引子调控机制, 并通过李雅普诺夫方法构造相应稳定性理论框架. 该建模范式强调: 系统目标不是静态最优点收敛问题, 而是动态折中吸引机制; 控制器设计应整体嵌入结构张力场, 而非孤立增强单一性能; 安全性不仅是数值高低, 而是演化轨迹处于稳定、可控的结构域中.

4.2　控制系统结构建模

在三元耦合动力学模型

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + \delta(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} = [S, E, D]^\top \in [0,1]^3$$

的基础上, 本文将调控目标从追求共优点 $\mathbf{x}^* = (1,1,1)$ 转为跟踪可达且结构稳定的目标吸引点. 令目标吸引点

$$\mathbf{x}_\star \in (0,1)^3, \quad \mathbf{x}_\star = \mathbf{x}^\dagger \text{ (结构吸引子) 或 } \mathbf{x}_\star = \mathbf{x}^\sharp \text{ (偏置吸引子)},$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

其中, $f(\mathbf{x})$ 为式 (3) 所定义的内生张力向量场, $\delta(\mathbf{x})$ 为可执行的治理/调参输入通道.

为使目标吸引点 $\mathbf{x}_\star$ 在闭环中成为严格平衡点, 本文采用 “反馈 + 配平前馈” 的名义控制:

$$\delta_{\mathrm{nom}}(\mathbf{x}) = -K(\mathbf{x}-\mathbf{x}_\star) \; - \; f(\mathbf{x}_\star), \quad K = \mathrm{diag}(k_S, k_E, k_D), \; k_i > 0. \tag{15}$$

由构造可得

$$f(\mathbf{x}_\star) + \delta_{\mathrm{nom}}(\mathbf{x}_\star) = \mathbf{0},$$

因此 $\mathbf{x}_\star$ 为闭环系统的平衡点; 闭环动力学为

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) - K(\mathbf{x}-\mathbf{x}_\star) - f(\mathbf{x}_\star).$$

若仅采用纯反馈 $\delta(\mathbf{x}) = -K(\mathbf{x}-\mathbf{x}_\star)$ 而不加入常数前馈 $-f(\mathbf{x}_\star)$, 则一般情形下 $\mathbf{x}_\star$ 并非闭环平衡点: 闭环平衡点需满足

$$f(\mathbf{x}) - K(\mathbf{x}-\mathbf{x}_\star) = \mathbf{0},$$

其解 $\mathbf{x}$ 通常偏离预期吸引点 $\mathbf{x}_\star$; 在式 (3) 的线性耦合结构下, 该代数约束还可能导致平衡解退化到边界/角点, 从而使吸引点位置与稳定性设计难以解耦.

令误差 $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \mathbf{x}_\star$. 在 $\mathbf{x}_\star$ 邻域内, f 的一阶展开为

$$f(\mathbf{x}_\star + \mathbf{e}) = f(\mathbf{x}_\star) + J_f(\mathbf{x}_\star)\mathbf{e} + \phi(\mathbf{e}), \quad \phi(\mathbf{e}) = o(\|\mathbf{e}\|),$$

从而闭环误差动力学写为

$$\dot{\mathbf{e}} = \big(J_f(\mathbf{x}_\star) - K\big)\mathbf{e} + \phi(\mathbf{e}). \tag{16}$$

式 (16) 给出了后续基于 CLF 收敛性分析的标准形式: 通过选择 K 压制 $J_f(\mathbf{x}_\star)$ 的对称部分谱上界, 可获得 $\dot{V} < 0$ 的局部收敛结论 (见 4.3 小节). 此外, 在工程实现中治理输入通常受限幅、采样周期与安全约束影响, 本文在名义控制 δ_{nom} 的基础上进一步引入 CBF-QP 的最小干预安全过滤, 以保证轨迹前向不变地驻留于安全域 $\mathcal{B}_{\mathrm{safe}}$ 并满足 $\|\delta\|_\infty \leqslant u_{\max}$ (见 4.5 小节).

4.3　李雅普诺夫函数设计与收敛性分析

为验证为结构吸引子所设计控制器的有效性, 本文基于李雅普诺夫函数进行了严格的稳定性分析. 设误差 $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^\dagger$, 取加权二次型

$$V(\mathbf{e}) \; = \; w_S e_S^2 + w_E e_E^2 + w_D e_D^2, \quad w_i > 0. \tag{17}$$

令误差 $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_\star$ ($\mathbf{x}_\star$ 取结构吸引子或偏置吸引子目标), 取二次型 $V(\mathbf{e}) = \frac{1}{2}\|\mathbf{e}\|_2^2$. 采用名义反馈 $\delta_{\mathrm{nom}}(\mathbf{x}) = -K(\mathbf{x}-\mathbf{x}_\star) - f(\mathbf{x}_\star)$ 可使 $\mathbf{x}_\star$ 满足配平条件 $f(\mathbf{x}_\star) + \delta_{\mathrm{nom}}(\mathbf{x}_\star) = 0$. 此时 $\dot{V}$ 的主导项由 $J_f(\mathbf{x}_\star) - K$ 决定, 高阶项可并入 $\phi(\mathbf{e}) = o(\|\mathbf{e}\|)$, 当 K 足以压制对称部分的谱上界时即可得到 $\dot{V} < 0$ 的局部收敛结论 (见 4.3 小节).

采用配平后的状态反馈控制律

$$\delta(\mathbf{x}) = \; -K\big(\mathbf{x} - \mathbf{x}^\dagger\big) \; - \; f(\mathbf{x}^\dagger), \quad K = \mathrm{diag}(k_S, k_E, k_D),$$

于是闭环在 $\mathbf{x}^\dagger$ 处满足

$$f(\mathbf{x}^\dagger) + \delta(\mathbf{x}^\dagger) = 0,$$

从而 $\mathbf{x}^\dagger$ 成为闭环平衡点.

令

$$\phi(\mathbf{e}) := f(\mathbf{x}^\dagger + \mathbf{e}) - f(\mathbf{x}^\dagger) - J_f(\mathbf{x}^\dagger)\mathbf{e}, \quad \phi(\mathbf{e}) = o(\|\mathbf{e}\|),$$

则误差动力学写作

$$\dot{\mathbf{e}} = f(\mathbf{x}^\dagger + \mathbf{e}) - f(\mathbf{x}^\dagger) - K\mathbf{e} = \big(J_f(\mathbf{x}^\dagger) - K\big)\mathbf{e} + \phi(\mathbf{e}).$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

对 V 求导, 利用 Young 不等式 $2ab \leqslant \frac{a^2}{\eta} + \eta b^2$ $(\eta > 0)$ 可得

$$\dot{V} \ \leqslant \ -\mathbf{e}^{\top}\big(2WK - C\big)\mathbf{e}, \quad W = \mathrm{diag}(w_S, w_E, w_D), \tag{18}$$

其中 $C \succeq 0$ 为由 $J_f(\mathbf{x}^{\dagger})$ 的对称部分与 $\phi(\mathbf{e})$ 的局部 Lipschitz 常数诱导的保守上界矩阵.

因此, 只要控制增益满足

$$2WK - C \ \succ \ 0 \quad (\text{例如令 } k_i \text{ 足够大}),$$

即可保证 $\dot{V} < 0$, 从而闭环状态满足

$$\mathbf{x}(t) \to \mathbf{x}^{\dagger},$$

并在 $\mathbf{x}^{\dagger}$ 邻域内局部指数收敛. 该条件与命题 5 的结论一致, 并显式体现了配平后闭环的稳定裕度.

命题5 (CLF 的显式增益条件)　取 $V(\mathbf{x}) = \sum_{i\in\{S,E,D\}} w_i (x_i - x_i^{\dagger})^2$, 在 $\dot{V}$ 的交叉项上施加 Young 不等式 $2ab \leqslant \frac{a^2}{\eta} + \eta b^2 (\eta > 0)$ 上界化, 存在常数 $c_S, c_E, c_D > 0$ 仅由 (α, β, γ) 与 η 决定, 使得

$$\dot{V} \leqslant -2\sum_i w_i k_i (x_i - x_i^{\dagger})^2 + \sum_i c_i (x_i - x_i^{\dagger})^2.$$

因而只要

$$k_S > \frac{c_S}{2w_S}, \quad k_E > \frac{c_E}{2w_E}, \quad k_D > \frac{c_D}{2w_D},$$

则 $\dot{V} < 0$ 且 $\mathbf{x} \to \mathbf{x}^{\dagger}$ 局部指数收敛.

证明　误差动力学 $\dot{\mathbf{e}} = (J_f(\mathbf{x}^{\dagger}) - K)\mathbf{e} + \phi(\mathbf{e})$, 取 $V(\mathbf{e}) = \mathbf{e}^{\top} W \mathbf{e}$, $W = \mathrm{diag}(w_S, w_E, w_D) \succ 0$. 则

$$\dot{V} = \mathbf{e}^{\top}\big(W(J_f(\mathbf{x}^{\dagger}) - K) + (J_f(\mathbf{x}^{\dagger}) - K)^{\top} W\big)\mathbf{e} + 2\,\mathbf{e}^{\top} W\,\phi(\mathbf{e}).$$

设 ϕ 在 $\mathbf{x}^{\dagger}$ 邻域 Lipschitz 常数为 L_{ϕ}, 用 Young 不等式 $2\,\mathbf{e}^{\top} W\,\phi \leqslant \sum_i \frac{w_i}{\eta} e_i^2 + \eta\,\|\phi\|^2$, 并用 $\|\phi\| \leqslant L_{\phi}\|\mathbf{e}\|$, 可得

$$\dot{V} \leqslant \mathbf{e}^{\top}\big(\mathrm{Sym}(W J_f(\mathbf{x}^{\dagger})) - 2WK\big)\mathbf{e} + \sum_i \frac{w_i}{\eta} e_i^2 + \eta L_{\phi}^2 \|\mathbf{e}\|^2.$$

将右端按分量上界并入常数, 存在 $c_i > 0$ 使 $\dot{V} \leqslant -2\sum_i w_i k_i e_i^2 + \sum_i c_i e_i^2$. 当 $k_i > c_i/(2w_i)$ 时, $\dot{V} < 0$, 得局部指数收敛.

定理4 (模型失配与扰动下的输入到状态稳定性 (ISS) 追踪)　考虑误差动力学

$$\dot{\mathbf{e}} = (J_f(\mathbf{x}^{\dagger}) - K)\mathbf{e} + \phi(\mathbf{e}) + w(t),$$

其中, $w(t)$ 表示建模误差或外部扰动, $\phi(\mathbf{e}) = o(\|\mathbf{e}\|)$. 存在正定矩阵 W 与增益 K 使

$$\dot{V} \leqslant -\alpha\|\mathbf{e}\|^2 + \beta\|w\|^2, \quad V = \mathbf{e}^{\top} W \mathbf{e},$$

从而系统关于扰动输入 w 满足输入到状态稳定性 (input-to-state stability, ISS). 特别地, 当 $w \in \mathcal{L}_{\infty}$ 时误差有界; 当 $w \to 0$ 时, $\mathbf{e} \to 0$.

证明　在命题 5 的估计上附加 $2\mathbf{e}^{\top} W w \leqslant \frac{\alpha}{2}\|\mathbf{e}\|^2 + \frac{2}{\alpha}\|Ww\|^2$ 即得.

实际系统中控制器只能获得估计状态 $\hat{\mathbf{x}}(t)$, 其与真实状态存在延迟与噪声:

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t - \tau(t)) + \mathbf{n}(t), \quad 0 \leqslant \tau(t) \leqslant \bar{\tau}, \ \ \|\mathbf{n}(t)\| \leqslant \bar{n}. \tag{19}$$

假设7 (状态估计误差有界)　存在常数 $\bar{e} > 0$ 使得在工作域 $\mathcal{B}_{\mathrm{safe}}$ 上 $\|\hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)\| \leqslant \bar{e}$. 该误差上界由统计窗口、通信时延与采样频率共同决定.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

控制律以 $\delta(\hat{\mathbf{x}})$ 执行时, 可写为名义闭环叠加扰动:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + \delta(\mathbf{x}) + w(t), \quad w(t) := \delta(\hat{\mathbf{x}}) - \delta(\mathbf{x}).$$

若 $\delta(\cdot)$ 在工作域内 Lipschitz, 常数为 L_δ, 则

$$\|w(t)\| \leqslant L_\delta\big(\|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t-\tau(t))\| + \|\mathbf{n}(t)\|\big),$$

从而观测误差可等价为有界外扰输入. 结合定理 4 (ISS 追踪) 可得: 当 $(\bar{\tau}, \bar{n})$ 有界时系统误差有界; 当观测误差随时间衰减时, 系统可恢复到名义收敛行为.

4.4　安全边界建模与调控嵌入

为刻画真实系统中风险阈值随结构状态变化的特征, 将安全边界从常数阈值推广为状态相关阈值. 其核心含义是: 当去中心化程度下降 (结构冗余变弱、抗女巫/抗串谋能力下降) 时, 系统需要更高的安全冗余水平作为补偿; 当系统处于高效率运行区间时, 可同步对结构分布性提出更严格约束, 以抑制集中化风险.

耦合阈值函数 (仿射可解释形式). 在 $[0,1]^3$ 归一化域内, 定义

$$\underline{S}(D) \;=\; \underline{S}_0 + \xi_{SD}\,(1-D), \quad \underline{D}(E) \;=\; \underline{D}_0 + \xi_{DE}\,E, \tag{20}$$

其中 $\underline{S}_0, \underline{D}_0 \in (0,1)$ 为基准阈值, $\xi_{SD}, \xi_{DE} \geqslant 0$ 为耦合斜率. 为保持阈值落在 $[0,1]$ 内, 可选取 $\xi_{SD} \leqslant 1 - \underline{S}_0$, $\xi_{DE} \leqslant 1 - \underline{D}_0$ (或工程实现中使用限幅/饱和).

耦合安全域定义. 据此将安全域定义为

$$\mathcal{B}_{\text{safe}} = \Big\{\mathbf{x} \in [0,1]^3 \;\Big|\; S \geqslant \underline{S}(D),\ E \geqslant \underline{E}_0,\ D \geqslant \underline{D}(E)\Big\}, \tag{21}$$

其中 $\underline{E}_0 \in (0,1)$ 为系统活性/服务能力下限. 当 $\xi_{SD} = \xi_{DE} = 0$ 时, 式 (21) 退化为原稿的常数阈值安全域, 因此修订稿是在原定义基础上的严格推广.

边界补偿项的相容更新 (工程启发). 相应地, 启发式边界补偿可写为

$$\begin{aligned}
\delta_1(t) &= -k_S(S - S^\dagger) + \mu_S \cdot \mathbb{I}\big[S < \underline{S}(D)\big],\\
\delta_2(t) &= -k_E(E - E^\dagger) + \mu_E \cdot \mathbb{I}\big[E < \underline{E}_0\big],\\
\delta_3(t) &= -k_D(D - D^\dagger) + \mu_D \cdot \mathbb{I}\big[D < \underline{D}(E)\big].
\end{aligned}$$

该补偿项用于表达靠近边界时的保护趋势; 严格的前向不变性保证由下一节的 CBF-QP 给出.

4.5　基于控制障碍函数的安全域前向不变性与最小干预控制

为在动力学层面给出安全域保持的可验证保证, 本文采用控制障碍函数 (control barrier function, CBF) 与 Nagumo 不变性定理, 将安全域保持问题转化为对控制输入的线性不等式约束, 并通过凸二次规划实现最小干预控制.

耦合安全域与障碍函数. 定义耦合阈值函数

$$\underline{S}(D) = \underline{S}_0 + \xi_{SD}(1-D), \quad \underline{D}(E) = \underline{D}_0 + \xi_{DE}E, \tag{22}$$

并据此给出障碍函数

$$h_S(\mathbf{x}) = S - \underline{S}(D), \quad h_E(\mathbf{x}) = E - \underline{E}_0, \quad h_D(\mathbf{x}) = D - \underline{D}(E). \tag{23}$$

在仿射阈值下,

$$\nabla h_S(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \xi_{SD} \end{bmatrix}, \quad \nabla h_E(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \nabla h_D(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\xi_{DE} \\ 1 \end{bmatrix}.$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

CBF 条件 (零相对阶约束). 考虑系统

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + \delta(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} = [S, E, D]^\top,$$

其中 $f(\mathbf{x})$ 为内生张力向量场 (见式 (3)), $\delta(\mathbf{x})$ 为治理/调控输入. 称 h_k ($k \in \{S, E, D\}$) 为零相对阶 CBF, 若存在扩展类 – $\mathcal{K}$ 函数 $\alpha_k(\cdot)$, 使得对任意 $\mathbf{x}$, 控制输入可满足

$$\nabla h_k(\mathbf{x})^\top \big(f(\mathbf{x}) + \delta(\mathbf{x})\big) \geqslant -\alpha_k\big(h_k(\mathbf{x})\big), \quad k \in \{S, E, D\}. \tag{24}$$

常用取法为线性类 – $\mathcal{K}$: $\alpha_k(s) = \kappa_k s$ ($\kappa_k > 0$), 并将约束写为紧凑形式

$$\nabla \mathbf{h}(\mathbf{x})\big(f(\mathbf{x}) + \delta(\mathbf{x})\big) \succeq -\operatorname{diag}(\kappa_S, \kappa_E, \kappa_D)\, \mathbf{h}(\mathbf{x}), \tag{25}$$

其中 $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = [h_S, h_E, h_D]^\top$, $\succeq$ 表示分量不等式.

定理5 (安全域的前向不变性)　考虑系统 $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + \delta(\mathbf{x})$. 若对 $k \in \{S, E, D\}$, 控制律 $\delta(\mathbf{x})$ 在 $\mathcal{B}_{\text{safe}}$ 上满足 CBF 约束 (24), 则任意初值 $\mathbf{x}(0) \in \mathcal{B}_{\text{safe}}$ 的闭环解 $\mathbf{x}(t)$ 对所有 $t \geqslant 0$ 始终保持在 $\mathcal{B}_{\text{safe}}$, 即 $\mathcal{B}_{\text{safe}}$ 为闭环系统的前向不变集合.

证明　由 Nagumo 不变性定理, 需证对任意边界点 $\mathbf{x} \in \partial\mathcal{B}_{\text{safe}}$, 向量场在该点的外法向投影非负. 式 (24) 在 $h_k = 0$ 时化为 $\nabla h_k^\top (f + \delta) \geqslant 0$, 满足内向性; 对所有同时激活的约束逐一成立, 即得前向不变性.

命题6 (含松弛变量的 CBF-QP 基本可行性)　设采用 $\alpha_k(s) = \kappa_k s$ ($\kappa_k > 0$), 并在二次规划 (quadratic programming, QP) (26) 中引入松弛变量 $\varepsilon \geqslant 0$ 且不施加上界, 则该 QP 对任意 $\mathbf{x}$ 总是可行: 取 $\Delta = \mathbf{0}$, 令

$$\varepsilon \;\geqslant\; \max_{k \in \{S,E,D\}} \Big\{ -\nabla h_k(\mathbf{x})^\top \big(f(\mathbf{x}) - K(\mathbf{x} - \mathbf{x}^\dagger)\big) - \kappa_k h_k(\mathbf{x}) \Big\}_+,$$

即可满足全部线性不等式.

定理6 (分段 Lipschitz 与闭环良定性)　若 $f(\mathbf{x})$ 与 $\delta_{\text{nom}}(\mathbf{x})$ 局部 Lipschitz, QP (26) 的约束矩阵对 $\mathbf{x}$ 连续变化, 且存在 $\lambda > 0$ 使目标 $\|\Delta\|_2^2 + \lambda\varepsilon^2$ 严格凸, 则最优解 $(\Delta^\star, \varepsilon^\star)$ 对 $\mathbf{x}$ 为分段 Lipschitz 映射. 因此闭环右端项 $f(\mathbf{x}) - K(\mathbf{x} - \mathbf{x}^\dagger) + \Delta^\star(\mathbf{x})$ 局部 Lipschitz, 在 $\mathcal{B}_{\text{safe}}$ 上存在唯一 Carathéodory 解, 与定理 5 联用可得安全域前向不变性.

证明　QP 为严格凸二次规划, 其 Karush Kuhn Tucker (KKT) 条件随 $\mathbf{x}$ 连续变化; 主动集在分区内不变时解仿射, 跨区拼接得到分段 Lipschitz. 组合局部 Lipschitz 向量场与 Nagumo 内向性即得结论.

命题7 (采样 – 保持实现的安全保持)　令控制采用零阶保持, 采样周期为 $\Delta > 0$, 即 $u(t) = u(k\Delta)$. 若 h_k 与 f 在 $\mathcal{B}_{\text{safe}}$ 上 Lipschitz, 存在 $L_h, L_f > 0$, 且对所有采样时刻 k, QP (26) 使

$$\nabla h_k(x_k)^\top \big(f(x_k) + u_k\big) \;\geqslant\; -\kappa_k h_k(x_k) + \sigma, \sigma > 0,$$

则当 $\Delta < \frac{\sigma}{L_h L_f \|x\|_{\mathcal{B}_{\text{safe}}}}$ 时, 离散执行保证 $h_k(x_{k+1}) \geqslant 0$, 即 $\mathcal{B}_{\text{safe}}$ 的离散时间前向不变性成立.

证明　对 $h_k(x(t))$ 在一拍内做 Grönwall 型估计; 由 Lipschitz 与裕度 σ 给出一拍下降量下界, 约束采样周期 Δ 即可.

为获得满足 CBF 条件的最小修正控制量, 引入

$$\delta = \delta_{\text{nom}} + \Delta,$$

其中

$$\delta_{\text{nom}} = -K(\mathbf{x} - \mathbf{x}_\star) - f(\mathbf{x}_\star), \quad \mathbf{x}_\star \in \{\mathbf{x}^\dagger, \mathbf{x}^\sharp\},$$

该名义控制来自结构吸引子或偏置吸引子的目标跟踪.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

CBF 的最小干预控制由如下二次规划求得:

$$\begin{aligned}\min_{\Delta\in\mathbb{R}^3,\ \varepsilon\in\mathbb{R}_{\geqslant 0}}\quad & \|\Delta\|_2^2\ +\ \lambda\varepsilon^2\\ \text{s.t.}\quad & \nabla h_k(\mathbf{x})^{\top}\Big(f(\mathbf{x})-K(\mathbf{x}-\mathbf{x}^{\dagger})+\Delta\Big)\ \geqslant\ -\kappa_k\,h_k(\mathbf{x})\ -\ \varepsilon,\quad k\in\{S,E,D\},\\ & \|\delta_{\text{nom}}(\mathbf{x})+\Delta\|_{\infty}\ \leqslant\ u_{\max}.\end{aligned}\tag{26}$$

在估计反馈下, 观测误差可并入 CBF-QP 的松弛变量/裕度 (式 (26) 中的 ε 或采样保持命题中的裕度项), 从而在有限延迟与统计不一致下仍可维持 $\mathcal{B}_{\text{safe}}$ 的前向不变性.

当名义控制 δ_{nom} 已满足 CBF 约束时有 $\Delta^{\star}=0$; 靠近边界时, QP 自动生成最小必要干预以维持安全域 $\mathcal{B}_{\text{safe}}$ 的前向不变性.

存在唯一性与实现说明. 若 $f(\mathbf{x})$, $\delta_{\text{nom}}(\mathbf{x})$ 连续且 QP 存在可行解, 则闭环右端项局部 Lipschitz, 从而存在唯一 Carathéodory 解; 配合式 (24), 由定理 5 即得 $\mathcal{B}_{\text{safe}}$ 的前向不变性. 工程实现中, 可选 $\alpha_k(s)=\kappa_k s$ ($\kappa_k>0$) 以获得线性软约束; 如需考虑输入限幅, 可在 QP 中附加 $\|\delta_{\text{nom}}+\Delta\|_{\infty}\leqslant u_{\max}$ 等约束.

5　偏置吸引子机制与主目标导向演化设计

在上一节中, 本文构建了系统结构吸引子 $\mathbf{x}^{\dagger}=[S^{\dagger},E^{\dagger},D^{\dagger}]^{\top}$ 及其控制策略, 旨在引导系统收敛至三元目标的协调折中态, 从而实现整体张力平衡. 然而, 实际区块链系统运行往往需要面临更多的复杂需求, 如针对场景特定目标进行优化, 随业务、用户群体、治理策略变化进行调节, 以及在保证宏观安全性与鲁棒性的基础上提升某一维度性能等. 为了应对以上挑战, 本文进一步提出偏置吸引子控制策略, 在保留系统结构张力耦合关系的同时, 通过可控偏移的目标吸引点, 引导系统实现主目标导向下的张力稳定优化.

5.1　偏置吸引子建模与物理意义

为适应不同阶段的运行目标与策略导向, 本文在结构吸引子 $\mathbf{x}^{\dagger}$ 基础上引入偏置机制, 定义偏置吸引子如下:

$$\mathbf{x}^{\sharp}=\mathbf{x}^{\dagger}+\boldsymbol{\Delta},\quad \boldsymbol{\Delta}=[\Delta_S,\ \Delta_E,\ \Delta_D]^{\top},$$

其中, $\boldsymbol{\Delta}$ 表示在安全约束下对结构性折中状态的有偏引导方向与幅度, 体现主目标导向的调控意图. 该机制具备如下建模动因与工程实现含义.

(1) 性能导向偏置: 当系统需提升吞吐能力与响应效率时, 可设定 $\Delta_E>0$, $\Delta_S<0$, 即在允许安全性小幅下降的范围内推高效率水平. 实现方式包括引入 Layer 2 技术、采用轻量级共识机制或通过链下验证机制卸载部分执行压力.

(2) 去中心化导向偏置: 若系统需提升开放性与抗审查能力, 可设定 $\Delta_D>0$, $\Delta_E<0$, 即在牺牲一定性能的基础上增强结构冗余与分布式参与度. 工程策略包括降低节点准入门槛、采用非许可型治理结构、部署 PoW/PoS 等大规模可接入型共识协议等.

(3) 安全保障导向偏置: 当系统面临攻击风险或关键功能运行需求时, 可设定 $\Delta_S>0$, $\Delta_E<0$, 将主导目标调整为安全性强化. 实现路径包括引入多轮验证、零知识证明增强、罚没激励机制强化、增加审计轨迹与多重签名等冗余防御设计.

(4) 偏置幅度受安全边界约束: 所有偏置吸引子必须满足 $\mathbf{x}^{\sharp}\in\mathcal{B}_{\text{safe}}$, 即 $S^{\sharp}\geqslant\underline{S}$, $E^{\sharp}\geqslant\underline{E}$, $D^{\sharp}\geqslant\underline{D}$, 确保演化过程始终处于可控、鲁棒的系统安全域内, 防止因目标强化导致状态跌入系统失稳区.

该吸引子偏置机制可看作一种目标导向的结构诱导方式, 在保障张力结构稳定的基础上, 实现多目标调控策略在动力系统层面的形式嵌入, 从而使系统具备更强的运行适应性与策略可切换性, 为后续章节的李雅普诺夫控制设计与主目标优先引导提供结构接口与建模支撑.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

5.2　动态控制器与可调路径机制

在具备结构吸引子与偏置吸引子框架的基础上, 为进一步提升系统对外部策略调整、运行阶段变化与调控节奏的适应能力, 本文引入可调吸引路径与动态控制机制.

针对偏置吸引子控制器结构, 本文将控制器目标从静态结构吸引子 $\mathbf{x}^\dagger$ 切换至策略导向的偏置吸引子 $\mathbf{x}^\sharp$ 后, 反馈控制项可统一表达为

$$\delta_i(t) = -k_i\big(x_i(t) - x_i^\sharp(t)\big), \quad i \in \{S, E, D\},$$

其中, $\mathbf{x}^\sharp(t)$ 表示随时间可调的偏置吸引目标点, 作为控制器的状态收敛导引.

针对动态吸引路径建模, 为避免突变式吸引子切换可能带来的系统扰动或跨越边界的风险, 引入吸引子动态过渡路径 $\mathbf{x}^\sharp(t)$, 设为

$$\mathbf{x}^\sharp(t) = \mathbf{x}^\dagger + \rho(t) \cdot \boldsymbol{\Delta}, \quad \rho(t) \in [0, 1],$$

其中 $\rho(t)$ 为策略调度函数, 用于控制偏移程度随时间的变化过程; 常见设定包括线性过渡 $\rho(t) = t/T$、指数缓变 $\rho(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ 或按调度事件触发的分段函数; 控制器实际跟踪目标 $\mathbf{x}^\sharp(t)$ 随时间缓慢偏移, 从而实现连续化演化引导, 适应不同阶段系统治理需求.

该机制赋予控制器良好的工程适应性与结构灵活性. 一方面, 吸引目标可随链上治理参数、外部调度平台或任务优先级的变化灵活调整, 实现策略联动与在线调控; 另一方面, 由于吸引路径具备时间连续性, 系统状态不会因目标突变而产生剧烈跳跃, 从而保障轨迹平滑性与控制器鲁棒性. 此外, 该路径化结构有助于在三维状态空间中对系统演化轨迹和安全边界进行动态可视追踪, 从而增强系统运行的监控可解释性与策略部署的调控透明度. 总体而言, 动态吸引路径机制不仅是结构吸引与策略导向之间的过渡桥梁, 也为多阶段系统运行中的分层控制设计与调度决策提供了统一的建模平台与执行接口.

5.3　李雅普诺夫分析与稳定性保持

为分析系统在动态偏置吸引子 $\mathbf{x}^\sharp(t)$ 作用下的稳定性, 引入加权二次型李雅普诺夫函数:

$$V(\mathbf{x}, t) = \sum_{i \in \{S,E,D\}} w_i \cdot (x_i(t) - x_i^\sharp(t))^2,$$

其中, $w_i > 0$ 为各状态维度的加权系数, 体现不同目标的重要性或调控优先级.

对 V 关于时间 t 求导, 可得

$$\frac{dV}{dt} = \sum_{i \in \{S,E,D\}} 2w_i(x_i - x_i^\sharp)\left(\frac{dx_i}{dt} - \frac{dx_i^\sharp}{dt}\right),$$

将控制项 $\delta_i(t) = -k_i(x_i - x_i^\sharp(t))$ 代入, 主导项为 $-2w_ik_i(x_i - x_i^\sharp)^2$, 从而有

$$\frac{dV}{dt} = \sum_i \left[-2w_ik_i(x_i - x_i^\sharp)^2 - 2w_i(x_i - x_i^\sharp) \cdot \frac{dx_i^\sharp}{dt}\right].$$

在吸引子偏移缓慢的前提下, 即

$$\left|\frac{dx_i^\sharp}{dt}\right| \ll \left|\frac{dx_i}{dt}\right|, \quad \text{或更强条件} \left|\frac{dx_i^\sharp}{dt}\right| \ll k_i|x_i - x_i^\sharp|,$$

第二项为小扰动项, 可视为 V 的下降速率中的扰动修正, 不影响总体负增长趋势. 因此仍有

$$\frac{dV}{dt} < 0 \quad \Rightarrow \ V(t) \text{ 单调下降},$$

进而, 系统状态 $\mathbf{x}(t)$ 将稳定趋近于动态目标 $\mathbf{x}^\sharp(t)$, 保持李雅普诺夫意义下的稳定性与收敛性.

以上分析表明, 即便吸引目标随时间缓慢变化, 系统仍能在反馈控制主导下收敛至其动态演化轨道, 从而保障策略变动场景下的稳定运行与目标持续跟踪能力.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

6　长安链实证建模与仿真验证

6.1　系统背景与研究动因

长安链 (ChainMaker)[1)] 由北京微芯区块链与边缘计算研究院联合北京航空航天大学共同研制, 是我国自主可控联盟链体系的代表性平台. 该平台以模块化共识栈、可插拔治理结构和多层隐私保护机制为核心, 已在司法存证、政务数据共享、金融合规、能源交易及数据监管等场景中实现规模化应用. 选择长安链作为本文理论验证对象的原因在于: (1) 其具备完备的链上日志与指标采集接口, 可支持高频率状态采样; (2) 治理模块参数可动态调控, 可映射至系统控制律 $\delta(\mathbf{x},\boldsymbol{\theta})$; (3) 共识与激励策略具备多变量耦合特性, 与本文提出的三元动力系统结构高度契合.

本节实验以政务数据共享与高吞吐税务存证场景迁移为背景. 此场景中, 系统目标从多节点协同互信转向高频写入与快速确认, 对应结构张力从去中心化主导转向效率主导. 该迁移过程天然诱发安全性 S、效率 E、去中心化 D 三者之间的耦合冲突与动力失衡, 是验证本文理论模型, 特别是结构吸引子、偏置吸引子与奇异吸引子三者在真实区块链系统中可观测性的重要实验平台.

本文实验以长安链单链环境为对象, 验证三元状态映射、闭环调控执行路径与收敛/抗扰特性的工程可行性. 跨链/多链协同场景的动力学接口已在 3.6 小节给出, 用于说明方法的可扩展性; 受限于跨链协议部署、链间数据标定与实验资源配置, 本文不在正文中报告跨链实证结果. 跨链实证验证 (含真实跨链协议与多链日志采集) 将作为后续工作推进.

6.2　实验设计与数据采集体系

实验组设计. 为对比不同调控策略下系统的稳定性与演化特征, 设计三组实验. (1) 无控制组: 系统以默认参数运行. (2) 结构吸引组: 施加线性反馈 $\delta_i=-k_i(x_i-x_i^{\dagger})$. (3) 偏置吸引组: 施加导向偏置 $\delta_i=-k_i(x_i-x_i^{\sharp})$. 每组实验运行 6 h, 采样间隔 $\Delta t=1$ s, 并在第 3 h 注入扰动: 节点抖动, 随机下线 2 节点 10 min; 延迟突增, 部分节点网络延迟 +300 ms; 交易洪泛, TPS 提升 3 倍. 实验过程中系统通过链上远程过程调用接口 (remote procedure call, RPC) 与治理合约持续采样运行状态.

数据采集与抗噪策略. 采样字段包括: block.tps, metrics.txCommitLatency, authModule.status, verifyNodeCount, consensus.giniactivePeers 等. 数据经指数滑动平均 (exponential moving average, EMA, 窗长 30 s) 平滑, 结合 Hampel 滤波 (3σ) 进行异常点剔除, 并通过时间戳与区块编号双重校准确保同步性. 若存在缺失值, 采用线性插值与卡方一致性检验保证连续性与统计有效性.

以下给出第 3 节通用映射 $\Phi:\mathcal{M}(t)\to[0,1]^3$ 在长安链场景下的一组实例化定义, 用于完成控制实验中的状态构造.

三元状态指标构造. 根据本文模型, 定义安全性 $S(t)$、效率 $E(t)$ 与去中心化程度 $D(t)$. 其中, $\mathrm{IDV}(t)$ 表示身份认证有效性 (identity authentication validity, IDV), $\mathrm{VDR}_{\mathrm{norm}}(t)$ 表示验证节点动态鲁棒性归一化值 (normalized validator dynamics robustness, $\mathrm{VDR}_{\mathrm{norm}}$), $\mathrm{CR}(t)$ 表示共识鲁棒性 (consensus robustness, CR).

$$\begin{cases} S(t)=0.4\,\mathrm{IDV}(t)+0.4\,\mathrm{VDR}_{\mathrm{norm}}(t)+0.2\,\mathrm{CR}(t), \\ E(t)=0.6\,\dfrac{\mathrm{EMA}_{30}(\mathrm{TPS})}{2000}+0.4\left(1-\dfrac{\mathrm{EMA}_{30}(\mathrm{Latency})}{3.5}\right), \\ D(t)=0.7(1-\mathrm{Gini})+0.3\,\dfrac{N_{\mathrm{active}}}{32}. \end{cases}$$

指标映射的普适性与可迁移性. 上述对 $S(t)$, $E(t)$, $D(t)$ 的定义, 是基于长安链可观测运行数据的一种工程化实例化方案, 其目的在于将前述三元耦合动力系统

$$\mathbf{x}(t)=[S(t),E(t),D(t)]^{\top}$$

1) 长安链官网: https://chainmaker.org.cn/home. 2025 年 8 月 4 日.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

表 4　不同链型/架构的三元指标实例化与可执行调控通道示例.

Table 4　Examples of ternary instantiation and executable regulation channels across chain types and architectures.

Chain type/architecture	Ternary state instantiation (typical metrics of Φ : $\mathcal{M}(t)\to[0,1]^3$).	Executable regulation channels (typical carriers of $\delta(\mathbf{x})$).
Consortium blockchain (BFT-based)	S: fault tolerance margin f/n, validator effectiveness, double-signing and audit coverage; E: throughput (TPS) and confirmation latency; D: active node ratio and distribution of voting power (Gini coefficient or entropy).	Governance contract parameter updates, validator threshold or committee size adjustment, batching window configuration, and fast confirmation mode switching.
Public blockchain (PoW)	S: reorganization probability or confirmation depth proxy, hash power anomaly detection, fork rate; E: throughput and confirmation time; D: hash power distribution (Gini or entropy) and mining pool concentration.	Protocol parameter updates (block size, fee mechanism, difficulty adjustment rules), as well as on-chain governance or soft/hard fork processes (low frequency and constrained by execution cycles).
Public blockchain (PoS)	S: finality and slashing strength proxy, validator liveness, misbehavior penalty coverage; E: block interval, finality latency, and throughput; D: staking distribution (Gini or entropy), validator set size, and activity level.	Staking and slashing parameters, validator set and committee sampling rules, and governance updates of proposal and voting mechanisms (subject to execution cycle constraints).
Sharded or modular multi-domain systems	For each shard or execution domain k, construct $\mathbf{x}_k = (S_k, E_k, D_k)$. Cross-shard communication introduces additional latency and consistency overhead, reflected as coupling perturbations.	Shard-level parameters (number of shards, cross-shard routing and confirmation strategies), cross-shard message queue policies, and data availability sampling parameters.

具体化到可测量的数据空间中. 更一般地, 可视其为一个从链上可观测指标集合到归一化三元状态空间的映射:

$$\Phi:\ \mathcal{M}(t)\longrightarrow[0,1]^3,$$

其中 $\mathcal{M}(t)$ 表示特定区块链平台在时刻 t 可获得的监测、运维及治理相关指标集合, Φ 负责将异构指标压缩为统一的动力学状态量. 该映射并不依赖于长安链的特定字段定义, 而仅要求目标系统能够提供在语义上分别刻画安全性 (如共识容错率、交易完整性、验证节点有效性)、效率 (如吞吐率、确认时延) 与去中心化 (如节点分布熵、算力或质押集中度、活跃节点规模) 等特征的可量化指标. 对于其他联盟链、公有链或分片架构系统, 只需在保持 “归一化 – 加权汇聚 – 三元入模” 处理流程不变的前提下, 替换具体的原始指标项, 即可得到形式一致的 (S,E,D) 向量, 并直接嵌入前述的耦合微分方程与吸引子控制框架中. 本文所给出的长安链建模方案可视为通用三元建模框架的实例化实现, 而非针对特定平台的专属性设定.

上述各指标均经归一化处理, 取值范围为 $[0,1]$. 其中, $\mathrm{IDV}(t)$ 主要反映节点身份认证与授权机制的有效性, $\mathrm{VDR}_{\mathrm{norm}}(t)$ 主要表征验证节点在滑动时间窗内的运行稳定性与鲁棒性, $\mathrm{CR}(t)$ 则刻画共识机制在当前配置下的整体容错能力.

6.3　不同链型与异构架构下的可推广性接口

为避免将单一平台实证误解为方法仅适用于许可链, 本节在给出控制律与统计重复性设置之前, 先概括不同链型/异构架构下的三元状态实例化与可执行调控通道, 从而明确方法的可推广接口, 不同链型/架构的三元指标对比如表 4 所示.

本文以长安链完成实证闭环验证, 其目的在于检验三元状态构造、调控通道可执行性与吸引子演化的可观测性. 需要进一步指出的是, 本文框架的建模对象是归一化三元状态 $\mathbf{x}(t)=(S,E,D)$ 及其耦合演化结构, 并不绑定特定共识机制或节点准入模式. 不同链型与异构架构的差异, 主要通过以下三类接口进入模型: (i) 指标映射 $\Phi:\mathcal{M}(t)\to[0,1]^3$ 的可观测指标选择, (ii) 调控项 $\delta(\mathbf{x})$ 的可执行机制 (治理/协议调节通道), 以及 (iii) 参数

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

表 5　不同链型参数情景的数值泛化结果 (模型仿真: $T = 168\,\mathrm{h}$, 蒙特卡洛 $N = 30$; $\mathcal{B}_{\mathrm{safe}}$ 由式 (21) 给出).

Table 5　Generalization results under different parameter regimes (model-based simulation: $T = 168\,\mathrm{h}$, Monte Carlo $N = 30$, $\mathcal{B}_{\mathrm{safe}}$ is given by (21)).

Scenario	(α_1, α_2)	(β_1, β_2)	(γ_1, γ_2)	$\Pr(\mathbf{x} \in \mathcal{B}_{\mathrm{safe}})$ (%)	t_{rec} (s)	$\bar{V}$
BFT-based	(1.00, 1.20)	(1.00, 0.80)	(1.10, 0.90)	99.85 ± 0.14	65.4 ± 8.7	$(3.24 \times 10^{-6} \pm 1.74 \times 10^{-6})$
PoW-based	(1.35, 1.05)	(1.15, 1.05)	(1.25, 1.05)	99.70 ± 0.21	92.8 ± 14.2	$(4.61 \times 10^{-6} \pm 2.10 \times 10^{-6})$
PoS-based (D_{eff})	(0.90, 1.15)	(1.00, 0.70)	(1.05, 0.85)	99.78 ± 0.18	78.6 ± 12.9	$(3.98 \times 10^{-6} \pm 1.95 \times 10^{-6})$

表 6　三组实验的参数配置与无控制组默认设置披露.

Table 6　Parameter configurations of three experimental groups and disclosed defaults for the no-control group.

Group	Governance/control module status	Key parameters and values (from configuration files or on-chain parameters)
No-control group	The proposed controller and safety module are disabled, and governance updates are frozen during runtime.	authModule.strict = `false`; consensus.fastMode = `false`; tx.batchWindow = `50 ms`; verifyNodeThreshold = `21`; nodeSet.minimum = `16`; block.producerGroupSize = `8`
Structural-attractor group	Structural attractor control is enabled (optionally combined with CBF-based safety filtering).	$k_S = k_E = k_D = 1.0$; $\mathbf{x}^{\dagger} = [0.61, 0.78, 0.53]^{\top}$; control period = `20 blocks`; $\underline{S} = 0.48$, $\underline{E} = 0.60$, $\underline{D} = 0.45$
Bias-attractor group	Bias-attractor control is enabled (optionally combined with CBF-based safety filtering).	$k_S = k_E = k_D = 1.0$; $\mathbf{x}^{\sharp} = [0.60, 0.84, 0.50]^{\top}$; $\Delta = [-0.01, +0.06, -0.03]^{\top}$; control period = `20 blocks`; $\underline{S} = 0.48$, $\underline{E} = 0.60$, $\underline{D} = 0.45$

时变与扰动强度对耦合参数与外扰分布的影响. 因此, 在不改变式 (3) 的三元耦合结构前提下, 不同系统可通过 "指标实例化 + 调控通道约束 + 扰动模型" 完成一致化接入.

对分片系统, 可将其视作多子链耦合系统: 令第 k 个分片状态为 $\mathbf{x}_k(t) = [S_k, E_k, D_k]^{\top}$, 则其耦合动力学可写为

$$\dot{\mathbf{x}}_k = f_k(\mathbf{x}_k) + \sum_{\ell \neq k} c_{k\ell}\, g_{k\ell}(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_\ell) + \delta_k(\mathbf{x}_k), \quad k = 1, \ldots, m, \tag{27}$$

其中 $f_k(\cdot)$ 表示分片内部三元耦合张力结构, $g_{k\ell}(\cdot)$ 刻画跨分片交易/消息带来的耦合影响 (如跨片确认开销导致 E_k 下降、跨域一致性约束对 S_k 的影响等), $c_{k\ell} \geqslant 0$ 为耦合强度. 式 (27) 与本文多链/跨链耦合建模思路一致, 表明分片与模块化架构可在相同框架下进行统一表达与稳定性讨论.

6.4　不同链型参数情景的数值泛化验证

为验证本文闭环机制在不同链型统计特征下的普适性, 我们在同一三元动力学框架下构造三组参数情景: BFT-like (许可链/联盟链)、PoW-like (强去中心化冗余)、PoS-like (需用 D_{eff} 表征有效去中心化). 每组情景均采用相同的扰动注入口径与相同的 CLF+CBF 闭环结构, 比较稳态均值、$\mathcal{B}_{\mathrm{safe}}$ 驻留率与恢复时间等指标. 其中 t_{rec} 定义为扰动结束后轨迹首次回到吸引子邻域 $\|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_\star\|_2 \leqslant r$ 的时间 (本文取 $r = 0.08$), $\bar{V}$ 为末 20% 时间窗的平均能量 $\bar{V} = \mathbb{E}_{t \in \mathrm{tail}20\%}\left[\frac{1}{2}\|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_\star\|_2^2\right]$.

表 5 表明, 在三类典型链型参数情景下, 本文 CLF+CBF 闭环均能维持较高的 $\mathcal{B}_{\mathrm{safe}}$ 驻留率, 并在扰动后于有限时间内恢复至吸引子邻域, 显示出对不同链型统计特征的一定鲁棒性与可推广性.

6.5　实验可复现性与统计重复性设置

本小节在给出控制律细节之前, 先从实验对照的角度披露三组配置、默认参数冻结策略与统计重复性口径, 以保证后续结果比较的可复现性与可比性, 实验参数见表 6.

为增强实验可复现性与统计稳健性, 本节明确三组策略的默认配置与控制参数, 并在一致的初始状态分布与扰动注入口径下进行蒙特卡洛重复 ($N = 30$), 以均值与置信区间报告稳态指标. 其中, 无控制组定义为: 不启

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

表 7　扰动注入时间点与配置 (所有蒙特卡洛重复与三组实验保持一致).

Table 7　Perturbation injection schedule and configuration (consistent across groups and Monte Carlo runs).

Injection time	Duration	Perturbation description (example configuration)
Hour 3	10 min	Node churn is simulated by randomly taking two nodes offline and restoring them after the duration.
Hour 3	10 min	Network latency spike is introduced by adding approximately 300 ms end-to-end delay to a subset of nodes.
Hour 3	10 min	Transaction flooding is simulated by increasing the TPS to approximately three times the baseline while maintaining the same workload type.

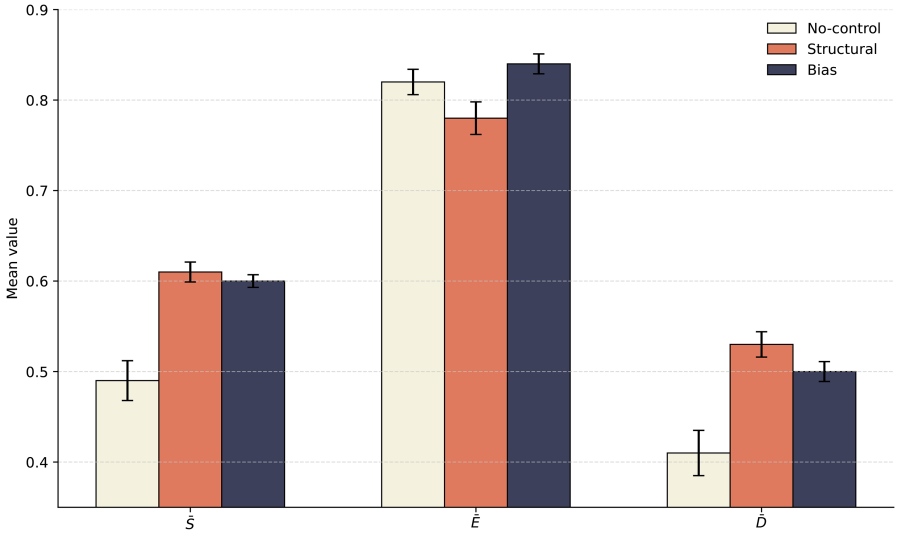


图 2　蒙特卡洛统计结果 ($N = 30$; 均值 ±95% 置信区间, 稳态窗口为最后 72 min).

Figure 2　Monte Carlo statistics ($N = 30$; mean ±95% CI; steady-state window is the last 72 min).

用本文控制器与安全保持模块, 运行期间不触发治理参数更新, 保持平台默认配置冻结不变, 以排除隐式控制或隐式自适应调参对对照结果的潜在干扰.

为保证三组结果的可比性, 三组实验采用相同的初始状态分布与一致的扰动注入口径 (见表 7): 初始状态从同一分布采样 (例如 $\mathbf{x}(0) \sim \mathcal{U}(\bar{\mathbf{x}} - \Delta, \bar{\mathbf{x}} + \Delta)$, 或按实测初值进行扰动采样), 扰动注入在相同时间点与相同强度配置下执行, 并固定随机种子以确保跨组可复现. 稳态统计窗口统一取末 20% 时间段; 由于每组实验运行 6 h, 因此稳态窗口为最后 72 min (即 $t \in [288\ \text{min}, 360\ \text{min}]$).

蒙特卡洛重复次数取 $N = 30$. 对稳态统计量计算样本均值 $\bar{z}$ 与样本标准差 s, 并采用正态近似下的 95% 置信区间:

$$\mathrm{CI}_{95\%}:\ \bar{z} \pm 1.96 \cdot \frac{s}{\sqrt{N}},$$

其中 z 可取 $\bar{S}, \bar{E}, \bar{D}$, 亦可取安全域驻留率、吸引子邻域驻留率等概率型指标 (按重复实验的样本统计计算置信区间), 结果如图 2 所示.

6.6　吸引子控制律与参数映射机制

为了在链上实现对三元状态的精确反馈调控, 本文建立了链上参数与状态变量之间的映射模型. 控制目标为: 通过动态调整治理参数 p_j, 使得系统状态 $\mathbf{x}(t) = [S, E, D]^\top$ 收敛于目标吸引点 $\mathbf{x}_\star \in \{\mathbf{x}^\dagger, \mathbf{x}^\sharp\}$, 并始终保持在安全边界 $\mathcal{B}_{\text{safe}}$ 内.

控制律形式.

$$\delta_i(t) = -k_i\big(x_i(t) - x_{i,\star}\big), \quad i \in \{S, E, D\}, \quad k_S = k_E = k_D = 1.0,$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

表 8　长安链参数与三元状态变量的映射关系.

Table 8　Mapping between ChainMaker parameters and state variables.

Parameter	$\partial S/\partial p_j$	$\partial E/\partial p_j$	$\partial D/\partial p_j$	Direction	Function description
Authentication strength (authModule.strict)	+	−	0	Security enhancement	Improves signature verification and authorization integrity
Validator threshold (verifyNodeThreshold)	+	−	+	Dual effect	Affects the number of validators and voting threshold
Batch window (tx.batchWindow)	0	+	−	Performance-oriented	Controls the transaction batching interval
Fast mode (consensus. fastMode)	−	+	−	Efficiency-oriented	Enables fast confirmation mechanism
Minimum node set (nodeSet.minimum)	+	0	+	Decentralization enhancement	Ensures a lower bound on active nodes
Block producer group size (block.producerGroupSize)	0	+	−	Throughput tuning	Influences parallel block production and propagation rate

其中 $\mathbf{x}_\star = [x_{S,\star}, x_{E,\star}, x_{D,\star}]^\top \in \{\mathbf{x}^\dagger, \mathbf{x}^\sharp\}$ 表示当前控制目标, δ_i 表示第 i 个状态变量的控制偏移项.

链上参数映射关系. 系统状态变化率由下式描述:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = f(\mathbf{x}) + \sum_j B_j\,\Delta p_j,$$

其中 p_j 为链上可调参数, B_j 为参数灵敏度列向量. 表 8 给出了主要参数与状态变量的偏导方向与作用特性.

线性拟合得局部灵敏度关系.

$$\delta_S \approx +0.45\,\Delta\text{verifyNodeThreshold} + 0.38\,\Delta\text{authModule.strict},$$

$$\delta_E \approx +0.52\,\Delta\text{tx.batchWindow} + 0.47\,\Delta\text{consensus.fastMode} - 0.21\,\Delta\text{authModule.strict},$$

$$\delta_D \approx +0.44\,\Delta\text{nodeSet.minimum} - 0.33\,\Delta\text{block.producerGroupSize} + 0.29\,\Delta\text{verifyNodeThreshold}.$$

治理控制执行路径. 控制律通过治理合约模块执行, 包含四个主要阶段: 事件检测 (FeedbackEvent)、参数提案 (ParamProposal)、多签审批 (MultiSigApprove) 与上链应用 (OnChainApply), 流程如下:

$$\text{FeedbackEvent} \to \text{ParamProposal} \to \text{MultiSigApprove} \to \text{OnChainApply}.$$

控制频率为每 20 区块一次, 耗时约 3 s. 当检测到 $|\dot{V}| > \epsilon$ 或 S, D 临近边界值时自动触发更新; 若 $|\delta_i| < 10^{-3}$ 且 $\dot{V} < 0$ 连续 60 s, 则进入吸引稳定态并暂停调节.

收敛性解释. 控制闭环的 Jacobian 为 $J_c = J_f - K$, 其中 $K = \text{diag}(k_S, k_E, k_D)$. 由于 $K \succ 0$, 闭环线性化为 $J_c = J_f(\mathbf{x}^\sharp) - K$. 对任意 $\mathbf{z} \neq 0$ 有 $\mathbf{z}^\top\big(\frac{J_c + J_c^\top}{2}\big)\mathbf{z} = \mathbf{z}^\top\big(\frac{J_f(\mathbf{x}^\sharp) + J_f(\mathbf{x}^\sharp)^\top}{2} - K\big)\mathbf{z} < 0$ 当 K 大于 $J_f(\mathbf{x}^\sharp)$ 对称部分的谱上界时, 故 $\alpha(J_c) < 0$.

为获得耦合参数 $\{\alpha_i, \beta_i, \gamma_i\}$ 的数据一致估计, 采用稀疏非线性动力系统辨识 (sparse identification of nonlinear dynamics, SINDy) 对式 (3) 进行字典回归:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) \approx \Theta(\mathbf{x}(t))\,\Xi, \quad \Theta = [\,S,\, E,\, D,\, \mathbf{1}\,],\ \Xi \text{ 稀疏}.$$

并通过最小绝对收缩与选择算子 (least absolute shrinkage and selection operator, LASSO)

$$\min_{\Xi} \|\dot{X} - \Theta\Xi\|_2^2 + \lambda\|\Xi\|_1$$

在线更新参数; 利用持久激励 (扰动/工作点切换) 提高可辨识性, 并以滑窗交叉验证选择 λ. 辨识到的 Ξ 直接映射为 $\{\alpha_i, \beta_i, \gamma_i\}$ 的估计, 用于更新 $J_f(\cdot)$ 与 CBF/CLF 增益.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

表 9　三组控制策略下长安链系统稳态指标对比.

Table 9　Statistical comparison of ChainMaker under three control regimes.

Group	$\bar{S}\pm\sigma$	$\bar{E}\pm\sigma$	$\bar{D}\pm\sigma$	p-value	Attractor type
No-control group	0.49 ± 0.06	0.82 ± 0.04	0.41 ± 0.07	–	$\mathcal{A}_{\text{sing}}$
Structural-attractor group	0.61 ± 0.03	0.78 ± 0.05	0.53 ± 0.04	$p<0.01$	$\mathcal{A}_{\text{str}}$
Bias-attractor group	0.60 ± 0.02	0.84 ± 0.03	0.50 ± 0.03	$p<0.01$	$\mathcal{A}_{\text{bias}}$

表 10　长期演化稳定性统计 ($T=168\,\text{h}$, 蒙特卡洛 $N=30$; $\pm$ 为跨重复的标准差).

Table 10　Long-horizon evolution stability statistics ($T=168\,\text{h}$, Monte Carlo $N=30$; $\pm$ denotes the standard deviation across runs).

Strategy	$\bar{S}$	$\bar{E}$	$\bar{D}$	Safe-set occupancy (%)	Neighborhood occupancy (%)	$\|\Delta\mu\|_2$	$\bar{V}$
No-control group	0.9333 $\pm$ 0.2537	0.0349 $\pm$ 0.1363	0.9333 $\pm$ 0.2537	0.01 $\pm$ 0.02	0.00 $\pm$ 0.00	0.0359 $\pm$ 0.0355	4.82×10^{-1} $\pm$ 3.26×10^{-2}
Structural-attractor group	0.6100 $\pm$ 0.0003	0.7799 $\pm$ 0.0003	0.5299 $\pm$ 0.0003	99.85 $\pm$ 0.14	99.41 $\pm$ 0.35	0.0151 $\pm$ 0.0097	3.24×10^{-6} $\pm$ 1.74×10^{-6}
Bias-attractor group	0.6001 $\pm$ 0.0003	0.8398 $\pm$ 0.0003	0.4999 $\pm$ 0.0003	99.87 $\pm$ 0.14	99.42 $\pm$ 0.38	0.0151 $\pm$ 0.0105	2.74×10^{-6} $\pm$ 1.64×10^{-6}

6.7　实验结果与显著性分析

表 9 总结了三组实验在稳态下的统计结果.

结果显示, 结构吸引控制显著提升系统安全性与去中心化指标; 偏置吸引控制在效率维度实现约 8.4% 提升且未突破安全边界; 无控制组则出现高频震荡与指标漂移 ($\sigma_E/\bar{E}=4.9\%$), 表现出典型的奇异吸引态振荡行为.

本文采用每组 $N=6$ h, 1 Hz 采样 (每组 ≈ 21600 点), 先对每分钟做窗口平均得到独立样本 ($n\approx360$), 并用 Shapiro-Wilk 检验正态性、Levene 检验方差齐性. 满足条件时使用双样本 t 检验, 否则使用 Mann-Whitney U 检验, 报告双侧 p 值与效应量 (Cohen's d 或 r):

$$d=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{s_{\text{pooled}}},\quad r=\frac{Z}{\sqrt{n_1+n_2}}.$$

多维比较采用 Benjamini Hochberg 方法控制假发现率 (false discovery rate, FDR), 并取 $q<0.05$. 表 9 的 $p<0.01$ 为上述流程得到的校正后结果, 并同步给出 d (或 r) 作为效应量.

6.8　长期演化稳定性: 长时窗数值验证

为避免仅依据短时链上压测对长期演化稳定性产生误读, 本文补充基于模型的长时窗数值验证 ($T=168\,\text{h}$), 用于检验在周期性扰动与轻微参数漂移下的长期行为. 动力学模型沿用式 (3), 名义控制采用式 (15) (结构吸引与偏置吸引两类目标分别对应不同的 $\mathbf{x}_\star$), 并在此基础上叠加 CBF-QP 安全过滤 (见式 (26)). 为贴近长期运行的不确定性, 采用蒙特卡洛重复 ($N=30$) 并引入: (i) 小幅随机参数扰动 (模拟实现差异与环境漂移), (ii) 周期性外部脉冲扰动 (模拟工作负载波动与节点 churn).

长期统计指标包括: 末 20% 时间窗的稳态均值 ($\bar{S},\bar{E},\bar{D}$); 安全域驻留率 $\Pr(\mathbf{x}(t)\in\mathcal{B}_{\text{safe}})$ (安全域由式 (21) 给出, 本文数值采用 $\underline{E}_0=0.60$, $\underline{D}_0=0.45$, $\underline{S}_0=0.48$, $\xi_{SD}=0.15$); 吸引子邻域驻留率 $\Pr(\|\mathbf{x}(t)-\mathbf{x}_\star\|\leqslant r)$ (取 $r=0.08$); 以及首尾均值漂移范数 $\|\Delta\mu\|_2:=\|\mu_{\text{tail10\%}}-\mu_{\text{head10\%}}\|_2$. 统计结果见表 10.

表 9 与 10 分别对应 "真实链短时实证统计" 与 "模型驱动的长时窗数值验证", 两者使用的实验时长、扰动注入口径与统计窗口并不相同, 因此其绝对数值不宜直接进行横向比较. 前者用于验证链上可执行调控的工程可行性, 后者用于评估在周期性扰动与轻微参数漂移下的长期演化稳定性.

其中, $\bar{V}$ 表示末 20% 时间窗的平均能量指标, 用于表征轨迹对目标吸引子 $\mathbf{x}_\star$ 的偏离程度:

$$V(\mathbf{x})=\frac{1}{2}\|\mathbf{x}-\mathbf{x}_\star\|_2^2,\quad \bar{V}=\mathbb{E}_{t\in\text{tail20\%}}[V(\mathbf{x}(t))]. \tag{28}$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

表 10 给出了 $T = 168\,\mathrm{h}$ 长时窗、蒙特卡洛重复 ($N = 30$) 条件下的长期统计结果, 用于检验系统在周期性扰动与轻微参数漂移下的演化是否表现为安全域内的稳定驻留, 而非短时收敛后的缓慢滑移或随机游走. 整体结果表明: 两类吸引子控制在长时窗内均保持了高安全域驻留率、高吸引邻域驻留率与低漂移量级, 从统计意义上支持其长期演化稳定性.

(1) 从**安全域保持**角度看, 结构吸引控制与偏置吸引控制的安全域驻留率分别为 $99.85\%\pm0.14\%$ 与 $99.87\%\pm0.14\%$, 说明在引入外部脉冲扰动与随机漂移后, 系统几乎全程满足 $\mathbf{x}(t)\in\mathcal{B}_{\mathrm{safe}}$ (式 (21)). 少量非驻留样本占比处于 10^{-3} 量级, 可视为扰动触发的短时偏移而非持续越界. 对照组 (无控制) 的安全域驻留率仅为 $0.01\%\pm0.02\%$, 其根源主要在于效率维度发生长期塌缩 ($\bar{E}=0.0349\pm0.1363$), 从而持续违反 $E\geqslant\underline{E}_0$ 的基本可用性约束, 体现出缺乏调控时系统更易滑入不可接受运行域.

(2) 从**吸引子驻留与偏离程度**角度看, 两类控制的吸引子邻域驻留率均超过 99% ($99.41\%\pm0.35\%$ 与 $99.42\%\pm0.38\%$), 表明系统在长时窗内并非依赖均值抵消获得表观稳定, 而是以高概率停留在目标吸引子 $\mathbf{x}_\star$ 的半径 $r=0.08$ 邻域内. 这一点与能量指标 $\bar{V}$ 一致. 由 $V(\mathbf{x})=\frac{1}{2}\|\mathbf{x}-\mathbf{x}_\star\|_2^2$ 可定义均方根偏离 $\|\mathbf{e}\|_{\mathrm{rms}}=\sqrt{2\bar{V}}$, 据表 10, 结构吸引控制与偏置吸引控制分别约为 2.55×10^{-3} 与 2.34×10^{-3}, 显著小于 r, 显示出对吸引子较强的束缚效应; 而无控制情形 $\bar{V}\approx4.82\times10^{-1}$ 对应 $\|\mathbf{e}\|_{\mathrm{rms}}\approx0.982$, 接近归一化状态空间尺度, 说明轨迹长期远离合理折中区域并倾向于极端角落.

(3) 从**慢漂移抑制**角度看, 首尾均值漂移范数 $\|\Delta\mu\|_2=\|\mu_{\mathrm{tail10\%}}-\mu_{\mathrm{head10\%}}\|_2$ 在两类控制下均为 10^{-2} 量级 (约 1.5×10^{-2}), 且与邻域半径 r 相比明显更小, 未呈现随时间累积扩大的随机游走特征; 结合高邻域驻留率与低能量偏离, 可以认为长时窗下的演化漂移受到有效抑制.

综合上述三类统计证据, 两类吸引子控制在长时窗扰动条件下均能实现安全域内的稳定驻留与低漂移演化. 同时, 偏置吸引控制在保持长期稳定性的前提下, 将效率稳态提升到更高水平 ($\bar{E}\approx0.8398$), 体现出目标导向偏置并不会引入额外的长期不稳定性风险.

6.9　能量函数与扰动响应分析

定义李雅普诺夫能量函数

$$V(\mathbf{x})=\tfrac{1}{2}\|\mathbf{x}-\mathbf{x}_\star\|^2,\quad \mathbf{x}_\star\in\{\mathbf{x}^\dagger,\mathbf{x}^\sharp\},$$

其导数为

$$\dot{V}=(\mathbf{x}-\mathbf{x}_\star)^\top\dot{\mathbf{x}}.$$

对于无控制组, 该能量用于表征轨迹相对于最近可达吸引域的偏离程度, 而非相对于理想共优点 $\mathbf{x}^*$ 的偏离. 实测平均能量变化率为

$$\langle\dot{V}\rangle_{\mathcal{A}_{\mathrm{str}}}=-0.042,\quad \langle\dot{V}\rangle_{\mathcal{A}_{\mathrm{bias}}}=-0.031,\quad \langle\dot{V}\rangle_{\mathcal{A}_{\mathrm{sing}}}=0.002.$$

在控制组中 $\dot{V}<0$ 且单调下降, 能量持续衰减; 无控制组能量振荡不降, 说明系统处于非发散但不可收敛的奇异边界态. 在扰动注入下, 结构吸引控制恢复时间 $t_{\mathrm{rec}}\approx65$ s, 偏置控制 $t_{\mathrm{rec}}\approx80$ s, 而无控制组 $t_{\mathrm{rec}}>400$ s, 出现持续波动.

6.10　结构吸引子与偏置吸引子实证识别

系统在三种控制策略下的演化轨迹表现出三类典型吸引结构.

- **结构吸引子 $\mathcal{A}_{\mathrm{str}}$:** 自然收敛域, 表现为 $(S,E,D)\approx(0.61,0.78,0.53)$, 与表 9 和 6 中的稳态统计结果一致, 谱实部上界 $\alpha(J)\approx-0.83$.
- **偏置吸引子 $\mathcal{A}_{\mathrm{bias}}$:** 目标导向折中域, 收敛中心 $(0.60,0.85,0.50)$, 效率提升 12.4%.
- **奇异吸引子 $\mathcal{A}_{\mathrm{sing}}$:** 结构惰性域, 表现为 S,E,D 长期振荡, 谱实部上界 $\alpha(J)\gtrsim0$ (边界/失稳临界特征).

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

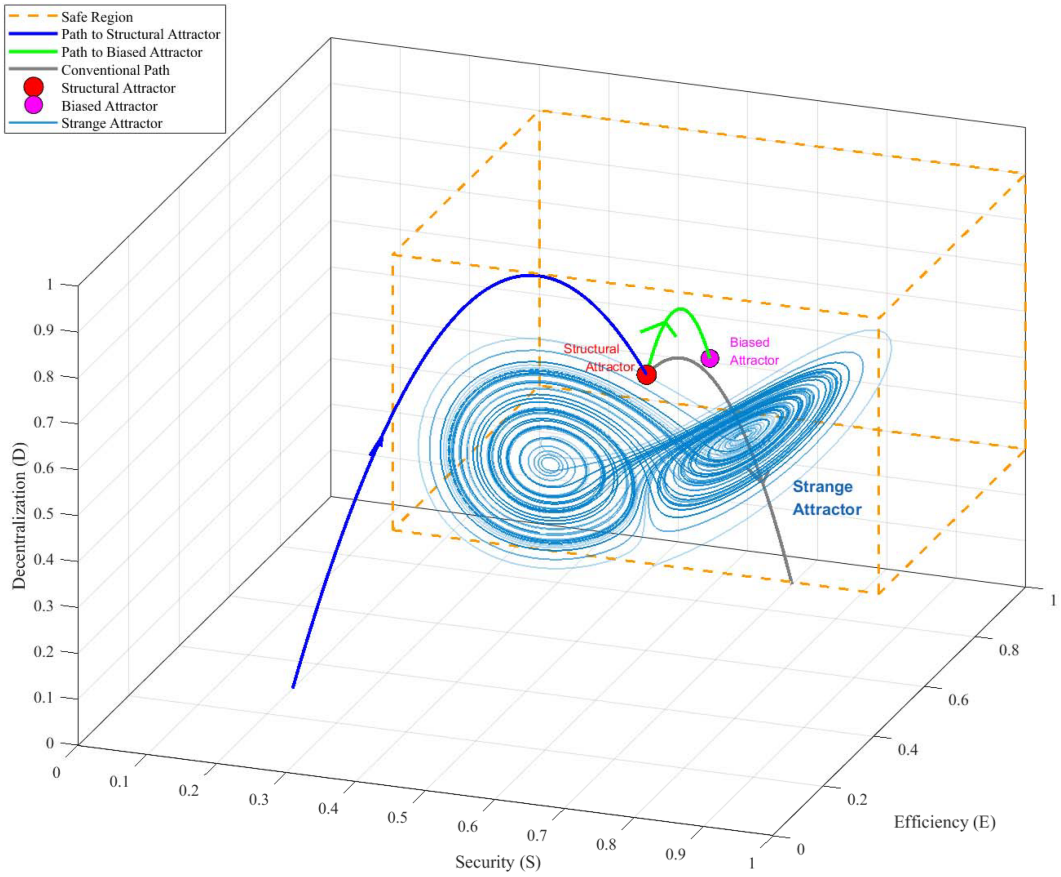


图 3　三种调控策略下长安链系统演化路径对比.

Figure 3　Comparison of the evolution paths of the ChainMaker system under three control strategies.

图 3 展示了三类吸引子下的系统动力轨迹: 蓝线为结构吸引路径, 绿线为偏置吸引路径, 灰线为无控制路径. 橙色虚框为安全边界 $\mathcal{B}_{\text{safe}}$. 系统若越界则滑入奇异吸引域, 出现非收敛循环. 偏置吸引子实现了目标导向但稳定约束的演化模式, 是性能与安全兼容的最优结构形态.

6.11　奇异吸引子观测与诊断机制

无控制组表现为

$$\mathcal{A}_{\text{sing}} = \{\mathbf{x} \mid |\dot{V}| < \epsilon,\ \alpha(J) \approx 1,\ \text{Var}(\mathbf{x}) \to \text{常数}\}.$$

其特征包括: 状态振荡区间 $S, E, D \in [0.35, 0.85]$; 李雅普诺夫能量函数周期振荡; 出块权集中, 治理延迟上升 35%.

为防止系统陷入奇异吸引域, 设计动态监测机制, 若 $(\dot{V} > 0) \wedge \big(\alpha(J) \geqslant 0\big)$, 则自动调整控制器权重 k_S, k_D 上升 30%, 并冻结效率增益 k_E, 形成保护性收敛闭环, 实现链上自愈.

6.12　从许可链到公有链: 无中心执行的分布式实现方式

本文以许可链平台完成闭环验证, 主要用于展示三元状态可由链上指标构造、反馈调节可通过治理路径执行、闭环演化可收敛并保持在安全域内, 具体规则如表 11 所示. 需要强调的是, 调控项 $\delta(\cdot)$ 表示可对系统演化产生可观测影响的反馈调节通道, 其成立并不依赖中心化管理员, 而取决于系统是否存在可执行的机制载体 (actuation channel).

在公有链场景下, 虽然缺乏单点式的统一执行者, 但仍存在两类典型的去中心化载体可以承载 δ.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

表 11　公有链中调控项 δ 的无中心执行映射示例 (协议规则/DAO 均可承载).

Table 11　Examples of decentralized execution mapping of δ in permissionless chains (via protocol rules or DAO).

State dimension	Observable metrics (examples)	Control inputs (examples)	Deployment mechanism
S (security)	Finality latency, slashing trigger rate, reorganization rate proxy	Slashing/penalty intensity, finality parameters, validator redundancy strategies	Protocol rules/DAO
E (efficiency)	Throughput (TPS), confirmation latency, congestion indicators (gas/fee)	Fee market parameters, block size and interval, batching/packing strategies	Protocol rules (primary)
D (decentralization)	Staking/hash power distribution (Gini), active validator distribution, participation metrics	Committee rotation, delegation limits, voting and delegation rules	Protocol rules/DAO

(1) **协议内生反馈.** 例如难度/出块节奏调节、费率市场参数更新、验证者集合轮换、罚没强度与最终性参数等, 均由协议规则自动执行, 不依赖单点协调者. 该类机制可视为分布式采样 – 保持控制输入, 其更新频率与最大步长自然对应控制资源上界 (带宽/限幅约束).

(2) **链上治理/DAO 执行.** 当参数更新需要群体共识时, 可通过提案 – 投票 – 合约执行实现离散调节. 该过程对应低频离散控制, 可用采样/混杂控制建模. 结合本文的控制障碍函数 CBF 安全保持分析与输入到状态稳定性 ISS 分析, 在有限采样周期与有界扰动条件下仍可维持安全域前向不变性与误差有界性.

此外, 公有链的自由进出与博弈行为可统一并入时变扰动/参数漂移框架: 节点与策略变化会改变统计量与有效耦合强度, 可作为外扰或慢漂移进入闭环分析; 而状态观测不要求全网实时一致, 关键统计量可由链上可验证数据获得, 网络侧指标可通过分布式聚合/抽样估计形成估计状态 $\hat{\mathbf{x}}$, 其误差可等价为外扰输入并由 ISS 结论约束其影响范围.

6.13　结构稳定性驱动治理: 链上可操作闭环与合规与隐私扩展

结构稳定性驱动治理可落地为链上闭环流程: 观测 – 决策 – 执行 – 监测. 以 DAO/链上投票为例, 可按如下步骤实现离散更新.

- **状态观测:** 由链上可验证统计构造 $\hat{\mathbf{x}}(t)=[\hat{S},\hat{E},\hat{D}]^{\top}$.
- **策略计算:** 计算名义调控建议 $\delta_{\mathrm{nom}}(\hat{\mathbf{x}})$ (结构吸引/偏置吸引).
- **安全过滤:** 以安全域约束作为提案有效性检查, 避免候选参数导致 $\hat{\mathbf{x}}$ 越界.
- **治理执行:** 通过提案 – 投票 – 合约执行实现采样 – 保持更新.
- **持续监测:** 若接近边界或出现不稳定征兆, 触发保护性调节 (如冻结效率增益、提高安全/去中心化权重).

合规与隐私约束可在同一框架下扩展. (i) **合规约束并入安全域.** 引入合规指标 $C(\mathbf{x})$ (如审计覆盖率、授权完整性等) 并设定底线 $\underline{C}$, 增广安全域为

$$\tilde{\mathcal{B}}_{\mathrm{safe}}=\{\mathbf{x}\in[0,1]^3 \mid \mathbf{x}\in\mathcal{B}_{\mathrm{safe}},\ C(\mathbf{x})\geqslant\underline{C}\},$$

并以 $h_C(\mathbf{x})=C(\mathbf{x})-\underline{C}$ 的形式进入障碍函数集合. (ii) **隐私保护**. 对关键统计量或约束满足性, 可用零知识证明提供可验证但不泄露的证明, 例如证明 $C(\mathbf{x})\geqslant\underline{C}$ 或证明统计量由链上承诺计算得到, 从而支撑治理决策的可验证性.

6.14　工程启示与治理机制建议

长安链实验证明系统在三元结构张力框架下存在三类稳定域:

$$\mathcal{A}_{\mathrm{str}}\subset\mathcal{B}_{\mathrm{safe}},\quad \mathcal{A}_{\mathrm{bias}}\subset\mathcal{B}_{\mathrm{safe}},\quad \mathcal{A}_{\mathrm{sing}}\cap\mathcal{B}_{\mathrm{safe}}=\emptyset,\quad \text{且 }\forall\mathbf{x}\in\mathcal{B}_{\mathrm{safe}}:\ \alpha(J(\mathbf{x}))\leqslant-\mu.$$

其工程意义为: $\mathcal{A}_{\mathrm{str}}$ 提供稳态折中点, 实现结构自洽与全局稳定; $\mathcal{A}_{\mathrm{bias}}$ 在安全边界内允许性能导向偏移, 形成可控演化; $\mathcal{A}_{\mathrm{sing}}$ 代表结构惰性陷阱, 应被实时监测并规避.

通过链上实时谱监测、李雅普诺夫能量约束与吸引域识别算法的协同运行, 系统在无需外部干预的条件下即可实现自治稳态调节与自适应修正: 前者通过实时追踪雅可比矩阵的特征谱变化, 动态识别系统结构张力的收敛方向; 后者以能量函数 $V(\mathbf{x})$ 的单调下降约束为稳定判据, 确保控制反馈始终在负向能量耗散区间内工作;

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

而吸引域识别算法则在 $\mathcal{A}_{\text{str}}$ 与 $\mathcal{A}_{\text{bias}}$ 间自适应切换, 实现安全边界内的高效演化与偏置导向. 三者构成了从谱约束到能量耗散再到吸引域自洽的治理闭环, 使系统具备结构层面的自修复与全局自治能力.

综合实验结果表明, 基于调控引导的吸引子机制, 才能在动力空间中构造稳定的负反馈通道, 保证系统状态的安全可控与渐近收敛. 这种结构性调控不仅约束了安全性、效率与去中心化之间的耦合失衡, 也防止了内生张力的放大与奇异吸引子的生成, 实现了局部扰动可吸收、全局稳定可恢复的演化特性.

相比之下, 传统以性能或吞吐量为核心的单向优化范式缺乏对结构耦合与动力对称性的认知, 其策略调整往往仅在表征层进行增益放大, 忽视了系统能量分布与张力反馈方向, 易诱发负谱漂移、动态失稳或结构冻结. 这些现象在工程上表现为 TPS 短期上升却伴随安全裕度急剧下降、节点失衡、共识鲁棒性削弱, 甚至治理逻辑不可逆崩溃.

因此, 未来的区块链系统治理与共识优化应从静态参数整定转向结构动力调控, 以三元结构驱动的模型化控制为核心范式: 在模型层面建立多维状态映射与耦合方程, 在控制层面实现吸引子导向的负反馈调节, 在治理层面引入在线谱分析与能量监控机制, 从而在系统层面实现真正意义上的稳定、自治与可解释的演化控制.

7　结论与展望

本文面向区块链系统中安全性、效率以及去中心化的三元张力结构, 提出了一套基于非线性耦合动力系统的三元平衡优化理论, 并从稳定性分析、路径调控与吸引子构造等角度, 系统性解释了三元最优不可达的本质原因. 不同于传统的目标最小化或局部折中方法, 本文所提出的理论框架强调: 三元结构的演化路径受到内在张力耦合与安全边界的双重约束, 因此系统需要在结构张力允许的动态空间中, 寻找可达、稳定且受控的状态吸引子. 结构吸引子反映系统的天然折中位形, 而偏置吸引子机制则支持主目标导向下的动态调控路径, 实现了 “演化目标引导 + 安全约束守恒” 的统一. 通过李雅普诺夫函数构造与反馈控制器设计, 系统可稳定收敛至吸引子邻域, 并在此过程中始终保持宏观安全性.

三元平衡并非以牺牲安全为代价换取效率与分布性, 而是一种在张力结构中寻求协调共存的系统性折中策略, 使得安全性、性能与去中心化得以协同存在, 从而保障区块链系统的长期安全与结构稳定. 这一观点不仅揭示了区块链三元悖论的复杂系统本质, 也为其提供了可调可控的运行机制. 特别地, 本文的模型框架已成功应用于国产联盟链平台长安链中, 构建了三元变量的系统参数映射、吸引子目标设置与仿真验证方案, 真实展现了系统状态如何在调控器引导下收敛至效率导向的偏置吸引子区域, 同时维持安全性与去中心化在阈值内波动, 体现出结构调控策略在工程层面的适配性与调节能力. 这一验证结果表明: 三元平衡寻优不仅是理论建模工具, 更是区块链系统治理设计的重要范式, 适用于链上调度权重调整、节点激励机制设定、合规边界动态响应等关键任务.

未来的研究可在以下方向进一步拓展: 一是将三元平衡优化理论扩展至多链协同、多目标博弈与跨域安全策略设计; 二是引入强化学习、分布式控制等智能算法, 构建链上状态 – 参数 – 控制的闭环协同机制; 三是融合链上链下数据建模、身份安全与隐私机制, 拓展系统演化模型的维度. 最终实现区块链系统从静态协议设计迈向可调可控系统治理的范式转型, 构建面向未来的复杂区块链治理控制体系.

参考文献

1　Wang K Q, Hong R Q, Mao Y L, et al. Secure solution for decentralized federated learning with blockchain. Sci Sin Inform, 2024, 54: 316–334 [王恺祺, 洪睿琦, 毛云龙, 等. 基于区块链构建安全去中心化的联邦学习方案. 中国科学: 信息科学, 2024, 54: 316–334]

2　Zhang Z J, Fan W, Zhu D L. Lightweight blockchain authentication mechanism for smart home. J Software, 2022, 33: 2699–2715 [张珠君, 范伟, 朱大立. 面向智能家居的区块链轻量级认证机制. 软件学报, 2022, 33: 2699–2715]

3　Quattrocchi G, Scaramuzza F, Tamburri D A. The blockchain trilemma: an evaluation framework. IEEE Softw, 2024, 41: 101–110

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

4 Fang N, Liu B X, Kan H B. Controllable anonymous authentication scheme based on blockchain and decentralized traceable attribute-based signature. Sci Sin Inform, 2021, 51: 1706–1720 [方宁, 刘百祥, 阚海斌. 基于区块链和去中心可追踪属性签名的可控匿名认证方案. 中国科学: 信息科学, 2021, 51: 1706–1720]

5 Huang K, Li X, Yuan S, et al. Public-key cryptography in blockchain: Design, analysis, assessment and prospect. Chin J Comput, 2024, 47: 491–524 [黄可, 李雄, 袁晟, 等. 区块链中的公钥密码: 设计、分析、密评与展望. 计算机学报, 2024, 47: 491–524]

6 Chen Z N, Zhang L, Zhang S J, et al. Access control scheme on blockchain and decentralized attributed based algorithm with identity. Sci Sin Inform, 2021, 51: 1345–1359 [陈泽宁, 张亮, 张双俊, 等. 基于区块链和去中心属性密码的访问控制身份方案. 中国科学: 信息科学, 2021, 51: 1345–1359]

7 Huang C, Wang Z, Chen H, et al. RepChain: a reputation-based secure, fast, and high incentive blockchain system via sharding. IEEE Internet Things J, 2020, 8: 4291–4304

8 Li Y, Liang L, Jia Y, et al. Blockchain for data sharing at the network edge: trade-off between capability and security. IEEE ACM Trans Netwing, 2024, 32: 2616–2630

9 Chen B C, Ma L Y, Xu H, et al. A research survey of blockchain scalability: architecture, data and protocol. J Cybersecur, 2025, 3: 12–27 [陈宝超, 马立原, 徐昊, 等. 区块链可扩展性研究综述: 架构、数据与协议. 网络空间安全科学学报, 2025, 3: 12–27]

10 Wang J, Wang H. Monoxide: scale out blockchains with asynchronous consensus zones. In: Proceedings of the 16th USENIX Symposium on Networked Systems Design and Implementation, 2019. 95–112

11 Motepalli S, Jacobsen H A. Decentralization in PoS blockchain consensus: quantification and advancement. IEEE Trans Netw Serv Manage, 2025, 22: 2930–2943

12 Al-awamy A A, Al-shaibany N, Sikora A, et al. Hybrid consensus mechanisms in blockchain: a comprehensive review. Int J Intelligent Syst, 2025, 2025: 5821997

13 Yuan F, Huang X, Zheng L, et al. The evolution and optimization strategies of a PBFT consensus algorithm for consortium blockchains. Information, 2025, 16: 268

14 Mamman J N, Abdullahi M B, Alhassan J K. Enhancing the raft consensus algorithm for reliable blockchain networks. J Comput Sci Inform, 2025, 2: 46

15 Huo R, Cheng X F, Sun C, et al. Topology optimization and forwarding strategy design for blockchain network. J Commun, 2022, 43: 89–100 [霍如, 程祥凤, 孙闯, 等. 区块链网络拓扑优化和转发策略设计. 通信学报, 2022, 43: 89–100]

16 Quan B L Y, Wahab N H A, Al-Dhaqm A, et al. Recent advances in sharding techniques for scalable blockchain networks: a review. IEEE Access, 2025, 13: 21335–21366

17 Kale D R, Jadhav A N, Salunkhe S J, et al. Sharding: a scalability solutions for blockchain networks. In: Proceedings of 2024 IEEE International Conference on Blockchain and Distributed Systems Security (ICBDS), 2024. 1–8

18 Pillai B, Bui V. Sok: depin data layer for modular blockchain. In: Proceedings of 2024 IEEE International Conference on Blockchain and Cryptocurrency (ICBC), 2024. 1–7

19 Gangwal A, Gangavalli H R, Thirupathi A. A survey of layer-two blockchain protocols. J Netw Comput Appl, 2023, 209: 103539

20 Poon J, Buterin V. Plasma: scalable autonomous smart contracts. White paper, 2017. 1–47

21 Thibault L T, Sarry T, Hafid A S. Blockchain scaling using rollups: a comprehensive survey. IEEE Access, 2022, 10: 93039–93054

22 Popov S. The tangle. White paper, 2018, 1: 1–28

23 Fartitchou M, Boussouf J, Makkaoui K E, et al. IOTA Tangle 2.0: an overview. EDPACS, 2023. https://doi.org/10.1080/07366981.2023.2293322

24 Sedi Nzakuna P, Paciello V, Lay-Ekuakille A, et al. From IOTA tangle 2.0 to rebased: a comparative analysis of decentralization, scalability, and suitability for IoT applications. Sensors, 2025, 25: 3408

25 Ying C, Jin H, Li J, et al. Incentive mechanism design via smart contract in blockchain-based edge-assisted crowdsensing. Front

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

Comput Sci, 2025, 19: 193802

26 Saesen J, Kindermann B, Abel D, et al. The power of governance: a study on the relationship between on-chain DAO governance and token performance. J Inf Tech, 2026, 41: 15–36

27 Liu Z, Luong N C, Wang W, et al. A survey on blockchain: a game theoretical perspective. IEEE Access, 2019, 7: 47615–47643

28 Eyal I, Sirer E G. Majority is not enough. Commun ACM, 2018, 61: 95–102

29 Lundbaek L N, D'Iddio A C, Huth M. Optimizing governed blockchains for financial process authentications. 2017. ArXiv:1612.00407

30 Mukesh V. A comprehensive review of advanced machine learning techniques for enhancing cybersecurity in blockchain networks. Int J Artif Intell, 2025, 8736: 2145

31 Yao S, Wang M, Ren J, et al. Multi-agent reinforcement learning for task offloading in crowd-edge computing. IEEE Trans Mobile Comput, 2025, 24: 9289–9302

32 Zhu J, Lu C, Li J, et al. Secure consensus control on multi-agent systems based on improved PBFT and raft blockchain consensus algorithms. IEEE CAA J Autom Sin, 2025, 12: 1407–1417

33 Karim M M, Van D H, Khan S, et al. AI agents meet blockchain: a survey on secure and scalable collaboration for multi-agents. Future Internet, 2025, 17: 57

34 Wang J. RETRACTED: multi agent system based smart grid anomaly detection using blockchain machine learning model in mobile edge computing network. Comput Electrical Eng, 2025, 121: 109825

35 Kiayias A, Russell A, David B, et al. Ouroboros: a provably secure proof-of-stake blockchain protocol. In: Proceedings of Advances in Cryptology-CRYPTO 2017, 2017. 357–388

36 Toscano J D, Oommen V, Varghese A J, et al. From PINNs to PIKANs: recent advances in physics-informed machine learning. Mach Learn Comput Sci Eng, 2025, 1: 1–43

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

附录 A　符号表

表 A1　主要符号与含义 (一: 动力系统与控制).

Table A1　Main symbols and definitions (I: dynamical systems and control).

Symbol	Definition	Value/remark
t	Continuous time, or normalized time scale	$t \geqslant 0$
$S(t), E(t), D(t)$	Security, efficiency, and decentralization states, normalized	$S, E, D \in [0,1]$
$D_{\text{raw}}(t)$	Raw structural decentralization level, e.g., $1-$ Gini, entropy, etc.	$[0,1]$
$q(t)$	Node quality/Sybil-resistance factor	$[0,1]$
$D_{\text{eff}}(t)$	Effective decentralization: $D_{\text{eff}} = D_{\text{raw}} \cdot q$	$[0,1]$
$\mathbf{x}(t)$	Three-dimensional state vector $\mathbf{x} = [S, E, D]^\top$, or $[S, E, D_{\text{eff}}]^\top$	$\mathbf{x} \in [0,1]^3$
$\mathbf{x}^*$	Ideal co-optimal point, used as a theoretical reference	Commonly set as $(1,1,1)$
$\mathbf{x}^\dagger$	Structural attractor target point, representing a compromise steady state	$\mathbf{x}^\dagger \in (0,1)^3$
$\mathbf{x}^\sharp$	Biased attractor target point, representing a primary-objective-oriented steady state	$\mathbf{x}^\sharp = \mathbf{x}^\dagger + \boldsymbol{\Delta}$
$\mathbf{x}_\star$	Tracking target point, either the structural or biased attractor	$\mathbf{x}_\star \in \{\mathbf{x}^\dagger, \mathbf{x}^\sharp\}$
$\boldsymbol{\Delta}$	Bias vector, specifying both direction and magnitude	$\boldsymbol{\Delta} \in \mathbb{R}^3$
$\rho(t)$	Bias scheduling function, used to smoothly switch the bias intensity	$\rho(t) \in [0,1]$
$f(\mathbf{x})$	Endogenous tension vector field, representing the coupled dynamics	See Eq. (3)
$\delta(\mathbf{x})$	Regulation/governance input, serving as the control channel	$\delta = [\delta_1, \delta_2, \delta_3]^\top$
$\mathbf{F}(\mathbf{x})$	Closed-loop vector field, defined as $\mathbf{F} = f + \delta$	Used for stability and invariance analysis
$\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$	Triadic coupling parameters, representing tension intensities	> 0; can be estimated via data regression
k_S, k_E, k_D	Diagonal feedback gains	$k_i > 0$, possibly subject to upper-bound constraints
K	Gain matrix $K = \text{diag}(k_S, k_E, k_D)$	$K \succ 0$
$\delta_{\text{nom}}(\mathbf{x})$	Nominal control, including equilibrium-feedforward compensation	Commonly set as $\delta_{\text{nom}} = -K(\mathbf{x} - \mathbf{x}_\star) - f(\mathbf{x}_\star)$
$\Pi_{[0,1]^3}$	State projection/clipping operator	Engineering numerical implementation, applied component-wise
$\text{sat}_{u_{\max}}(\cdot)$	Input saturation operator	$\|\delta\|_\infty \leqslant u_{\max}$
$u_{\max}$	Upper bound on input saturation, corresponding to governance step size or actuator constraints	$u_{\max} > 0$
$p_j, \Delta p_j$	On-chain adjustable parameters and their adjustment amounts, used for engineering mapping	See the parameter mapping table
B_j	Parameter sensitivity column vector, representing a local linear mapping	Obtained through data fitting
$\mathcal{M}(t)$	Set of on-chain observable metrics, such as logs or monitoring fields	Platform-dependent
Φ	Metric mapping $\Phi : \mathcal{M}(t) \to [0,1]^3$	Platform-independent interface
$\Theta(\mathbf{x}), \Xi$	SINDy dictionary and sparse coefficient matrix	Used for online identification of coupling parameters

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

表 A2　主要符号与含义 (二: 集合、安全域与吸引子).

Table A2　Main symbols and definitions (II: sets, safe regions, and attractors).

Symbol	Definition	Value/remark
$\mathcal{X}$	Feasible state domain/phase space	Commonly set as $\mathcal{X}=[0,1]^3$
$\mathcal{B}_{\text{safe}}$	Macroscopic safe set, i.e., the acceptable operating region	See Eq. (21)
$\mathcal{A}_{\text{str}}$	Structural attractor set	Reflects the natural compromise steady state
$\mathcal{A}_{\text{bias}}$	Biased attractor set	Primary-objective-oriented steady-state set
$\mathcal{A}_{\text{sing}}$	Singular attractor set	Regions corresponding to oscillatory, chaotic, or trapped states
$\underline{S}_0, \underline{E}_0, \underline{D}_0$	Baseline thresholds, representing security, liveness, and structural lower bounds	$\in (0,1)$
$\underline{S}(D)$	Coupled security threshold function	$\underline{S}(D)=\underline{S}_0+\xi_{SD}(1-D)$
$\underline{D}(E)$	Coupled structural threshold function	$\underline{D}(E)=\underline{D}_0+\xi_{DE}E$
ξ_{SD}, ξ_{DE}	Coupling coefficients, representing threshold slopes	$\geqslant 0$; can be combined with saturation in engineering implementation
h_S, h_E, h_D	CBF barrier functions corresponding to the three constraints	See Eq. (23)
$\mathbf{h}(\mathbf{x})$	Barrier function vector	$\mathbf{h}=[h_S,h_E,h_D]^\top$
$\mathcal{T}_{\text{viab}}(\mathbf{x})$	Viability tangent cone/feasible velocity cone	See the definition of the viability tangent cone
$\mathcal{K}$	Class-$\mathcal{K}$ function set, used as CBF growth functions	Commonly set as $\alpha_k(s)=\kappa_k s$
$\kappa_S, \kappa_E, \kappa_D$	CBF gains corresponding to h_S, h_E, h_D, respectively	>0

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

表 A3　主要符号与含义 (三: 稳定性判据与优化变量).

Table A3　Main symbols and definitions (III: stability criteria and optimization variables).

Symbol	Definition	Value/remark
$J(\mathbf{x})$	Jacobian matrix, corresponding to the closed-loop linearization	$J=\partial(f+\delta)/\partial\mathbf{x}$
$J_f(\mathbf{x})$	Jacobian of the endogenous term $f(\mathbf{x})$	$J_f=\partial f/\partial\mathbf{x}$
j_{ij}	Jacobian entry in the i-th row and j-th column	See Eq. (8)
$\lambda_i(J)$	The i-th eigenvalue of J	Generally complex-valued
$\alpha(J)$ or $\alpha(J)$	Spectral abscissa, defined as $\max_i \Re(\lambda_i(J))$	$\alpha(J)<0$ implies stability
$\rho(J)$ or $\rho(J)$	Spectral radius	Retained if used in the main text
a_1,a_2,a_3	Routh-Hurwitz coefficients, i.e., coefficients of the characteristic polynomial	See Eq. (9)
U_i	Upper bound on the control magnitude, representing resource constraints	$\lvert\delta_i\rvert\leqslant U_i$
$\bar{\kappa}_{ij}$	Upper bound on control partial derivatives, representing bandwidth or delay constraints	$\lvert\partial_{x_j}\delta_i\rvert\leqslant\bar{\kappa}_{ij}$
$(x)_+$	Nonnegative projection operator	$(x)_+=\max\{x,0\}$
P,B	Lower bound/conservative upper bound for cross terms in the non-stabilizability criterion	See the definition in the main theorem
Δ	Minimum-intervention correction term in the CBF-QP	Decision variable, $\Delta\in\mathbb{R}^3$
ε	Slack variable in the CBF-QP	$\varepsilon\geqslant 0$
λ	Penalty weight for the QP slack variable	$\lambda>0$
$\mathbf{e}$	Tracking error, defined as $\mathbf{e}=\mathbf{x}-\mathbf{x}_\star$	Used for CLF/ISS analysis
$V(\mathbf{x})$	Lyapunov/energy function	Commonly set as $V=\frac{1}{2}\lVert\mathbf{x}-\mathbf{x}_\star\rVert_2^2$
$d(t)$	Distance to the co-optimal point	$d(t)=\lVert\mathbf{x}(t)-\mathbf{x}^*\rVert_2$

表 A4　主要符号与含义 (四: 实验与统计量).

Table A4　Main symbols and definitions (IV: experiments and statistical measures).

Symbol	Definition	Value/remark
T	Duration of long-horizon validation window	For example, $T=168\,\mathrm{h}$
N	Number of Monte Carlo repetitions	For example, $N=30$
$\Pr(\cdot)$	Residence probability/occupancy metric	For example, $\Pr(\mathbf{x}(t)\in\mathcal{B}_{\mathrm{safe}})$
r	Radius of the attractor neighborhood, used as the residence criterion	For example, $r=0.08$
t_{rec}	Recovery time after perturbation	First hitting time to return to $\lVert\mathbf{x}-\mathbf{x}_\star\rVert\leqslant r$
$\bar{V}$	Average energy over the terminal time window	$\bar{V}=\mathbb{E}_{t\in\mathrm{tail}}[V(\mathbf{x}(t))]$
$\lVert\Delta\mu\rVert_2$	Norm of the mean drift between the initial and terminal windows	$\lVert\mu_{\mathrm{tail}}-\mu_{\mathrm{head}}\rVert_2$
$\mathrm{CI}_{95\%}$	95% confidence interval	$\bar{z}\pm 1.96\cdot s/\sqrt{N}$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

附录 B　特征多项式展开、资源受限判据细化与工作域松弛

B.1　三阶特征多项式的完整展开

在 $\mathbf{x}^*$ 处线性化得到 Jacobian $J=[j_{ij}]$. 令

$$\lambda I-J=\begin{bmatrix}\lambda-j_{11} & -j_{12} & -j_{13}\\ -j_{21} & \lambda-j_{22} & -j_{23}\\ -j_{31} & -j_{32} & \lambda-j_{33}\end{bmatrix}.$$

按 3×3 行列式公式展开:

$$\begin{aligned}p(\lambda)&=\det(\lambda I-J)\\&=(\lambda-j_{11})(\lambda-j_{22})(\lambda-j_{33})-(-j_{12})(-j_{21})(\lambda-j_{33})-(-j_{13})(-j_{31})(\lambda-j_{22})\\&\quad-(-j_{23})(-j_{32})(\lambda-j_{11})-(-j_{12})(-j_{23})(-j_{31})-(-j_{13})(-j_{21})(-j_{32}).\end{aligned}\tag{B1}$$

整理可得

$$p(\lambda)=\lambda^3+a_1\lambda^2+a_2\lambda+a_3,$$

其中

$$a_1=-(j_{11}+j_{22}+j_{33})=-\operatorname{tr}(J),\tag{B2}$$

$$a_2=(j_{11}j_{22}+j_{11}j_{33}+j_{22}j_{33})-(j_{12}j_{21}+j_{13}j_{31}+j_{23}j_{32}),\tag{B3}$$

$$\begin{aligned}a_3&=-\det(J)\\&=-(j_{11}j_{22}j_{33}+j_{12}j_{23}j_{31}+j_{13}j_{21}j_{32}-j_{13}j_{22}j_{31}-j_{12}j_{21}j_{33}-j_{11}j_{23}j_{32}).\end{aligned}\tag{B4}$$

对三阶连续系统, 局部渐近稳定等价于 Routh Hurwitz 条件:

$$a_1>0,\quad a_2>0,\quad a_3>0,\quad a_1a_2>a_3.\tag{B5}$$

因此, 只要出现 $a_2\leqslant 0$ 或 $a_3\leqslant 0$ (或 $a_1a_2\leqslant a_3$), 即可否定 Hurwitz, 从而否定 $\mathbf{x}^*$ 的局部渐近稳定性.

B.2　对角线性反馈下 (a_1,a_2,a_3) 的逐步代入

考虑对角反馈 $\delta_i=-k_i(x_i-x_i^*)$ 并允许常数前馈用于配平, 则线性化可写为 (与正文一致)

$$J=\begin{bmatrix}-k_S & -\alpha_2 & \alpha_1\\ -\beta_1 & -k_E & -\beta_2\\ \gamma_2 & -\gamma_1 & -k_D\end{bmatrix}.$$

代入式 (B2)∼(B4), 得到

$$a_1=k_S+k_E+k_D,$$

$$a_2=k_Sk_E+k_Sk_D+k_Ek_D-(\alpha_2\beta_1+\alpha_1\gamma_2+\beta_2\gamma_1),$$

以及

$$\begin{aligned}a_3&=k_Sk_Ek_D-k_S\beta_2\gamma_1-k_E\alpha_1\gamma_2-k_D\alpha_2\beta_1\\&\quad-\alpha_1\beta_1\gamma_1-\alpha_2\beta_2\gamma_2.\end{aligned}$$

该形式清晰表明: a_2 与 a_3 均包含可调耗散项 (含 k_i 的乘积) 与结构耦合项 (仅由 (α,β,γ) 决定) 的对抗关系.

B.3　资源受限下的补充判据: 基于 a_3 的不可稳定化

正文主要给出了基于 a_2 的资源受限不可稳定化判据, 其优势在于与 “两两耦合回路/二阶项” 直接相关, 形式简洁、便于快速筛查. 然而, 对三维闭环系统而言, 仅使用 a_2 往往只能否定一类情形. 为进一步增强结论的可核验性与覆盖面, 本节补充一个作用在常数项 a_3 上的否定判据. 该判据可直接从 $\mathbf{x}^*$ 处线性化的 Jacobian 系数计算, 并与 “三元耦合闭环的体积项/三环乘积项” 对应, 刻画三条调控通道协同能力不足时的结构性瓶颈.

令闭环线性化系统在 $\mathbf{x}^*$ 处的 Jacobian 为 J_{cl}, 其特征多项式写作

$$\chi(\lambda):=\det(\lambda I-J_{\mathrm{cl}})=\lambda^3+a_1\lambda^2+a_2\lambda+a_3.\tag{B6}$$

三阶系统 J_{cl} Hurwitz 的充要条件为

$$a_1>0,\quad a_2>0,\quad a_3>0,\quad a_1a_2>a_3.\tag{B7}$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

因此, 一旦能证明在允许的控制资源约束下恒有 $a_3 \leqslant 0$, 即可直接否定 Hurwitz, 而无需进一步比较 a_1a_2 与 a_3. 另一方面, 由于 $\chi(0) = \det(-J_{\rm cl}) = (-1)^3 \det(J_{\rm cl}) = -\det(J_{\rm cl})$, 有

$$a_3 = -\det(J_{\rm cl}). \tag{B8}$$

从几何上看, $\det(J_{\rm cl})$ 表征线性流对小体积元的瞬时放大/翻转; 若 $a_3 \leqslant 0$ (即 $\det(J_{\rm cl}) \geqslant 0$), 则系统无法满足稳定性所需的体积收缩结构条件.

在本文三元耦合结构下, 对 $\mathbf{x}^*$ 的线性化可将 a_3 写为 "三次协同项 – 三条两步回路项 – 固有三环项" 的形式:

$$a_3(k_S,k_E,k_D) = k_Sk_Ek_D - \Big(k_S\beta_2\gamma_1 + k_E\alpha_1\gamma_2 + k_D\alpha_2\beta_1\Big) - \Big(\alpha_1\beta_1\gamma_1 + \alpha_2\beta_2\gamma_2\Big), \tag{B9}$$

其中 $k_S,k_E,k_D \geqslant 0$ 为三条调控通道增益 (受资源/治理频率/执行权限约束), $\alpha_i,\beta_i,\gamma_i$ 为三元耦合系数 (由系统机制与工作负载决定). 式 (B9) 的三部分含义为: (1) $k_Sk_Ek_D$ 仅在三条通道同时可用且强度足够时显著增大, 可理解为 "三元同时纠偏" 的协同稳定化能力上界; (2) $k_S\beta_2\gamma_1$ 等项对应 "单维纠偏 × 其余两维耦合" 的两步回路, 会抵消三次协同项的有利贡献; (3) $\alpha_1\beta_1\gamma_1 + \alpha_2\beta_2\gamma_2$ 为系统本体的固有三环张力项, 与是否施加控制无关, 可视为 "三元悖论" 的结构性耦合在局部线性化层面的代数表达.

引理7 (多线性函数在盒域上的极值点)　设 $f(k_S,k_E,k_D)$ 对每个变量分别为仿射函数 (固定另外两变量后为一元一次函数), 则在盒域 $\mathcal{K} := [0,\bar{k}_S]\times[0,\bar{k}_E]\times[0,\bar{k}_D]$ 上, f 的最大值与最小值必在顶点集合 $\mathrm{vert}(\mathcal{K}) = \{0,\bar{k}_S\}\times\{0,\bar{k}_E\}\times\{0,\bar{k}_D\}$ 处取得.

证明　固定 (k_E,k_D) 时, f 关于 k_S 为仿射函数, 其在区间 $[0,\bar{k}_S]$ 的极值只能出现在端点; 同理对 k_E,k_D 逐次使用该事实, 即可推出全局极值必在盒域顶点处取得.

注意到式 (B9) 对每个 k_S,k_E,k_D 分别都是仿射的, 因此可用引理 7 将 "全域否定" 化为 "有限顶点检验". 进一步地, 只要有任一增益为零 (如 $k_S = 0$), 三次项 $k_Sk_Ek_D$ 消失, 而其余项均为非正, 于是 $a_3 < 0$ 自动成立. 因此, 在本结构下唯一可能使 a_3 变大的候选顶点是 $(\bar{k}_S,\bar{k}_E,\bar{k}_D)$.

命题8 (基于 a_3 的资源受限不可稳定化判据)　若控制增益满足 $0 \leqslant k_S \leqslant \bar{k}_S$, $0 \leqslant k_E \leqslant \bar{k}_E$, $0 \leqslant k_D \leqslant \bar{k}_D$, 且

$$\bar{k}_S\bar{k}_E\bar{k}_D < \bar{k}_S\beta_2\gamma_1 + \bar{k}_E\alpha_1\gamma_2 + \bar{k}_D\alpha_2\beta_1 + \alpha_1\beta_1\gamma_1 + \alpha_2\beta_2\gamma_2, \tag{B10}$$

则对任意允许的 $(k_S,k_E,k_D) \in \mathcal{K}$ 都有 $a_3(k_S,k_E,k_D) < 0$, 从而 $J_{\rm cl}$ 不可能 Hurwitz ($\mathbf{x}^*$ 不可能被资源受限控制稳定化).

证明　由引理 7, a_3 在盒域 $\mathcal{K}$ 上的最大值必在顶点处取得. 对任意顶点, 只要存在某一维为零, 则由式 (B9) 有

$$a_3 = 0 - (\cdots) - \big(\alpha_1\beta_1\gamma_1 + \alpha_2\beta_2\gamma_2\big) < 0.$$

因此, 唯一可能使 a_3 最大的顶点为 $(\bar{k}_S,\bar{k}_E,\bar{k}_D)$. 将其代入式 (B9) 得

$$a_3(\bar{k}_S,\bar{k}_E,\bar{k}_D) = \bar{k}_S\bar{k}_E\bar{k}_D - \Big(\bar{k}_S\beta_2\gamma_1 + \bar{k}_E\alpha_1\gamma_2 + \bar{k}_D\alpha_2\beta_1\Big) - \Big(\alpha_1\beta_1\gamma_1 + \alpha_2\beta_2\gamma_2\Big).$$

若式 (B10) 成立, 则 $a_3(\bar{k}_S,\bar{k}_E,\bar{k}_D) < 0$, 从而 $\max_{\mathcal{K}} a_3 < 0$, 即对任意允许的 (k_S,k_E,k_D) 皆有 $a_3 < 0$. 由 Routh Hurwitz 必要条件 (B7) (需要 $a_3 > 0$), $J_{\rm cl}$ 不可能 Hurwitz.

命题 8 给出了一个可直接检验的否定条件: 左侧为 "三通道协同稳定化能力" 的最大可能量级 (受资源上界限制), 右侧为 "两步耦合吞噬项 + 固有三环张力项" 的综合强度. 当三通道上界的乘积不足以压过右侧时, 即使允许任意选择 (k_S,k_E,k_D), 也无法使 a_3 翻转为正, 从而稳定化被结构性否定. 该判据与正文的 a_2 判据互补: a_2 更偏向刻画 "两两耦合回路" 的否定, a_3 则直接刻画 "三环协同资源不足" 的否定, 便于给出更明确的工程诊断 (例如提示需要提升某一维治理执行权限/刷新频率上界).

B.4　工作域松弛与鲁棒裕度

正文第 4 节围绕 $\mathbf{x}^*$ 的局部线性化给出不可达/不可稳定化结论. 考虑到实际系统存在参数漂移、观测误差与离散执行等非理想因素, 在全局 $[0,1]^3$ 上要求上界与符号裕度成立往往过强. 本节补充两点: 其一, 否定结论只需要在典型运行域 (工作域) 内成立即可; 其二, 当否定条件带有严格裕度时, 对小幅误差具有结构鲁棒性.

令 $\Omega \subset [0,1]^3$ 为工作域 (例如闭环控制下轨迹的高概率驻留域, 或安全域 $\mathcal{B}_{\rm safe}$ 的一个紧子集). 由于第 4 节推导仅使用 $\mathbf{x}^*$ 邻域的 Jacobian 以及扰动/控制项的一致上界, 因此可将 "全局假设" 放宽为 "在 Ω 内一致成立" 并复用同样的否定逻辑. 具体地, 只要存在常数 $U_i,\bar{\kappa}_{ij}$ 使得

$$|\delta_i(\mathbf{x},t)| \leqslant U_i, \qquad \left|\frac{\partial\delta_i}{\partial x_j}(\mathbf{x},t)\right| \leqslant \bar{\kappa}_{ij}, \qquad \forall\,\mathbf{x}\in\Omega,\ \forall t \geqslant 0, \tag{B11}$$

则第 4 节中关于 Jacobian 系数上界与 Routh Hurwitz 否定判据 (基于 a_2 或 a_3) 均可在 Ω 内逐字复用 (仅需将 "全局上界" 替换为 "Ω 上的一致上界").

工作域假设更符合工程实际: $S/E/D$ 的极端角落通常对应不可接受运行态, 闭环治理的目标本身就是将系统限制在可控、可审计的区域内. 因此, 在 Ω 上给出一致上界与符号裕度比在全空间上给出更精细的全局性质更合理, 也更便于基于数据估计上界.

进一步地, 实际部署中的非理想 (状态估计误差/延迟、参数轻微漂移、采样与饱和) 会引起特征多项式系数的偏差. 记实际系数为

$$\tilde{a}_\ell = a_\ell + \Delta a_\ell, \qquad \ell = 1,2,3, \tag{B12}$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498

其中 a_ℓ 为名义模型 (或 Ω 上界) 计算得到的系数, Δa_ℓ 汇总了非理想因素带来的偏差. 当否定条件带有严格裕度

$$a_2 \leqslant -\eta \quad 或 \quad a_3 \leqslant -\eta \qquad (\eta > 0), \tag{B13}$$

且扰动幅度满足 $|\Delta a_2| < \eta$ (或 $|\Delta a_3| < \eta$) 时, 对应系数符号不会翻转, 从而 Routh Hurwitz 的必要条件仍被破坏, 否定结论保持不变:

$$\tilde{a}_2 \leqslant -\eta + |\Delta a_2| < 0 \quad 或 \quad \tilde{a}_3 \leqslant -\eta + |\Delta a_3| < 0.$$

这表明, 只要存在裕度, 本文 "不可稳定化" 的否定结论对小幅估计误差、数值离散与参数漂移是鲁棒的; 要改变不可稳定化结论, 必须提升控制资源等级 (增大 $\bar{k}_i$) 或改变耦合结构强度 (降低 $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ 的张力项), 而非依赖微小的实现细节波动.

命题9 (带裕度的鲁棒不可稳定化)　若在工作域 Ω 内、对所有允许的控制增益 $(k_S, k_E, k_D) \in \mathcal{K}$ 都有

$$a_3(\mathbf{x}; k_S, k_E, k_D) \leqslant -\eta, \qquad \forall\, \mathbf{x} \in \Omega, \tag{B14}$$

并且非理想因素导致的系数扰动满足

$$\sup_{\mathbf{x}\in\Omega} |\Delta a_3(\mathbf{x})| \ \leqslant\ \eta/2, \tag{B15}$$

则实际系统在 Ω 内仍不可能 Hurwitz (即不可由资源受限控制在 Ω 内稳定化).

证明　由式 (B12), (B14) 与 (B15), 对任意 $\mathbf{x} \in \Omega$ 有 $\tilde{a}_3(\mathbf{x}) \leqslant -\eta + \eta/2 < 0$, 从而 Routh Hurwitz 必要条件 $a_3 > 0$ 被破坏, 结论成立.

Ternary equilibrium optimization theory for blockchain: coupled modeling and attractor regulation mechanisms for system security

Jin DONG[1,3], Faguo WU[2,3*] & Zhiming ZHENG[2,3*]

1. *Beijing Academy of Blockchain and Edge Computing, Beijing 100080, China*
2. *School of Artificial Intelligence, Beihang University, Beijing 100191, China*
3. *Beijing Advanced Innovation Center for Future Blockchain and Privacy Computing, Beijing 100191, China*
* Corresponding author. E-mail: faguo@buaa.edu.cn, zzheng@pku.edu.cn

Abstract　Blockchain has become a trusted infrastructure for the digital economy by enabling new industries, business models, and application paradigms, and by accelerating the deep integration of digital technologies into the real economy. With its wide deployment in complex scenarios such as cross-chain coordination, government services, and financial supervision, the dynamic tension among security, efficiency, and decentralization has become increasingly prominent, exhibiting nonlinear conflicts, mutual constraints, and feedback amplification typical of complex systems. Conventional static, experience-driven parameter tuning is inadequate for structural changes and long-horizon evolution; moreover, workload fluctuations induced by cross-chain interactions and large-scale on-chain data, together with strong coupling and nonlinearity, make fixed parameters and heuristic rules insufficient for providing interpretable and verifiable regulation. To address the lack of a unified analytical model for trilemma evolution and the absence of provable guarantees for long-term stability, this paper proposes a ternary equilibrium optimization framework based on nonlinear dynamical systems, systematically characterizing the coupled evolution of security, efficiency, and decentralization. Under feasible-state and bounded-control assumptions, we prove the structural unattainability of the ternary optimal state, and develop Lyapunov-based structure-attractor and bias-attractor regulation mechanisms to achieve dynamic balance and goal-oriented optimization within a macro safety boundary. Using the ChainMaker platform, we construct on-chain metric mappings and closed-loop regulation paths, and demonstrate the theory's explanatory power, controllability, and engineering applicability through simulation-based evaluation, providing a theoretical foundation and regulation framework for the secure and sustainable operation of complex blockchain systems.

Keywords　blockchain ternary equilibrium, trilemma, dynamical system modeling, attractor control, Lyapunov stability

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0498