中国科学 : 信息科学 2026 年 第 56 卷 第 4 期: 884–901
SCIENTIA SINICA Informationis
论文

《中国科学》杂志社
SCIENCE CHINA PRESS
CrossMark click for updates

不规则约束下受扰多智能体系统自适应一致跟踪控制

付主木[1,2], 琚函铮[1], 陶发展[1*], 夏元清[2], 付邦胜[2], 陈启宏[3]

1. 河南科技大学信息工程学院 (人工智能学院), 洛阳 471023
2. 中原工学院自动化与电气工程学院, 郑州 450007
3. 武汉理工大学自动化学院, 武汉 430070
* 通信作者. E-mail: taofazhan@haust.edu.cn

收稿日期: 2025–03–22; 修回日期: 2025–06–03; 接受日期: 2025–08–08; 网络出版日期: 2026–01–27

国家自然科学基金 (批准号: 62371182, 62301212)、河南省高校科技创新人才计划 (批准号: 23HASTIT021) 和河南省科技研发计划联合基金 (批准号: 225200810007) 资助项目

摘要 针对具有不规则状态约束的多智能体系统一致跟踪问题, 提出一种自适应模糊一致跟踪控制方法. 首先, 考虑多智能体不规则状态约束边界不可微特征, 设计一种具有动态异构性的避撞函数, 解决状态变量不可微硬约束引发的控制信号非光滑跳变问题, 消除约束边界固定拓扑形态的强假设条件. 其次, 针对多智能体死区、饱和输入与不规则状态约束切换耦合造成的约束振荡冲突问题, 构建一种无需边界先验知识的分布式光滑扰动近似方法, 确保局部扰动抑制与全局约束协调. 接着, 针对动态不规则状态约束突变导致的多智能体协同失稳风险, 提出一种基于非对称受限误差变换的自适应模糊控制方法, 保证多智能体输出能够一致跟踪共同的期望轨迹. 最后, 通过两个仿真例子验证所提方法的有效性.

关键词 多智能体系统, 不规则约束, 自适应控制, 一致跟踪, 扰动

1 引言

多智能体系统的一致性控制在无人机集群 [1,2]、机器人编队 [3,4]、车辆编队 [5,6] 等领域具有广阔的应用前景, 吸引了诸多学者的关注. 一致性控制的主要问题包括领导者跟随一致性 [7] 与无领导一致性 [8,9]. 为了在不同类型约束下取得领导者跟随一致性目标, 学者采用障碍 Lyapunov 函数 (barrier Lyapunov function, BLF) 技术取得了一系列成果 [10~14]. 针对具有全状态常值约束的不确定多智能体系统, 文献 [10] 提出一种基于 BLF 的自适应一致性控制协议, 确保各智能体状态受限并实现一致跟踪. 在此基础上, 文献 [12] 将该技术扩展到非对称全状态时变约束下的多智能体系统, 采用 BLF 与事件触发机制相结合的方法改善多智能体的一致跟踪性能.

上述工作主要聚焦于研究约束边界在系统运行过程中始终存在的场景. 然而, 在许多复杂的工作场景中, 系统输出或状态往往仅在某个特定时间段内受约束, 而在其余时间不受约束限制. 例如, 无人机在执行任务时可能需要在特定的时间间隔内避开禁飞区或敏感区域, 而在其他时间段内则可以自由飞行 [15]. 与始终受约束的规则约束问题相比, 交替出现受约束与无约束阶段的不规则约束问题更能反映实际工程中面临的复杂场景. 因此, 如何处理这种普遍却不规则的约束值得进一步研究.

引用格式: 付主木, 琚函铮, 陶发展, 等. 不规则约束下受扰多智能体系统自适应一致跟踪控制. 中国科学: 信息科学, 2026, 56: 884–901, doi: 10.1360/SSI-2025-0119
Fu Z M, Ju H Z, Tao F Z, et al. Adaptive consensus tracking control for disturbed multi-agent systems with irregular constraints. Sci Sin Inform, 2026, 56: 884–901, doi: 10.1360/SSI-2025-0119

© 2026《中国科学》杂志社 www.scichina.com infocn.scichina.com
https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

不规则约束控制的核心难点在于约束边界在系统运行过程中可能存在或消失, 从而使得约束函数不可微, 这导致不同阶段设计的控制律缺乏连续性. 为解决上述问题, 部分学者进行深入探索, 并取得了一些尝试性成果 [16~20]. 针对状态约束在系统运行一段时间后 (而非初始时刻) 出现的不确定非线性系统, 文献 [16] 首次提出一种自适应延迟约束控制算法, 确保系统状态自由运行一段时间后满足特定的约束条件. 在此基础上, 文献 [17] 将该算法推广到输出约束仅在一个特定时间段内存在的多输入多输出系统, 保证系统输出在给定时间段内满足约束条件. 为进一步应对更复杂的工作场景, 文献 [18] 设计了一组映射变换, 将不规则输出约束问题转化为障碍函数的镇定问题, 在固定的控制结构下处理不同的约束形式. 文献 [19] 采用约束切换机制将不规则输出约束转换为规则约束, 并提出了一种基于动态约束驱动的事件触发策略, 在不违反约束条件的前提下降低信号传输压力. 针对具有窗口输出约束的垂直起降无人机系统, 文献 [20] 开发了一种自适应轨迹跟踪控制算法, 保证位置及速度误差在给定有限周期内满足约束条件. 尽管上述控制策略已在执行器理想工作环境下展现出显著效果, 但其主要聚焦于单个系统输出的不规则约束. 目前有关多智能体系统不规则状态约束控制的研究成果非常有限, 尚未对动态不规则约束切换引发的协同失稳问题提出有效的解决方法, 这也是本文的主要研究动机.

基于上述分析与总结, 本文针对存在不规则状态约束的受扰多智能体系统展开研究, 提出一种自适应模糊一致跟踪控制策略. 与现有工作相比, 本文的主要贡献如下.

(1) 针对不规则约束下多智能体过渡阶段约束切换不连续的问题, 提出了基于避撞函数的一致跟踪控制算法, 规避了不可微硬约束下分布式控制信号跳变与协同失稳风险, 实现了约束连续切换与一致跟踪. 与已有不规则约束控制 [17, 18] 相比, 本文从单个系统的输出约束扩展到多智能体系统的全状态约束, 解除了局部信息对约束处理的束缚.

(2) 针对约束边界在不同阶段特质相异的问题, 设计了一组非对称受限误差变换, 在不改变控制器结构的条件下统一处理常值、时变、对称、非对称等不同类型的约束, 增强了所提算法在异质约束下的通用性. 与已有延迟约束控制 [16] 相比, 本文处理的约束场景更具普适性.

(3) 针对死区、饱和非线性与不规则约束切换耦合造成的约束振荡冲突问题, 构建了无需边界先验知识的复合扰动近似方法, 改善了双重受扰因素下多智能体的一致跟踪性能, 缓解了大规模多智能体的维数灾难现象.

本文组织结构如下: 第 2 节给出本文所用的预备知识、被控对象、设计条件和控制目标; 第 3 节推导本文的主要结果, 得到有关一致跟踪控制策略设计方面的详细步骤; 第 4 节分析闭环系统的稳定性; 第 5 节通过两个仿真例子验证所提方法的有效性; 第 6 节对本文进行总结与展望.

2　预备知识与问题描述

本节首先介绍所用到的基础知识, 接着阐述所要解决的具体问题, 最后说明控制器设计过程中遇到的技术挑战.

2.1　预备知识

2.1.1　图论

设无向图 $\tilde{G}=(\mathcal{V},\mathcal{E})$ 表示 M 个智能体之间的通信拓扑, 且每个智能体作为节点, 其由节点集 $\mathcal{V}=\{\nu_1,\nu_2,\ldots,\nu_M\}$ 和边集 $\mathcal{E}\subseteq\mathcal{V}\times\mathcal{V}$ 组成. 图 $\tilde{G}$ 的邻接矩阵为 $\mathcal{A}=[a_{ij}]\in\mathbb{R}^{M\times M}$, 其元素定义为

$$a_{ij}=\begin{cases}1, & \text{if } (i,j)\in\mathcal{E}, i\neq j,\\ 0, & \text{else.}\end{cases}$$

为便于后续控制器设计, 定义入度为 $d_i=\sum_{j=1}^{M}a_{ij}$, 且拉普拉斯 (Laplace) 矩阵 L 定义为

$$L=[L_{ij}]\in\mathbb{R}^{M\times M}=\begin{cases}L_{ii}=\sum_{j=1,j\neq i}^{M}a_{ij},\\ L_{ij}=-a_{ij},\ i\neq j.\end{cases}$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

图 $\tilde{G}$ 中的智能体依次标记为 $\{1,\dots,M\}$. 所有智能体共同跟踪一个领导者, 该领导者标记为 0. 令 $B=\mathrm{diag}\{\xi_i\}\in\mathbb{R}^{M\times M}$ 表示耦合权重, 若节点 i 能够直接接收到领导者的信息, 则 $\xi_i=1$; 否则, $\xi_i=0$.

假设1　无向图 $\tilde{G}$ 是连通的. 至少有一个智能体能够直接接收到领导者的信息, 即 $B\neq 0$, 其余智能体能够通过信息传递间接收到领导者的信息.

2.1.2　重要定义与引理

定义1 (参见文献 [12])　考虑由一个虚拟领导者 $y_d(t)$ 和 M 个跟随者组成的多智能体系统, 如果该闭环系统所有信号均一致有界, 且存在一个可调常数 $\varepsilon^*>0$ 使得智能体 i 的输出 $y_i(t)$ 满足如下不等式:

$$\|y_i(t)-y_d(t)\|<\varepsilon^*,\quad i=1,\dots,M, \tag{1}$$

那么该系统可以实现有界一致跟踪.

引理1 (参见文献 [21~23])　对于定义在紧集 Ω_x 上的光滑函数 $F(x)$, 存在模糊逻辑系统 (fuzzy logic system, FLS) $W_0^{\mathrm{T}}\varphi_0(\chi)$ 满足

$$F(\chi)=W_0^{\mathrm{T}}\varphi_0(\chi)+\delta_0(\chi), \tag{2}$$

其中, $\chi\in\Omega_x\subset\mathbb{R}^p$, $W_0=[\omega_1,\omega_2,\dots,\omega_N]^{\mathrm{T}}$ 表示理想权向量, $\delta_0(\chi)$ 表示逼近误差且满足 $\|\delta_0(\chi)\|\leqslant\varepsilon_0$, $\varepsilon_0>0$. $\varphi_0(\chi)$ 和 $\vartheta_j(\chi)$ 分别表示模糊基函数和隶属度函数, 其表达式如下:

$$\varphi_0(\chi)=\frac{[\vartheta_1(\chi),\vartheta_2(\chi),\dots,\vartheta_M(\chi)]^{\mathrm{T}}}{\sum\limits_{j=1}^{N}\vartheta_j(\chi)}, \tag{3}$$

$$\vartheta_j(\chi)=\exp\left(\frac{-(\chi-y_j)^{\mathrm{T}}(\chi-y_j)}{\varrho_j^2}\right), \tag{4}$$

其中, $y_j=[y_{j1},\dots,y_{jn}]^{\mathrm{T}}$ 表示中心向量, ϱ_j 表示宽度.

引理2 (参见文献 [24])　如果邻接矩阵 $\mathcal{A}\in\mathbb{R}^{M\times M}$ 对应的图 $\tilde{G}$ 是无向且连通的, 则矩阵 $(L+\mathrm{diag}\{\hbar_1,\dots,\hbar_M\})$ 是对称正定的, 其中至少一个 $\hbar_i>0$, $i=1,\dots,M$.

引理 2 对于一致性分析非常重要, 表明了 $d_i+\xi_i>0$, $i=1,\dots,M$.

2.2　问题描述

本文考虑具有 M 个智能体的不确定非线性异构多智能体系统 (异构体现为不同智能体动力学的非线性函数可以不同), 每个智能体的动态方程如下:

$$\begin{cases}\dot{x}_{i,k}=f_{i,k}(\bar{x}_{i,k})+x_{i,k+1},\ k=1,\dots,n-1,\\ \dot{x}_{i,n}=f_{i,n}(\bar{x}_{i,n})+N_i(u_i),\\ y_i=x_{i,1},\ i=1,\dots,M,\end{cases} \tag{5}$$

其中, $\bar{x}_{i,k}=[x_{i,1},x_{i,2},\dots,x_{i,k}]^{\mathrm{T}}$ 表示系统状态, 初始时刻 t_0 设定为 $t_0=0$, n 表示系统阶数, y_i 表示系统输出, $f_{i,k}(\bar{x}_{i,k})$ 表示未知的光滑非线性函数, u_i 表示控制信号, $N_i(u_i)$ 表示受到执行器死区及饱和非线性限制的系统输入, 其表达式为

$$N_i(u_i)=\begin{cases}v_{i\max}, & u_i\geqslant v_{i\max},\\ p_{iv1}(u_i-v_{i+}), & v_{i+}<u_i<v_{i\max},\\ 0, & -v_{i-}\leqslant u_i\leqslant v_{i+},\\ p_{iv2}(u_i+v_{i-}), & -v_{i\min}<u_i<-v_{i-},\\ -v_{i\min}, & u_i\leqslant -v_{i\min},\end{cases} \tag{6}$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

其中, $v_{i\max}$, v_{i+}, v_{i-}, $v_{i\min}$ 是正常数, 且满足 $p_{iv1}=\frac{v_{i\max}}{v_{i\max}-v_{i+}}$, $p_{iv2}=\frac{v_{i\min}}{v_{i\min}-v_{i-}}$.

注释1　在实际工程领域, 动态方程 (5) 所描述的系统动力学广泛存在于需多个被控对象协同一致且执行器受扰的场景. 例如, 无人机集群中不同类型飞行器的一致性控制需克服气动非线性与推进器饱和约束 [1,2]; 工业机器人协作装配中异构机械臂的动力学差异与关节力矩死区会影响同步精度 [3,4]; 智能网联车队的多车型协同行驶面临油门/制动执行器死区与饱和问题 [5,6]. 因此, 本文所提方法可以广泛应用于实际工程领域.

为解决由执行器死区及饱和拐点导致的非光滑问题, 受文献 [5] 的启发, 本文构造如下改进的 Sigmoid 函数以光滑地逼近式 (6) 中的死区及饱和输入

$$G_i(u_i)=\frac{v_{i\max}}{1+\mathrm{e}^{-l_{i1}(u_i-a_{i1})}}-\frac{v_{i\max}}{1+\mathrm{e}^{l_{i1}a_{i1}}}-\frac{v_{i\min}}{1+\mathrm{e}^{l_{i2}(u_i+a_{i2})}}+\frac{v_{i\min}}{1+\mathrm{e}^{l_{i2}a_{i2}}},\tag{7}$$

其中, $v_{i\max}$, l_{i1}, a_{i1}, $v_{i\min}$, l_{i2}, a_{i2} 是正常数, 且 $a_{i1}=v_{i\max}+\frac{v_{i+}}{2}$, $l_{i1}=\frac{4p_{iv1}}{v_{i\max}}$, $a_{i2}=v_{i\min}+\frac{v_{i-}}{2}$, $l_{i2}=\frac{4p_{iv2}}{v_{i\min}}$.

根据逼近特性, 可得

$$N_i(u_i)=G_i(u_i)+E_i(u_i),\tag{8}$$

其中, $E_i(u_i)=N_i(u_i)-G_i(u_i)$ 表示逼近误差, 且满足

$$|E_i(u_i)|=|N_i(u_i)-G_i(u_i)|\leqslant|N_i(u_i)|+|G_i(u_i)|.\tag{9}$$

由式 (6) 可知死区及饱和限制下的系统输入 $N_i(u_i)$ 是有界的, 因此逼近系统输入的改进 Sigmoid 函数 $G_i(u_i)$ 是有界的, 进而可以推断出逼近误差 $E_i(u_i)$ 也是有界的. 假设 $|E_i(u_i)|\leqslant\bar{E}_i$, $\bar{E}_i$ 是未知的正常数.

利用中值定理, 可得如下等式成立:

$$G_i(u_i)=G_i'(u_{iv})(u_i-u_{i0})+G_i(u_{i0}),\tag{10}$$

其中, $u_{iv}=\lambda_i u_i+(1-\lambda_i)u_{i0}$, $\lambda_i\in(0,1)$. 当 $u_{i0}=0$ 时, 式 (10) 可写为

$$G_i(u_i)=G_i'(u_{iv})u_i,\tag{11}$$

$$G_i'(u_{iv})=\frac{v_{i\max}l_{i1}\mathrm{e}^{-l_{i1}(u_i-a_{i1})}}{\left(1+\mathrm{e}^{-l_{i1}(u_i-a_{i1})}\right)^2}+\frac{v_{i\min}l_{i2}\mathrm{e}^{l_{i2}(u_i+a_{i2})}}{\left(1+\mathrm{e}^{l_{i2}(u_i+a_{i2})}\right)^2}.\tag{12}$$

从实际工程的角度来看, 所设计的多智能体系统控制输入 u_i 在实践中不可能是无穷大的. 因此, 存在一个未知的正常数 $\delta_{i\min}$ 满足

$$0<\delta_{i\min}<G_i'(u_{iv})<\infty.\tag{13}$$

此外, 本文研究的多智能体系统 (5) 中每个智能体的每个状态 $x_{i,k}(t)$ 均受到不规则约束的限制, 约束边界在时刻 T_l (而非初始时刻) 出现, 在时刻 T_r 消失. 具体而言, 本文考虑的不规则状态约束特征如下:

(1) 当时间 $t\in[0,T_l)$ 时, 状态 $x_{i,k}(t)$ 不受任何约束的限制;

(2) 当时间 $t\in[T_l,T_r)$ 时, 状态 $x_{i,k}(t)$ 受到预先给定约束的限制, 即 $F_{lk}(t)<x_{i,k}(t)<F_{uk}(t)$;

(3) 当时间 $t\in[T_r,+\infty)$ 时, 状态 $x_{i,k}(t)$ 不受任何约束的限制.

其中, $F_{lk}(t)$ 和 $F_{uk}(t)$, $k=1,\ldots,n$ 是预先设定的时变函数, 分别表示受约束状态 $x_{i,k}(t)$ 的下界和上界.

本文的控制目标是针对受到多种执行器非线性限制及不规则状态约束的多智能体系统 (5), 设计自适应一致跟踪控制协议, 实现 M 个智能体的输出能够一致跟踪虚拟领导者 $y_d(t)$, 并且闭环系统的所有信号均有界.

注释2　本文考虑的不规则状态约束包括两个无约束阶段和一个受约束阶段, 约束仅在某个特定的时间区间内存在. 可见, 在无约束与受约束之间的变换阶段, 约束边界是不连续的. 这种不规则约束的一个典型例子是智能无人车在空旷的路段行驶, 穿过狭窄的桥, 再进入空旷的路段. 这一过程可以分为三个阶段: 从无约束阶段开始, 进入受约束阶段, 最终再回到无约束阶段. 因此, 该约束场景在实际应用中广泛存在.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

假设2　参考轨迹 $y_d(t)$ 及其时间导数 $y_d^{(k)}(t)$ 是连续且有界的, $k=1,\ldots,n$. 此外, 存在已知常数 y_{dl} 和 y_{du} 满足 $F_{l1}(t)<y_{dl}<y_d(t)<y_{du}<F_{u1}(t)$.

注释3　假设 2 表明虚拟领导者的参考轨迹必须在输出约束所包络的范围内, 这是因为如果参考轨迹超出了相应的约束范围, 智能体的输出就不可能实现一致跟踪. 事实上, 这是现有约束控制文献 [25~27] 对参考轨迹的基本假设条件.

2.3　技术挑战

为实现本文的控制目标, 需要克服以下 3 个主要的技术挑战.

(1) 如何光滑地处理无约束与受约束阶段间切换动作的不连续性, 保证提出的一致跟踪控制策略利用局部信息实现多智能体所有状态的安全受限.

(2) 如何将不规则约束的 3 个阶段融合到同一模型中, 使得提出的自适应控制协议能够在固定的控制结构下处理不同类型的状态约束.

(3) 如何在边界先验知识未知的条件下, 克服执行器死区及饱和输入的拐点问题, 同时改善系统鲁棒性并降低计算复杂度.

3　一致跟踪控制策略设计

本节首先构造一种具有动态异构性的避撞函数, 接着利用避撞函数对邻居一致性误差进行转换, 最后基于误差变换设计一致性控制器.

3.1　避撞函数

解决不规则状态约束的主要难点是如何在约束边界不连续的情况下, 将系统运行的 3 个阶段整合到同一架构中. 为解决这一难题, 设计如下避撞函数:

$$\Phi(t)=\begin{cases}\mathrm{e}^{-\frac{1}{2\mu_1^{2n}\left(\cot\left(\frac{\pi(T_l-t)}{2T_l}\right)\right)^{2n}}}, & t\in[0,T_l),\\ 1, & t\in[T_l,T_r),\\ \mathrm{e}^{-\frac{(t-T_r)^{2n}}{2\mu_2^{2n}}}, & t\in[T_r,+\infty),\end{cases}\tag{14}$$

其中, μ_1 和 μ_2 是较小的正常数, n 是系统的阶数. 图 1 显示了当 $T_l=10\,\mathrm{s}$ 且 $T_r=25\,\mathrm{s}$ 时, 在参数 μ_1 和 μ_2 不同的取值下避撞函数 $\Phi(t)$ 的演变轨迹.

可见, 避撞函数 $\Phi(t)$ 具有如下 4 个特征:

(1) 当 $t\in[0,T_l)$ 时, 避撞函数 $\Phi(t)$ 单调递增, 且 $\lim\limits_{t\to T_l^-}\Phi(t)=1$;

(2) 当 $t\in[T_l,T_r)$ 时, 避撞函数 $\Phi(t)$ 保持为常数 1 不变;

(3) 当 $t\in[T_r,+\infty)$ 时, 避撞函数 $\Phi(t)$ 单调递减, 且 $\lim\limits_{t\to+\infty}\Phi(t)=0$;

(4) 导数 $\dot{\Phi}(t)$ 连续.

注释4　设计避撞函数的核心意义在于确保系统运行的不同阶段平滑过渡, 从而解决不可微硬约束引发的控制信号非光滑跳变问题. 由图 1 可知, 当 $t\in[0,T_l)$ 时, 参数 μ_1 的取值能够调节 $\Phi(t)$ 的增长速率, 较小的 μ_1 能够使得 $\Phi(t)$ 从 0 快速增长到 1. 当 $t\in[T_r,+\infty)$ 时, 参数 μ_2 的取值能够调节 $\Phi(t)$ 的衰减速率, 较小的 μ_2 能够使得 $\Phi(t)$ 从 1 快速收敛到 0. 利用这些特点能够将任意有界且非 0 的变量平滑地映射到 0, 这对于解决受约束与无约束之间变换阶段的不连续性至关重要.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

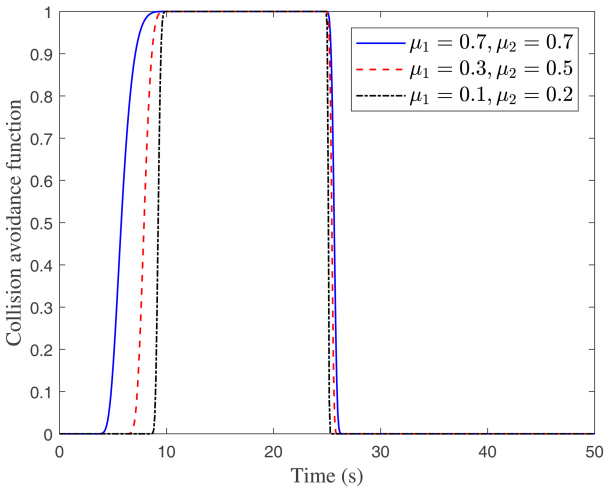


图 1　(网络版彩图) 避撞函数 $\Phi(t)$ 的演变轨迹.

Figure 1　(Color online) The evolution trajectory of collision avoidance function $\Phi(t)$.

3.2　邻居一致性误差转换

为便于控制器设计, 定义如下邻居一致性误差 $z_{i,1}$ 与虚拟误差 $z_{i,2},\ldots,z_{i,n}$:

$$z_{i,1} = \sum_{j=1}^{M} a_{ij}(y_i - y_j) + \xi_i(y_i - y_d), \tag{15}$$

$$z_{i,k} = x_{i,k} - \alpha_{i,k-1},\ k = 2,\ldots,n, \tag{16}$$

其中, $\alpha_{i,k}$ 表示虚拟控制信号.

令 $z_1 = [z_{1,1},\ldots,z_{M,1}]^{\mathrm{T}}$, $\bar{y} = [y_1,\ldots,y_M]^{\mathrm{T}}$, $\bar{y}_d = [y_d,\ldots,y_d]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{M\times 1}$. 由式 (15) 可得

$$z_1 = (L + B)\bar{y}_e, \tag{17}$$

其中, $\bar{y}_e = \bar{y} - \bar{y}_d = [y_{e1},\ldots,y_{eM}]^{\mathrm{T}}$ 表示由每个智能体的输出 y_i 与虚拟领导者 y_d 之间的跟踪误差 y_{ei} 所组成的向量.

定义辅助变量 $\varsigma_{i,k}$, 对邻居一致性误差与虚拟误差作如下转移转换:

$$\varsigma_{i,k} = \Phi z_{i,k},\ k = 1,\ldots,n. \tag{18}$$

根据避撞函数 $\Phi(t)$ 的主要特征, 可得

$$\varsigma_{i,k} = \begin{cases} \Phi z_{i,k}, & t \in [0, T_l), \\ z_{i,k}, & t \in [T_l, T_r),\ k = 1,\ldots,n, \\ \Phi z_{i,k}, & t \in [T_r, +\infty). \end{cases} \tag{19}$$

可见, 基于误差转移转换 (18) 能够将任意有界的误差变量 $z_{i,k}$, $k = 1,\ldots,n$ 变换成辅助变量 $\varsigma_{i,k}$, $k = 1,\ldots,n$. 当 $t \in [0, T_l)$ 和 $t \in [T_r, +\infty)$ 时, $\Phi(t) \to 0^+$, 因此 $\varsigma_{i,k} \to 0$. 需要指出的是, 当 $t \in [T_l, T_r)$ 时, 转换后的辅助变量 $\varsigma_{i,k}$ 恢复到原始的误差变量 $z_{i,k}$. 正是该误差转移转换 (18) 将误差变量 $z_{i,k}$ 的不规则约束问题转换为辅助变量 $\varsigma_{i,k}$ 的规则约束问题, 能够在同一映射关系下研究受约束与无约束阶段, 从而克服了传统 BLF 在处理无约束问题时面临的技术困难.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

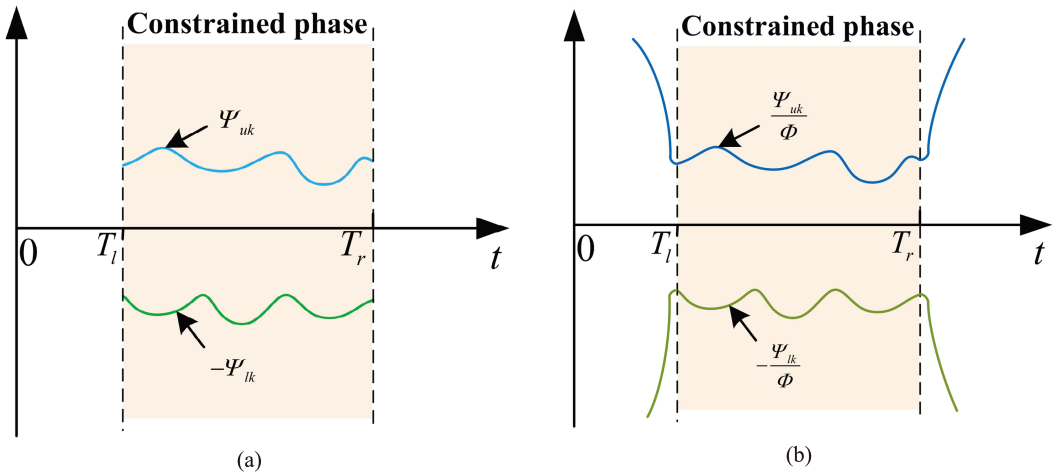


图 2　(网络版彩图) 避撞函数 $\Phi(t)$ 作用下的约束形式. (a) 约束 $-\Psi_{lk} < \varsigma_{i,k} < \Psi_{uk}$ 示意图; (b) 约束 $-\frac{\Psi_{lk}}{\Phi} < z_{i,k} < \frac{\Psi_{uk}}{\Phi}$ 示意图.

Figure 2　(Color online) The constraint forms under collision avoidance function $\Phi(t)$. (a) Schematic illustration of constraint $-\Psi_{lk} < \varsigma_{i,k} < \Psi_{uk}$; (b) schematic illustration of constraint $-\frac{\Psi_{lk}}{\Phi} < z_{i,k} < \frac{\Psi_{uk}}{\Phi}$.

针对多智能体系统的状态约束控制, 常用的基于 BLF 的方法要求系统状态必须始终在设定的约束范围内, 因而无法解决本文研究的不规则约束中的无约束阶段控制问题. 此外, 在不改变控制器结构的条件下, 大多数现有方法难以同时处理常值、时变、对称、非对称等不同类型的约束. 为此, 本文构造如下非对称障碍函数:

$$\gamma_{i,k} = \frac{\Psi_{uk}\Psi_{lk}z_{i,k}}{(\Psi_{lk}+\varsigma_{i,k})(\Psi_{uk}-\varsigma_{i,k})},\ k = 1,\ldots,n, \tag{20}$$

其中, $\Psi_{uk} > 0$ 和 $\Psi_{lk} > 0$ 是时变函数, 分别为误差变量 $z_{i,k}$ 的上下约束边界. 可见, 假如初始条件满足 $-\Psi_{lk}(0) < \varsigma_{i,k} < \Psi_{uk}(0)$, 则障碍函数 $\gamma_{i,k}$ 能够被很好地定义, 并且当且仅当 $\varsigma_{i,k} \to -\Psi_{lk}$ 或 $\varsigma_{i,k} \to \Psi_{uk}$ 时, 障碍函数 $\gamma_{i,k} \to \infty$. 因此, 只要设计控制器保证障碍函数 $\gamma_{i,k}$ 有界, 就能确保辅助变量满足 $-\Psi_{lk} < \varsigma_{i,k} < \Psi_{uk}$.

由式 (19) 和 (20) 可知, 当且仅当 $z_{i,k} \to -\frac{\Psi_{lk}}{\Phi}$ 或 $z_{i,k} \to \frac{\Psi_{uk}}{\Phi}$ 时, 障碍函数 $\gamma_{i,k} \to \infty$. 当 $t \in [0, T_l)$ 和 $t \in [T_r, +\infty)$ 时, 由于 $\Phi \to 0^+$, 因此可以推断出 $-\frac{\Psi_{lk}}{\Phi} \to -\infty$ 且 $\frac{\Psi_{uk}}{\Phi} \to +\infty$, 进而可得 $-\infty < z_{i,k} < +\infty$, 表示此时误差变量 $z_{i,k}$ 无约束. 图 2 体现了避撞函数在描述不规则约束时的作用, 表明利用避撞函数能够将图 2(a) 所示的不可微硬约束等价转换为图 2(b) 所示的光滑软约束形式, 从而缓解不规则约束的不可微特征. 当 $t \in [T_l, T_r)$ 时, 由于 $\Phi = 1$, 因此 $-\Psi_{lk} < z_{i,k} < \Psi_{uk}$, 表明此时误差变量 $z_{i,k}$ 满足辅助变量 $\varsigma_{i,k}$ 所满足的约束条件. 此外, 由于避撞函数 $\Phi(t)$ 是连续的, 因此在 $t = T_l$ 与 $t = T_r$ 时刻的约束边界 $-\frac{\Psi_{lk}}{\Phi}$ 和 $\frac{\Psi_{uk}}{\Phi}$ 也是连续的, 规避了注 2 中提到的约束边界不连续的现象.

3.3　一致性控制器设计

在设计一致性控制器之前, 对障碍函数 $\gamma_{i,k}$ 进行求导得到

$$\dot{\gamma}_{i,k} = \tau_{i,k}\dot{z}_{i,k} + \varpi_{i,k}\dot{\Phi} - \epsilon_{i,k}\dot{\Psi}_{uk} + \sigma_{i,k}\dot{\Psi}_{lk}, \tag{21}$$

其中,

$$\tau_{i,k} = \frac{\Psi_{lk}\Psi_{uk}(\Psi_{lk}\Psi_{uk}+\varsigma_{i,k}^2)}{(\Psi_{lk}+\varsigma_{i,k})^2(\Psi_{uk}-\varsigma_{i,k})^2}, \varpi_{i,k} = -\frac{\Psi_{lk}\Psi_{uk}z_{i,k}^2(\Psi_{uk}-\Psi_{lk}-2\varsigma_{i,k})}{(\Psi_{lk}+\varsigma_{i,k})^2(\Psi_{uk}-\varsigma_{i,k})^2},$$

$$\epsilon_{i,k} = \frac{\Psi_{lk}\varsigma_{i,k}z_{i,k}(\Psi_{lk}+\varsigma_{i,k})}{(\Psi_{lk}+\varsigma_{i,k})^2(\Psi_{uk}-\varsigma_{i,k})^2}, \sigma_{i,k} = \frac{\Psi_{uk}\varsigma_{i,k}z_{i,k}(\Psi_{uk}-\varsigma_{i,k})}{(\Psi_{lk}+\varsigma_{i,k})^2(\Psi_{uk}-\varsigma_{i,k})^2}, k = 1,\ldots,n.$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

对跟踪误差 (17) 进行求导并结合多智能体系统 (5), 可得

$$\dot{z}_1 = (L+B)\begin{bmatrix} x_{1,2} + f_{1,1} - \dot{y}_d \\ \vdots \\ x_{M,2} + f_{M,1} - \dot{y}_d \end{bmatrix}. \tag{22}$$

把式 (16) 代入式 (22), 可得

$$\dot{z}_1 = (L+B)\begin{bmatrix} \alpha_{1,1} + z_{1,2} + f_{1,1} - \dot{y}_d \\ \vdots \\ \alpha_{M,1} + z_{M,2} + f_{M,1} - \dot{y}_d \end{bmatrix}. \tag{23}$$

第 1 步: 考虑如下候选 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{M}\gamma_{i,1}^2 + \sum_{i=1}^{M}\frac{1}{2r_{i,1}}\tilde{\theta}_{i,1}^2, \tag{24}$$

其中, $r_{i,1} > 0$, $\tilde{\theta}_{i,1} = \theta_{i,1} - \hat{\theta}_{i,1}$, 这里 $\hat{\theta}_{i,1}$ 表示未知参数 $\theta_{i,1}$ 的估计值, $\theta_{i,1}$ 将在后续定义.

利用式 (21)∼(23), 对 V_1 进行求导可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 =& \sum_{i=1}^{M}\gamma_{i,1}\Bigg[\tau_{i,1}((d_i+\xi_i)(\alpha_{i,1}+z_{i,2}+f_{i,1}) - \sum_{j=1}^{M}a_{ij}(x_{j,2}+f_{j,1}) - \xi_i\dot{y}_d) + \varpi_{i,1}\dot{\Phi} \\ & - \epsilon_{i,1}\dot{\Psi}_{u1} + \sigma_{i,1}\dot{\Psi}_{l1}\Bigg] - \sum_{i=1}^{M}\frac{1}{r_{i,1}}\tilde{\theta}_{i,1}\dot{\hat{\theta}}_{i,1}.\end{aligned} \tag{25}$$

使用 Young's 不等式, 可得

$$\gamma_{i,1}\tau_{i,1}z_{i,2} \leqslant \frac{1}{2}\gamma_{i,1}\tau_{i,1}^2 + \frac{1}{2}\gamma_{i,1}z_{i,2}^2. \tag{26}$$

令 $\kappa_{i,1} = \tau_{i,1}((d_i+\xi_i)f_{i,1} - \xi_i\dot{y}_d - \sum_{j=1}^{M}a_{ij}(x_{j,2}+f_{j,1}) + \frac{1}{2}(d_i+\xi_i)\tau_{i,1})$, 则式 (25) 可变为

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 \leqslant& \sum_{i=1}^{M}\gamma_{i,1}\left[\tau_{i,1}(d_i+\xi_i)\alpha_{i,1} + \varpi_{i,1}\dot{\Phi} - \epsilon_{i,1}\dot{\Psi}_{u1} + \kappa_{i,1} + \sigma_{i,1}\dot{\Psi}_{l1}\right] + \frac{1}{2}(d_i+\xi_i)\gamma_{i,1}z_{i,2}^2 \\ & - \frac{1}{r_{i,1}}\tilde{\theta}_{i,1}\dot{\hat{\theta}}_{i,1}.\end{aligned} \tag{27}$$

由于 $\kappa_{i,1}$ 是不确定非线性函数, 根据引理 1 可知, 对于任意给定的 $\varepsilon_{i,1} > 0$, 存在 FLS $W_{i,1}^{\mathrm{T}}\varphi_{i,1}(\chi_{i,1})$ 满足

$$\kappa_{i,1} = W_{i,1}^{\mathrm{T}}\varphi_{i,1}(\chi_{i,1}) + \delta_{i,1}(\chi_{i,1}),\ \|\delta_{i,1}(\chi_{i,1})\| \leqslant \varepsilon_{i,1}, \tag{28}$$

其中, $W_{i,1}$ 表示权向量, $\varphi_{i,1}$ 表示模糊基函数, $\delta_{i,1}$ 表示逼近误差, $\chi_{i,1} = [x_{i,1}, \bar{x}_{j,2}, \Phi, \Psi_{l1}, \Psi_{u1}, y_d, \dot{y}_d]$.

利用 Young's 不等式, 可得

$$\gamma_{i,1}\kappa_{i,1} \leqslant \frac{1}{2q_{i,1}^2}\gamma_{i,1}^2\theta_{i,1}\varphi_{i,1}^{\mathrm{T}}(\chi_{i,1})\varphi_{i,1}(\chi_{i,1}) + \frac{1}{2}q_{i,1}^2 + \frac{1}{2}\gamma_{i,1}^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_{i,1}^2, \tag{29}$$

其中, $\theta_{i,1} = \|W_{i,1}\|^2$, $q_{i,1} > 0$ 表示设计参数.

虚拟控制器 $\alpha_{i,1}$ 和自适应律 $\dot{\hat{\theta}}_{i,1}$ 分别设计为

$$\alpha_{i,1} = -\frac{1}{\tau_{i,1}(d_i+\xi_i)}\left(\frac{1}{2q_{i,1}^2}\gamma_{i,1}\hat{\theta}_{i,1}\varphi_{i,1}^{\mathrm{T}}(\chi_{i,1})\varphi_{i,1}(\chi_{i,1}) + \frac{\gamma_{i,1}}{2} + c_{i,1}\gamma_{i,1} - \varpi_{i,1}\dot{\Phi} + \epsilon_{i,1}\dot{\Psi}_{u1} - \sigma_{i,1}\dot{\Psi}_{l1}\right), \tag{30}$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

$$\dot{\hat{\theta}}_{i,1} = \frac{r_{i,1}}{2q_{i,1}^2}\gamma_{i,1}^2\varphi_{i,1}^{\mathrm{T}}(\chi_{i,1})\varphi_{i,1}(\chi_{i,1}) - b_{i,1}\hat{\theta}_{i,1}, \tag{31}$$

其中, $c_{i,1}>0$ 和 $b_{i,1}>0$ 表示设计参数.

把式 (29)∼(31) 代入式 (27), 可得

$$\dot{V}_1 \leqslant \sum_{i=1}^{M} -c_{i,1}\gamma_{i,1}^2 + \frac{1}{2}(d_i+\xi_i)\gamma_{i,1}z_{i,2}^2 + \frac{1}{2}q_{i,1}^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_{i,1}^2 + \frac{b_{i,1}}{r_{i,1}}\tilde{\theta}_{i,1}\hat{\theta}_{i,1}. \tag{32}$$

第 k 步 ($2\leqslant k\leqslant n-1$): 考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V_k = V_{k-1} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{M}\gamma_{i,k}^2 + \sum_{i=1}^{M}\frac{1}{2r_{i,k}}\tilde{\theta}_{i,k}^2, \tag{33}$$

其中, $r_{i,k}>0$ 表示设计参数, $\tilde{\theta}_{i,k}=\theta_{i,k}-\hat{\theta}_{i,k}$, 这里 $\hat{\theta}_{i,k}$ 表示未知参数 $\theta_{i,k}$ 的估计值, $\theta_{i,k}$ 将在后续定义. 与第 1 步的推导过程类似, 对 V_k 进行求导可得

$$\dot{V}_k = \dot{V}_{k-1} + \sum_{i=1}^{M}\gamma_{i,k}[\tau_{i,k}(\alpha_{i,k}+z_{i,k+1}+f_{i,k}-\dot{\alpha}_{i,k-1}) + \varpi_{i,k}\dot{\Phi} - \epsilon_{i,k}\dot{\Psi}_{uk} + \sigma_{i,k}\dot{\Psi}_{lk}] - \sum_{i=1}^{M}\frac{1}{r_{i,k}}\tilde{\theta}_{i,k}\dot{\hat{\theta}}_{i,k}. \tag{34}$$

使用 Young's 不等式, 可得

$$\gamma_{i,k}\tau_{i,k}z_{i,k+1} \leqslant \frac{1}{2}\gamma_{i,k}\tau_{i,k}^2 + \frac{1}{2}\gamma_{i,k}z_{i,k+1}^2. \tag{35}$$

当 $k=2$ 时, 令 $\kappa_{i,2}=\tau_{i,2}(f_{i,2}-\dot{\alpha}_{i,1}+\frac{1}{2}\tau_{i,2})+\frac{1}{2}(d_i+\xi_i)z_{i,2}^2$. 当 $k=3,\ldots,n-1$ 时, 令 $\kappa_{i,k}=\tau_{i,k}(f_{i,k}-\dot{\alpha}_{i,k-1}+\frac{1}{2}\tau_{i,k})+\frac{1}{2}z_{i,k}^2$. 由于 $\kappa_{i,k}$ 是不确定非线性函数, 根据引理 1 可知, 对于任意给定的 $\varepsilon_{i,k}>0$, 存在 FLS $W_{i,k}^{\mathrm{T}}\varphi_{i,k}(\chi_{i,k})$ 满足

$$\kappa_{i,k} = W_{i,k}^{\mathrm{T}}\varphi_{i,k}(\chi_{i,k}) + \delta_{i,k}(\chi_{i,k}),\ \|\delta_{i,k}(\chi_{i,k})\|\leqslant\varepsilon_{i,k}, \tag{36}$$

其中, $W_{i,k}$ 表示权向量, $\varphi_{i,k}$ 表示模糊基函数, $\delta_{i,k}$ 表示逼近误差, $\chi_{i,k}=[\bar{x}_{i,k},\bar{x}_{j,k},\hat{\theta}_1,\ldots,\hat{\theta}_{k-1},\Phi,\Psi_{lk},\Psi_{uk},y_d,\ldots,y_d^{(k)}]$.

利用 Young's 不等式, 可得

$$\gamma_{i,k}\kappa_{i,k} \leqslant \frac{1}{2q_{i,k}^2}\gamma_{i,k}^2\theta_{i,k}\varphi_{i,k}^{\mathrm{T}}(\chi_{i,k})\varphi_{i,k}(\chi_{i,k}) + \frac{1}{2}q_{i,k}^2 + \frac{1}{2}\gamma_{i,k}^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_{i,k}^2, \tag{37}$$

其中, $\theta_{i,k}=\|W_{i,k}\|^2$, $q_{i,k}>0$ 表示设计参数.

虚拟控制器 $\alpha_{i,k}$ 和自适应律 $\dot{\hat{\theta}}_{i,k}$ 分别设计为

$$\alpha_{i,k} = -\frac{1}{\tau_{i,k}}\left(\frac{1}{2q_{i,k}^2}\gamma_{i,k}\hat{\theta}_{i,k}\varphi_{i,k}^{\mathrm{T}}(\chi_{i,k})\varphi_{i,k}(\chi_{i,k}) + \frac{\gamma_{i,k}}{2} + c_{i,k}\gamma_{i,k} - \varpi_{i,k}\dot{\Phi} + \epsilon_{i,k}\dot{\Psi}_{uk} - \sigma_{i,k}\dot{\Psi}_{lk}\right), \tag{38}$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{i,k} = \frac{r_{i,k}}{2q_{i,k}^2}\gamma_{i,k}^2\varphi_{i,k}^{\mathrm{T}}(\chi_{i,k})\varphi_{i,k}(\chi_{i,k}) - b_{i,k}\hat{\theta}_{i,k}, \tag{39}$$

其中, $c_{i,k}>0$ 和 $b_{i,k}>0$ 表示设计参数.

把式 (35)∼(39) 代入式 (34), 可得

$$\dot{V}_k \leqslant \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{M} -c_{i,j}\gamma_{i,j}^2 + \frac{1}{2}\gamma_{i,j}z_{i,j+1}^2 + \frac{1}{2}q_{i,j}^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_{i,j}^2 + \frac{b_{i,j}}{r_{i,j}}\tilde{\theta}_{i,j}\hat{\theta}_{i,j}. \tag{40}$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

第 n 步: 选择如下 Lyapunov 函数:

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{M}\gamma_{i,n}^2 + \sum_{i=1}^{M}\frac{\delta_{i\min}}{2r_{i,n}}\tilde{\theta}_{i,n}^2, \tag{41}$$

其中, $r_{i,n}>0$ 表示设计参数, $\tilde{\theta}_{i,n}=\theta_{i,n}-\hat{\theta}_{i,n}$, 这里 $\hat{\theta}_{i,n}$ 表示未知参数 $\theta_{i,n}$ 的估计值, $\theta_{i,n}$ 将在后续定义. 与第 k 步的推导过程类似, 基于式 (8) 和 (11) 对 V_n 进行求导可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_n =&\dot{V}_{n-1}+\sum_{i=1}^{M}\gamma_{i,n}[\tau_{i,n}\left(G_i'(u_{iv})u_i+E_i(u_i)+f_{i,n}-\dot{\alpha}_{i,n-1}\right)+\varpi_{i,n}\dot{\Phi}-\epsilon_{i,n}\dot{\Psi}_{un}+\sigma_{i,n}\dot{\Psi}_{ln}]\\&-\sum_{i=1}^{M}\frac{\delta_{i\min}}{r_{i,n}}\tilde{\theta}_{i,n}\dot{\hat{\theta}}_{i,n}.\end{aligned}\tag{42}$$

利用 $E_i(u_i)$ 的有界性, 可得

$$\gamma_{i,n}\tau_{i,n}E_i(u_i)\leqslant\frac{1}{2}\gamma_{i,n}^2\tau_{i,n}^2+\frac{1}{2}\bar{E}_i^2. \tag{43}$$

令 $\kappa_{i,n}=\tau_{i,n}(f_{i,n}-\dot{\alpha}_{i,n-1}+\frac{1}{2}\gamma_{i,n}\tau_{i,n})+\frac{1}{2}z_{i,n}^2+\varpi_{i,n}\dot{\Phi}-\epsilon_{i,n}\dot{\Psi}_{un}+\sigma_{i,n}\dot{\Psi}_{ln}$. 由于 $\kappa_{i,n}$ 是不确定非线性函数, 根据引理 1 可知, 对于任意给定的 $\varepsilon_{i,n}>0$, 存在 FLS $W_{i,n}^{\mathrm{T}}\varphi_{i,n}(\chi_{i,n})$ 满足

$$\kappa_{i,n}=W_{i,n}^{\mathrm{T}}\varphi_{i,n}(\chi_{i,n})+\delta_{i,n}(\chi_{i,n}),\ \|\delta_{i,n}(\chi_{i,n})\|\leqslant\varepsilon_{i,n}, \tag{44}$$

其中, $W_{i,n}$ 表示权向量, $\varphi_{i,n}$ 表示模糊基函数, $\delta_{i,n}$ 表示逼近误差, $\chi_{i,n}=[\bar{x}_{i,n},\bar{x}_{j,n},\hat{\theta}_1,\ldots,\hat{\theta}_{n-1},\Phi,\dot{\Phi},\Psi_{un},\dot{\Psi}_{un},\Psi_{ln},\dot{\Psi}_{ln},y_d,\ldots,y_d^{(n)}]$.

利用 Young's 不等式, 可得

$$\gamma_{i,n}\kappa_{i,n}\leqslant\frac{\delta_{i\min}}{2q_{i,n}^2}\gamma_{i,n}^2\theta_{i,n}\varphi_{i,n}^{\mathrm{T}}(\chi_{i,n})\varphi_{i,n}(\chi_{i,n})+\frac{q_{i,n}^2}{2\delta_{i\min}}+\frac{\delta_{i\min}}{2}\gamma_{i,n}^2+\frac{1}{2\delta_{i\min}}\varepsilon_{i,n}^2, \tag{45}$$

其中, $\theta_{i,n}=\|W_{i,n}\|^2$, $q_{i,n}>0$ 表示设计参数.

实际控制器 u_i 设计为

$$u_i=-\frac{1}{\tau_{i,n}}\left(\frac{1}{2q_{i,n}^2}\gamma_{i,n}\hat{\theta}_{i,n}\varphi_{i,n}^{\mathrm{T}}(\chi_{i,n})\varphi_{i,n}(\chi_{i,n})+\frac{\gamma_{i,n}}{2}+c_{i,n}\gamma_{i,n}\right), \tag{46}$$

其中, $c_{i,n}>0$ 表示设计参数.

由式 (13) 可知, 下列不等式成立:

$$\gamma_{i,n}\tau_{i,n}G_i'u_i\leqslant-\left(\frac{\delta_{i\min}}{2q_{i,n}^2}\gamma_{i,n}^2\hat{\theta}_{i,n}\varphi_{i,n}^{\mathrm{T}}(\chi_{i,n})\varphi_{i,n}(\chi_{i,n})+c_{i,n}\delta_{i\min}\gamma_{i,n}^2+\frac{\delta_{i\min}}{2}\gamma_{i,n}^2\right). \tag{47}$$

自适应律 $\dot{\hat{\theta}}_{i,n}$ 设计为

$$\dot{\hat{\theta}}_{i,n}=\frac{r_{i,n}}{2q_{i,n}^2}\gamma_{i,n}^2\varphi_{i,n}^{\mathrm{T}}(\chi_{i,n})\varphi_{i,n}(\chi_{i,n})-b_{i,n}\hat{\theta}_{i,n}, \tag{48}$$

其中, $b_{i,n}>0$ 表示设计参数.

把式 (43)~(48) 代入式 (42), 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_n\leqslant&\sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=1}^{M}\left[-c_{i,j}z_{i,j}^2+\frac{b_{i,j}}{r_{i,j}}\tilde{\theta}_{i,j}\hat{\theta}_{i,j}+\frac{q_{i,j}^2}{2}+\frac{\varepsilon_{i,j}^2}{2}\right]+\sum_{i=1}^{M}\left[-c_{i,n}\delta_{i\min}z_{i,n}^2+\frac{\delta_{i\min}b_{i,n}}{r_{i,n}}\tilde{\theta}_{i,n}\hat{\theta}_{i,n}\right.\\&\left.+\frac{q_{i,n}^2+\varepsilon_{i,n}^2}{2\delta_{i\min}}\right]+\frac{1}{2}\bar{E}_i^2.\end{aligned}\tag{49}$$

本文所提控制方法的结构框图如图 3 所示.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

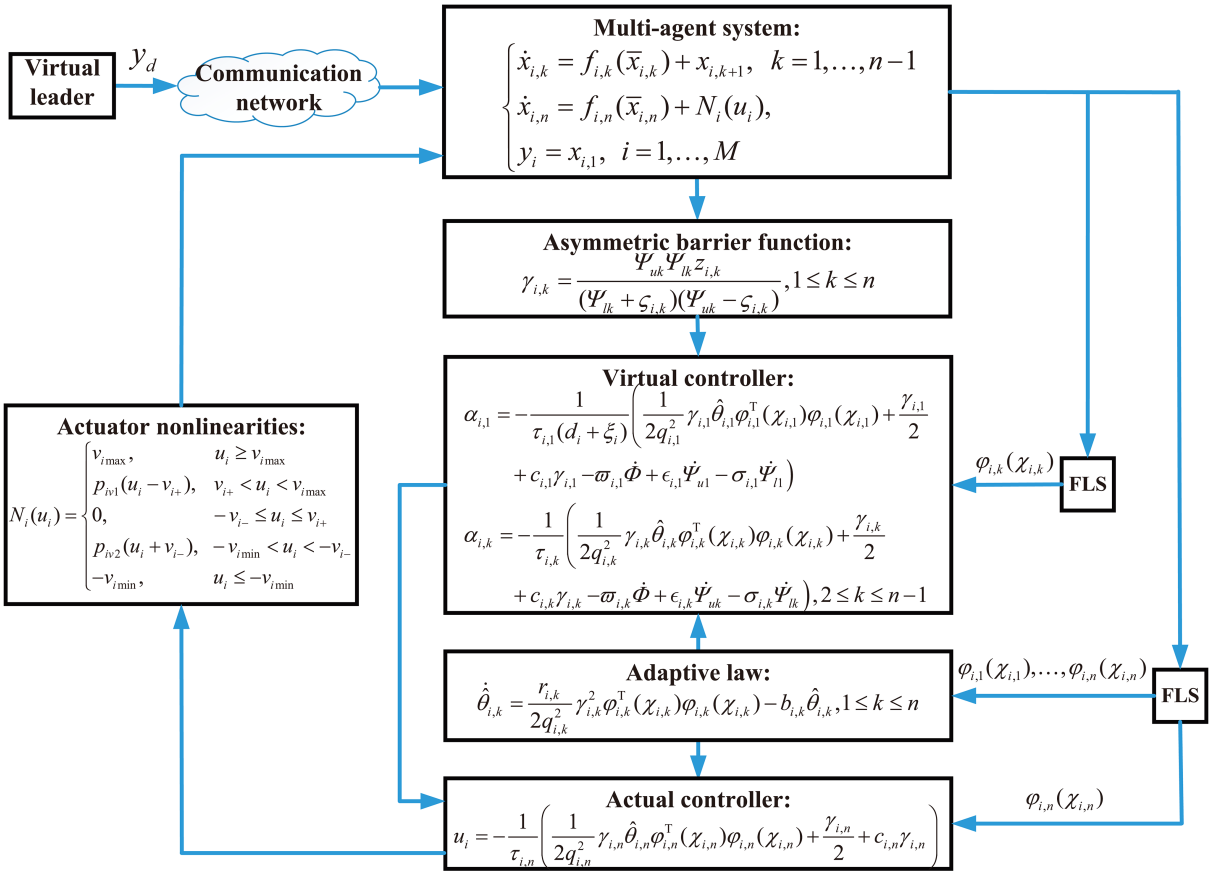


图 3　(网络版彩图) 控制方法结构框图.

Figure 3　(Color online) The block diagram of the control method.

4　稳定性分析

本节给出如下概括本文所提控制策略结果的定理.

定理1　考虑满足假设 1 和 2 的多智能体系统 (5), 如果选用虚拟控制器 (30) 和 (38), 实际控制器 (46), 以及自适应律 (31), (39), (48), 则多智能体系统 (5) 能够在满足不规则状态约束的条件下实现有界一致跟踪.

证明　基于 Young's 不等式, 可得

$$\frac{b_{i,j}}{r_{i,j}}\tilde{\theta}_{i,j}\hat{\theta}_{i,j} \leqslant -\frac{b_{i,j}}{2r_{i,j}}\tilde{\theta}_{i,j}^2 + \frac{b_{i,j}}{2r_{i,j}}\theta_{i,j}^2. \tag{50}$$

令 $\bar{c} = \min\{2c_{i,j}, 2c_{i,n}\delta_{i\min}, b_{i,j}, \delta_{i\min}b_{i,n}, i = 1,\ldots,M, j = 1,\ldots,n-1\}$, 把式 (50) 代入式 (49) 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_n &\leqslant -\bar{c}\left(\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{M}\frac{z_{i,j}^2}{2} + \sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=1}^{M}\frac{\tilde{\theta}_{i,j}^2}{2r_{i,j}} + \sum_{i=1}^{M}\frac{\delta_{i\min}}{2r_{i,n}}\tilde{\theta}_{i,n}^2\right) + \Delta \\ &\leqslant -\bar{c}V_n + \Delta,\end{aligned} \tag{51}$$

其中,

$$\Delta = \sum_{j=1}^{n-1}\sum_{i=1}^{M}\left(\frac{q_{i,j}^2}{2} + \frac{\varepsilon_{i,j}^2}{2} + \frac{b_{i,j}}{2r_{i,j}}\theta_{i,j}^2\right) + \sum_{i=1}^{M}\left(\frac{q_{i,j}^2 + \varepsilon_{i,j}^2}{2\delta_{i\min}} + \frac{\delta_{i\min}b_{i,j}}{2r_{i,j}}\theta_{i,j}^2\right) + \frac{1}{2}\bar{E}_i^2.$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

对式 (51) 进行积分, 可得

$$0 \leqslant V_n(t) \leqslant \frac{\Delta}{\bar{c}} + V_n(0)\mathrm{e}^{-\bar{c}t}, \tag{52}$$

以及

$$V_n(t) \leqslant \frac{\Delta}{\bar{c}} + V_n(0), \quad \forall t > 0. \tag{53}$$

基于式 (53) 以及 $V_n(t)$ 的定义可以推断出, 闭环系统 (5) 的所有信号均有界. 根据障碍函数 $\gamma_{i,k}, k = 1, \ldots, n$ 的有界性可知, 误差变量满足 $-\frac{\Psi_{lk}}{\Phi} < z_{i,k} < \frac{\Psi_{uk}}{\Phi}$, $k = 1, \ldots, n$. 当 $k = 1$ 时, 由 z_1 的定义可以得到 $-\frac{\sqrt{M}\Psi_{l1}}{\Phi} < z_{i,1} \leqslant \|z_1\| < \frac{\sqrt{M}\Psi_{u1}}{\Phi}$, 再由式 (17) 可以推断出 $-\frac{\sqrt{M}\Psi_{l1}}{\bar{\sigma}_{\min}(L+B)\Phi} < y_{ei} \leqslant \|\bar{y}_e\| < \frac{\sqrt{M}\Psi_{u1}}{\bar{\sigma}_{\min}(L+B)\Phi}$, 其中 $\bar{\sigma}_{\min}(L+B)$ 表示 $L+B$ 的最小奇异值. 根据 $y_{ei} = y_i - y_d$ 以及假设 2 可知, 状态 $x_{i,1}$ 满足 $-\frac{\sqrt{M}\Psi_{l1}}{\bar{\sigma}_{\min}(L+B)\Phi} + y_{dl} < x_{i,1} = y_i = y_{ei} + y_d < \frac{\sqrt{M}\Psi_{u1}}{\bar{\sigma}_{\min}(L+B)\Phi} + y_{du}$. 此时, 可分以下两种情况讨论:

(1) 当 $t \in [0, T_l)$ 和 $t \in [T_r, +\infty)$ 时, 由于此时 $\Phi(t) \to 0^+$, 因此可得 $-\infty + y_{dl} < x_{i,1} < +\infty + y_{du}$, 这表明此时 $x_{i,1}$ 不受任何约束限制;

(2) 当 $t \in [T_l, T_r)$ 时, 由于此时 $\Phi(t) = 1$, 因此可得 $-\frac{\sqrt{M}\Psi_{l1}}{\bar{\sigma}_{\min}(L+B)} + y_{dl} < x_{i,1} < \frac{\sqrt{M}\Psi_{u1}}{\bar{\sigma}_{\min}(L+B)} + y_{du}$. 令约束边界为 $F_{l1} = -\frac{\sqrt{M}\Psi_{l1}}{\bar{\sigma}_{\min}(L+B)} + y_{dl}$ 和 $F_{u1} = \frac{\sqrt{M}\Psi_{u1}}{\bar{\sigma}_{\min}(L+B)} + y_{du}$, 可得当 $t \in [T_l, T_r)$ 时 $x_{i,1}$ 满足约束关系 $F_{l1} < x_{i,1} < F_{u1}$.

基于上述讨论可知, 所提控制方法能够保证状态 $x_{i,1}$ 满足不规则约束的条件. 接下来分析其他状态的约束关系. 由于虚拟控制器 $\alpha_{i,k}$ 中的所有变量均有界, 因此存在常数 $\alpha_{i,k}^{\min}$ 与 $\alpha_{i,k}^{\max}$ 满足 $\alpha_{i,k}^{\min} \leqslant \alpha_{i,k} \leqslant \alpha_{i,k}^{\max}$. 当 $k = 2, \ldots, n$ 时, 由式 (16) 可知状态 $x_{i,k}$ 满足 $-\frac{\Psi_{lk}}{\Phi} + \alpha_{i,k-1}^{\min} < x_{i,k} = z_{i,k} + \alpha_{i,k-1} < \frac{\Psi_{uk}}{\Phi} + \alpha_{i,k-1}^{\max}$. 此时, 可分以下两种情况讨论:

(1) 当 $t \in [0, T_l)$ 和 $t \in [T_r, +\infty)$ 时, 由于此时 $\Phi(t) \to 0^+$, 因此可得 $-\infty + \alpha_{i,k-1}^{\min} < x_{i,k} < +\infty + \alpha_{i,k-1}^{\max}$, 这表明此时 $x_{i,k}$ 不受任何约束限制;

(2) 当 $t \in [T_l, T_r)$ 时, 由于此时 $\Phi(t) = 1$, 因此可得 $-\Psi_{lk} + \alpha_{i,k-1}^{\min} < x_{i,k} < \Psi_{uk} + \alpha_{i,k-1}^{\max}$. 令约束边界为 $F_{lk} = -\Psi_{lk} + \alpha_{i,k-1}^{\min}$ 和 $F_{uk} = \Psi_{uk} + \alpha_{i,k-1}^{\max}$, 可得当 $t \in [T_l, T_r)$ 时 $x_{i,k}$ 满足约束关系 $F_{lk} < x_{i,k} < F_{uk}$.

综合以上分析可知, 所提控制方法能够保证状态 $x_{i,k}$, $k = 2, \ldots, n$ 满足不规则约束的条件. 此外, 由式 (20) 可知 $z_{i,1} = \frac{\gamma_{i,1}(\Psi_{l1}+\varsigma_{i,1})(\Psi_{u1}-\varsigma_{i,1})}{\Psi_{u1}\Psi_{l1}}$, 其中 $\Psi_{u1} > 0$ 和 $\Psi_{l1} > 0$ 是给定的约束边界. 由式 (53) 可得 $\gamma_{i,1}$ 有界且满足 $|\gamma_{i,1}| \leqslant \sqrt{2(V_n(0) + \frac{\Delta}{\bar{c}})}$. 根据 $\gamma_{i,1}$ 的定义可知 $(\Psi_{l1} + \varsigma_{i,1})(\Psi_{u1} - \varsigma_{i,1})$ 也是有界的, 即 $\varsigma_{i,1}$ 一直被限制在 $-\Psi_{l1} < \varsigma_{i,1} < \Psi_{u1}$ 集合内, 在该集合内有 $(\Psi_{l1} + \varsigma_{i,1})(\Psi_{u1} - \varsigma_{i,1}) \leqslant \frac{(\Psi_{l1}+\Psi_{u1})^2}{4}$ 成立. 因此, 可以推断出邻居一致性误差 $z_{i,1}$ 有界且满足 $|z_{i,1}| \leqslant \frac{\sqrt{2(V_n(0)+\frac{\Delta}{\bar{c}})}(\Psi_{l1}+\Psi_{u1})^2}{4\Psi_{u1}\Psi_{l1}}$, 进而由式 (17) 可知跟踪误差 y_{ei} 也是有界的, 且满足 $|y_{ei}| \leqslant \frac{\sqrt{2(V_n(0)+\frac{\Delta}{\bar{c}})}(\Psi_{l1}+\Psi_{u1})^2}{4\Psi_{u1}\Psi_{l1}\bar{\sigma}_{\min}(L+B)}$, $i = 1, \ldots, M$. 可见, 通过选择适当的设计参数能够使得跟踪误差 y_{ei} 足够小, 这表明多智能体系统 (5) 实现了有界一致跟踪.

注释5　系统的控制性能与设计参数的选择密切相关. 基于稳定性分析, 可以总结出避撞函数、控制器和自适应律的参数选择指南如下. (1) 选择较小的 μ_1 能够在 $t \in [0, T_l)$ 时调节 $\Phi(t)$ 的增长速率, 使得 $\Phi(t)$ 从 0 快速增长到 1; 选择较小的 μ_2 能够在 $t \in [T_r, +\infty)$ 时调节 $\Phi(t)$ 的衰减速率, 使得 $\Phi(t)$ 从 1 快速收敛到 0. (2) 选择较大的 $c_{i,k}$ 与较小的 $q_{i,k}$, 可以增强系统的抗干扰能力; 然而, 过于极端的参数选择可能会导致能耗过高, 从而增加控制成本. (3) 选择较大的 $r_{i,k}$ 与合适的 $b_{i,k}$, 可以提高参数更新速率, 并保证 $\hat{\theta}_{i,k}$ 的有界性; 然而, 过大的 $r_{i,k}$ 可能导致参数漂移, 且过大的 $b_{i,k}$ 可能会导致 $\hat{\theta}_{i,k}$ 过快收敛到 0.

5　仿真验证

本节通过提供两个仿真例子验证所提控制策略的有效性和通用性. 第 1 个例子通过 4 个异构单关节机器人模型验证该控制算法的实用性, 第 2 个例子用于证明该控制算法同样适用于异构连续扭摆系统.

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

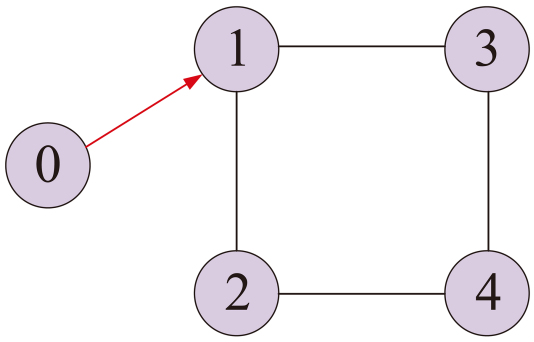


图 4　(网络版彩图) 通信拓扑.

Figure 4　(Color online) Communication topology.

5.1　单关节机器人模型仿真验证

考虑由 4 个单关节机器人组成的异构多智能体系统 [12], 每个机器人的动态方程为

$$\begin{cases} Q_i\ddot{p}_i + \dfrac{1}{2}D_i g L_i \sin(p_i) = N_i(u_i), \\ y_i = p_i,\ i = 1, \ldots, 4, \end{cases} \tag{54}$$

其中, p_i, $\dot{p}_i$ 和 $\ddot{p}_i$ 分别表示关节角位移、速度和加速度, Q_i 表示转动惯量, $g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$ 表示重力加速度, $N_i(u_i)$ 表示输入转矩, D_i 和 L_i 分别表示关节的质量和长度, 通信拓扑如图 4 所示, 对应的拉普拉斯矩阵 L 为

$$L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}. \tag{55}$$

根据文献 [12], 动态方程 (54) 可以改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2}, \\ \dot{x}_{i,2} = \dfrac{1}{Q_i}N_i(u_i) - \dfrac{1}{2Q_i}D_i g L_i \sin(x_{i,1}), \\ y_i = x_{i,1},\ i = 1, \ldots, 4. \end{cases} \tag{56}$$

虚拟领导者参考轨迹选取为 $y_d(t) = 0.5(\tanh(5(t - T_l)) + \tanh(5(t - T_r)))\sin(t) + 0.3\cos(t)$, 受到执行器死区及饱和非线性限制的系统输入转矩为

$$N_i(u_i) = \begin{cases} 12, & u_i \geqslant 12, \\ 2(u_i - 6), & 6 < u_i < 12, \\ 0, & -8 \leqslant u_i \leqslant 6, \\ \dfrac{7}{3}(u_i + 8), & -14 < u_i < -8, \\ -14, & u_i \leqslant -14. \end{cases} \tag{57}$$

根据式 (57), 改进的 Sigmoid 函数计算为

$$G_i(u_i) = \frac{12}{1 + \mathrm{e}^{-\frac{2}{3}(u_i - 9)}} - \frac{12}{1 + \mathrm{e}^{6}} - \frac{14}{1 + \mathrm{e}^{\frac{2}{3}(u_i + 11)}} + \frac{14}{1 + \mathrm{e}^{\frac{22}{3}}}. \tag{58}$$

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

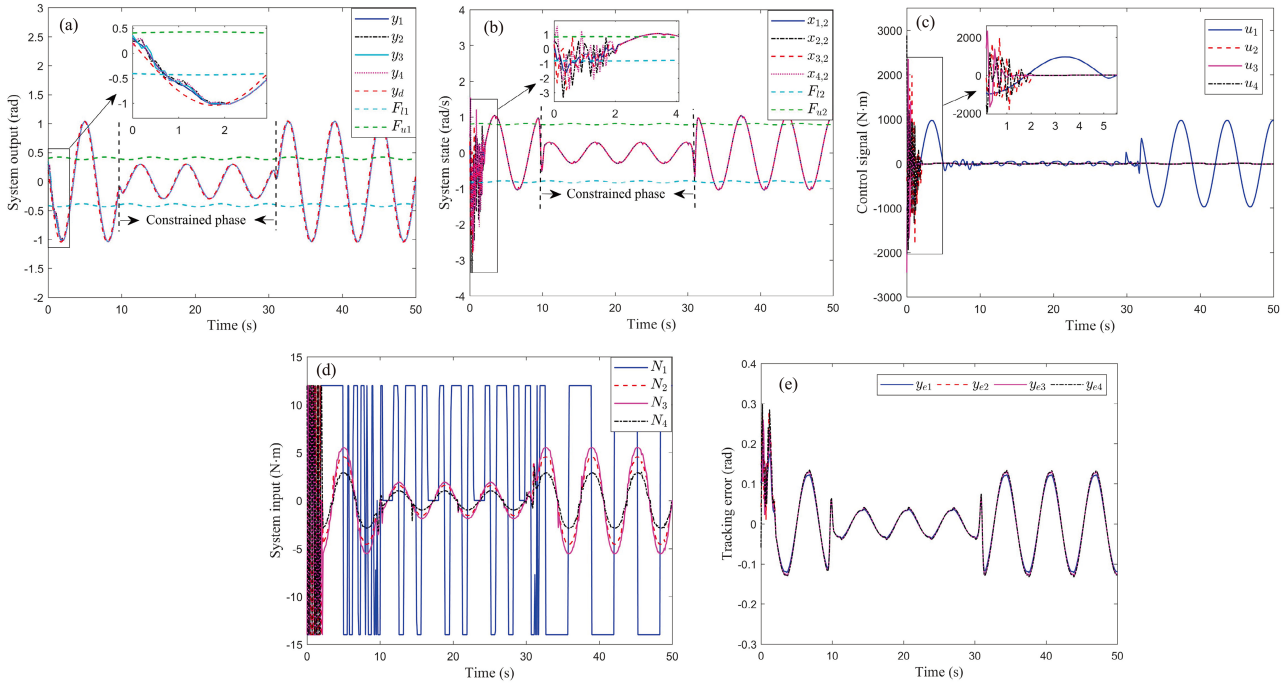


图 5　(网络版彩图) 机器人系统仿真结果. (a) 系统输出 y_i; (b) 系统状态 $x_{i,2}$; (c) 控制信号 u_i; (d) 系统输入 N_i; (e) 跟踪误差 y_{ei}.

Figure 5　(Color online) Robot system simulation results. (a) System output y_i; (b) system state $x_{i,2}$; (c) control signal u_i; (d) system input N_i; (e) tracking error y_{ei}.

系统参数设置如下: $D_1 = 1\,\text{kg}$, $D_2 = 1.1\,\text{kg}$, $D_3 = 1.2\,\text{kg}$, $D_4 = 0.9\,\text{kg}$, $Q_1 = 0.5\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$, $Q_2 = 0.53\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$, $Q_3 = 0.52\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$, $Q_4 = 0.51\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$, $L_1 = 1\,\text{m}$, $L_2 = 1.1\,\text{m}$, $L_3 = 1.2\,\text{m}$, $L_4 = 0.9\,\text{m}$. 设计参数选择如下: $q_{1,1} = 300$, $q_{2,1} = q_{3,1} = q_{4,1} = 30$, $q_{1,2} = q_{2,2} = q_{3,2} = q_{4,2} = 900$, $c_{1,1} = c_{2,1} = c_{3,1} = c_{4,1} = 220$, $c_{1,2} = c_{2,2} = c_{3,2} = c_{4,2} = 42$, $r_{1,1} = r_{2,1} = r_{3,1} = r_{4,1} = 72$, $r_{1,2} = r_{2,2} = r_{3,2} = r_{4,2} = 36$, $b_{1,1} = b_{2,1} = b_{3,1} = b_{4,1} = 0.3$, $b_{1,2} = b_{2,2} = b_{3,2} = b_{4,2} = 33$, $\mu_1 = \mu_2 = 0.7$. 此外, 初值选择为 $x_{1,1}(0) = 0.3\,\text{rad}$, $x_{1,2}(0) = 0.3\,\text{rad/s}$, $x_{2,1}(0) = 0.24\,\text{rad}$, $x_{2,2}(0) = 0.55\,\text{rad/s}$, $x_{3,1}(0) = 0.35\,\text{rad}$, $x_{3,2}(0) = 0.32\,\text{rad/s}$, $x_{4,1}(0) = 0.14\,\text{rad}$, $x_{4,2}(0) = 0.45\,\text{rad/s}$, $\hat{\theta}_{1,1}(0) = \hat{\theta}_{1,2}(0) = 0$, $\hat{\theta}_{2,1}(0) = \hat{\theta}_{2,2}(0) = 0$, $\hat{\theta}_{3,1}(0) = \hat{\theta}_{3,2}(0) = 0$, $\hat{\theta}_{4,1}(0) = \hat{\theta}_{4,2}(0) = 0$. 状态 $x_{i,1}$ 的约束边界设定为 $F_{l1} = -0.41 - 0.025\sin(t)$ 和 $F_{u1} = 0.4 + 0.02\sin(t)$, 状态 $x_{i,2}$ 的约束边界设定为 $F_{l2} = -0.81 - 0.025\sin(t)$ 和 $F_{u2} = 0.8 + 0.02\sin(t)$, 约束边界开始时刻设为 $T_l = 9.8\,\text{s}$, 结束时刻设为 $T_r = 31\,\text{s}$.

仿真结果如图 5 所示. 图 5(a) 显示了虚拟领导者参考轨迹 y_d 与每个机器人智能体的输出 y_i. 可见, 系统输出 y_i 能够精确跟踪参考轨迹 y_d, 并且系统输出 y_i 在区间 $[9.8, 31)\,\text{s}$ 内被限制在设定的约束范围内, 在其他时间段不受约束限制. 图 5(b) 显示了每个机器人智能体的状态 $x_{i,2}$. 可见, 在区间 $[9.8, 31)\,\text{s}$ 内系统状态 $x_{i,2}$ 被限制在设定的约束范围内, 在其他时间段不受约束的限制, 且 4 个机器人的状态最终趋于一致. 图 5(c) 和 (d) 分别显示了每个机器人智能体的控制信号 u_i 和系统输入 N_i. 由于各机器人初始状态之间存在较大差异, 系统需要较大的控制力矩来快速调整, 因此状态 $x_{i,2}$、控制信号 u_i 和系统输入 N_i 在初期均有较大幅度的振荡现象. 图 5(e) 显示了每个机器人智能体的跟踪误差 y_{ei}. 可见, 在受约束与无约束阶段, 跟踪误差 y_{ei} 均有界. 根据上述仿真结果可知, 所提控制策略能够在解决不规则状态约束问题的同时, 确保多智能体系统实现有界一致跟踪, 且跟踪误差一致最终有界.

5.2　连续扭摆系统仿真验证

本小节将验证所提一致性控制器对异构连续扭摆系统的有效性. 考虑由以下 4 个连续扭摆子系统组成的异

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

构多智能体系统 [22]:

$$\begin{cases} \dot{x}_{1,1} = x_{1,2} + 0.7x_{1,1}, \\ \dot{x}_{1,2} = -\dfrac{49}{30}\sin(x_{1,1}) - 0.2x_{1,1} + \dfrac{3}{4}N_1(u_1), \\ y_1 = x_{1,1}, \end{cases} \tag{59}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_{2,1} = x_{2,2} + 0.6x_{2,1}, \\ \dot{x}_{2,2} = -\dfrac{29}{30}\sin(x_{2,1}) - 0.1x_{2,1} + \dfrac{3}{4}N_2(u_2), \\ y_2 = x_{2,1}, \end{cases} \tag{60}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_{3,1} = x_{3,2} + 0.6x_{3,1}, \\ \dot{x}_{3,2} = -\sin(x_{3,1}) - 0.2x_{3,1} + \dfrac{3}{4}N_3(u_3), \\ y_3 = x_{3,1}, \end{cases} \tag{61}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_{4,1} = x_{4,2} + 0.5x_{4,1}, \\ \dot{x}_{4,2} = -\dfrac{49}{30}\cos(x_{4,1}) + 0.2x_{4,1} + \dfrac{3}{4}N_4(u_4), \\ y_4 = x_{4,1}. \end{cases} \tag{62}$$

通信拓扑如图 4 所示, 对应的拉普拉斯矩阵 L 为式 (55). 虚拟领导者参考轨迹选取为 $y_d(t) = 0.5(\tanh(3(t - T_l)) + \tanh(3(t - T_r)))\sin(t) + 0.3\cos(t)$, 受到执行器死区及饱和非线性限制的系统输入为

$$N_i(u_i) = \begin{cases} 12, & u_i \geqslant 12, \\ 2(u_i - 6), & 6 < u_i < 12, \\ 0, & -8 \leqslant u_i \leqslant 6, \\ \dfrac{7}{3}(u_i + 8), & -14 < u_i < -8, \\ -14, & u_i \leqslant -14. \end{cases} \tag{63}$$

根据式 (63), 改进的 Sigmoid 函数计算为

$$G_i(u_i) = \frac{12}{1 + \mathrm{e}^{-\frac{2}{3}(u_i - 9)}} - \frac{12}{1 + \mathrm{e}^{6}} - \frac{14}{1 + \mathrm{e}^{\frac{2}{3}(u_i + 11)}} + \frac{14}{1 + \mathrm{e}^{\frac{22}{3}}}. \tag{64}$$

设计参数选择如下: $q_{1,1} = 150$, $q_{2,1} = q_{3,1} = q_{4,1} = 15$, $q_{1,2} = q_{2,2} = q_{3,2} = q_{4,2} = 900$, $c_{1,1} = c_{2,1} = c_{3,1} = c_{4,1} = 110$, $c_{1,2} = c_{2,2} = c_{3,2} = c_{4,2} = 42$, $r_{1,1} = r_{2,1} = r_{3,1} = r_{4,1} = 36$, $r_{1,2} = r_{2,2} = r_{3,2} = r_{4,2} = 36$, $b_{1,1} = b_{2,1} = b_{3,1} = b_{4,1} = 0.3$, $b_{1,2} = b_{2,2} = b_{3,2} = b_{4,2} = 33$, $\mu_1 = \mu_2 = 0.7$. 此外, 初值选择为 $x_{1,1}(0) = 0.3$ rad, $x_{1,2}(0) = -0.3$ rad/s, $x_{2,1}(0) = 0.24$ rad, $x_{2,2}(0) = -0.55$ rad/s, $x_{3,1}(0) = 0.35$ rad, $x_{3,2}(0) = 0.32$ rad/s, $x_{4,1}(0) = 0.14$ rad, $x_{4,2}(0) = -0.45$ rad/s, $\hat{\theta}_{1,1}(0) = \hat{\theta}_{1,2}(0) = 0$, $\hat{\theta}_{2,1}(0) = \hat{\theta}_{2,2}(0) = 0$, $\hat{\theta}_{3,1}(0) = \hat{\theta}_{3,2}(0) = 0$, $\hat{\theta}_{4,1}(0) = \hat{\theta}_{4,2}(0) = 0$. 状态 $x_{i,1}$ 的约束边界设定为 $F_{l1} = -0.41 - 0.025\sin(t)$ 和 $F_{u1} = 0.4 + 0.02\sin(t)$, 状态 $x_{i,2}$ 的约束边界设定为 $F_{l2} = -0.81 - 0.025\sin(t)$ 和 $F_{u2} = 0.8 + 0.02\sin(t)$, 约束边界开始时刻设为 $T_l = 15$ s, 结束时刻设为 $T_r = 35$ s.

仿真结果如图 6 所示. 图 6(a) 显示了虚拟领导者参考轨迹 y_d 与每个扭摆智能体的输出 y_i. 可见, 系统输出 y_i 能够精确跟踪参考轨迹 y_d, 并且系统输出 y_i 可以在区间 $[15, 35)$ s 内满足约束条件, 在其他时间段可以不受约束限制自由运行. 图 6(b) 显示了每个扭摆智能体的状态 $x_{i,2}$. 可见, 在区间 $[15, 35)$ s 内状态 $x_{i,2}$ 满足约束条件, 在其他时间段不受约束的限制, 且 4 个扭摆子系统的状态最终趋于一致. 图 6(c) 和 (d) 分别显示了每个扭摆智能体的控制信号 u_i 和系统输入 N_i. 由于各扭摆初始状态之间存在较大差异, 系统需要较大的控制力矩来快速

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

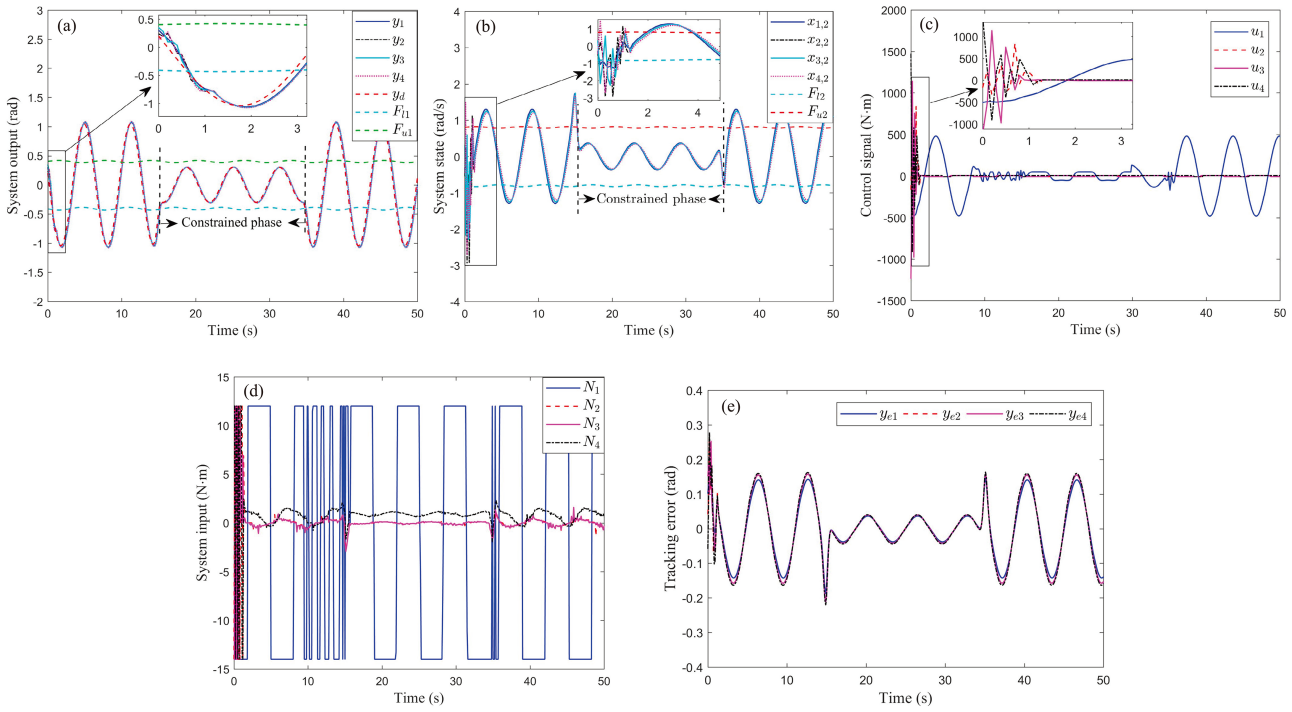


图 6　(网络版彩图) 扭摆系统仿真结果. (a) 扭摆输出 y_i; (b) 扭摆状态 $x_{i,2}$; (c) 扭摆控制信号 u_i; (d) 扭摆输入 N_i; (e) 扭摆跟踪误差 y_{ei}.

Figure 6　(Color online) Torsional pendulum system simulation results. (a) Torsional pendulum output y_i; (b) torsional pendulum state $x_{i,2}$; (c) torsional pendulum control signal u_i; (d) torsional pendulum input N_i; (e) torsional pendulum tracking error y_{ei}.

调整, 因此状态 $x_{i,2}$、控制信号 u_i 和系统输入 N_i 在初期均有较大幅度的振荡现象. 图 6(e) 显示了每个扭摆智能体的跟踪误差 y_{ei}. 可见, 在受约束与无约束阶段, 跟踪误差 y_{ei} 均有界. 根据上述仿真结果可知, 所提一致跟踪控制策略同样适用于异构连续扭摆系统, 能够在解决不规则状态约束问题的同时, 实现有界一致跟踪.

6　结论

本文针对不规则状态约束下的多智能体系统一致跟踪控制问题进行研究, 提出了一种自适应模糊一致跟踪控制协议. 设计具有动态异构性的避撞函数, 将不可微的硬约束转化为光滑的软约束形式, 规避了反步法在解决约束边界不连续问题上的技术障碍. 在不改变控制器结构的条件下, 所提策略能够统一处理常值、时变、对称、非对称等不同类型的约束, 为处理全状态异质约束问题提供了更强大且通用的自适应控制算法. 然而, 本文所提控制方法要求约束边界出现与消失的切换时刻必须提前已知, 且只考虑了一段特定时间段内的状态约束. 未来将研究在不规则约束切换时刻未知的情况下, 存在多段时间段内状态约束的多智能体系统一致跟踪问题.

参考文献

1　Li X, Lv Y, Wen G, et al. Tracking consensus of multi-agent systems with varying number of agents under actuator attacks. IEEE Trans Circuits Syst II Express Briefs, 2023, 70: 4514–4518
2　Yu Y, Chen C, Guo J, et al. Adaptive formation control for unmanned aerial vehicles with collision avoidance and switching communication network. IEEE Trans Fuzzy Syst, 2024, 32: 1435–1445
3　Gao H, Wang J, Liu X, et al. Fuzzy fixed-time event-triggered consensus control for uncertain nonlinear multiagent systems with memory-based learning. IEEE Trans Fuzzy Syst, 2024, 32: 3682–3692
4　Zhang H, Chen C, Xiang Z. Adaptive fuzzy prescribed-time formation control for nonlinear multi-agent systems. IEEE Trans Automat Sci Eng, 2025, 22: 10986–10996

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

5 Gao Z Y, Sun Z C, Guo G. Fixed-time global prescribed performance control for vehicular platoons with actuator nonlinearities. Act Autom Sin, 2024, 50: 320–333 [高振宇, 孙振超, 郭戈. 考虑执行器非线性的固定时间全局预设性能车辆队列控制. 自动化学报, 2024, 50: 320–333]

6 Li Y, Xu Y, Li K. Dynamic event-triggered optimal control for heterogeneous vehicle platoon based on integral reinforcement learning. IEEE Trans Netw Sci Eng, 2025, 12: 1885–1897

7 Wang X P, Zhu J D, Chi D W, et al. Achievability problem for desired formations of linear multi-agent systems. Sci Sin Inform, 2025, 55: 172–186 [王兴平, 朱建栋, 迟殿委, 等. 线性多智能体系统期望编队的可实现性问题. 中国科学: 信息科学, 2025, 55: 172–186]

8 Wang J, Ke J, Zhang J F. Differentially private bipartite consensus over signed networks with time-varying noises. IEEE Trans Automat Contr, 2024, 69: 5788–5803

9 Liu X K, Zhang J F, Wang J. Differentially private consensus algorithm for continuous-time heterogeneous multi-agent systems. Automatica, 2020, 122: 109283

10 Jiang Y, Niu B, Zhao T, et al. Intelligent consensus asymptotic tracking control for nonlinear multiagent systems under denial-of-service attacks. IEEE Trans Automat Sci Eng, 2025, 22: 776–787

11 Zou S, Sun M, He X. Fuzzy adaptive learning bipartite consensus for strict-feedback structurally unbalanced multiagent systems with state constraints. IEEE Trans Fuzzy Syst, 2024, 32: 2063–2076

12 Wang X, Niu B, Zhang J, et al. Adaptive event-triggered consensus tracking control schemes for uncertain constrained nonlinear multi-agent systems. IEEE Trans Automat Sci Eng, 2024, 21: 7325–7335

13 Wang X, Pang N, Xu Y, et al. On state-constrained containment control for nonlinear multiagent systems using event-triggered input. IEEE Trans Syst Man Cybern Syst, 2024, 54: 2530–2538

14 Li Y, Lu G, Li K. Fuzzy adaptive event-triggered consensus control for nonlinear multiagent systems with output constraints and DoS attacks. IEEE Trans Cybern, 2025, 55: 2–13

15 Luo A, Ma H, Ren H, et al. Estimator-based reinforcement learning consensus control for multiagent systems with discontinuous constraints. IEEE Trans Neural Netw Learn Syst, 2025, 36: 11008–11019

16 Song Y D, Zhou S. Tracking control of uncertain nonlinear systems with deferred asymmetric time-varying full state constraints. Automatica, 2018, 98: 314–322

17 Kong L, He W, Liu Z, et al. Adaptive tracking control with global performance for output-constrained MIMO nonlinear systems. IEEE Trans Automat Contr, 2023, 68: 3760–3767

18 Zhao K, Song Y. Decision function-based adaptive control of uncertain systems subject to irregular output constraints. IEEE Trans Automat Contr, 2024, 69: 8026–8033

19 Shao Z, Wang Y, Li Z, et al. Dynamic constraint-driven event-triggered control of strict-feedback systems without max/min values on irregular constraints. IEEE CAA J Autom Sin, 2024, 11: 569–580

20 Kong L, Reis J, He W, et al. Comprehensive nonlinear control strategy for VTOL-UAVs with windowed output constraints. IEEE Trans Contr Syst Technol, 2023, 31: 2673–2684

21 Wang W, Cao L, Li T, et al. Predictor-based fuzzy adaptive containment control for nonlinear multiagent systems with actuator nonlinearity and unmeasurable states. IEEE Trans Fuzzy Syst, 2022, 30: 3661–3672

22 Chen D, Liu X, Yu W. Finite-time fuzzy adaptive consensus for heterogeneous nonlinear multi-agent systems. IEEE Trans Netw Sci Eng, 2020, 7: 3057–3066

23 Huo B, Xia Y, Yin L, et al. Fuzzy adaptive fault-tolerant output feedback attitude-tracking control of rigid spacecraft. IEEE Trans Syst Man Cybern Syst, 2017, 47: 1898–1908

24 Yao D, Dou C, Zhao N, et al. Finite-time consensus control for a class of multi-agent systems with dead-zone input. J Franklin Institute, 2021, 358: 3512–3529

25 Cuan Z, Ren Y, Ding D W. Adaptive intrusion tolerant control for a class of uncertain nonlinear cyber-physical systems with full-state constraints. Automatica, 2024, 166: 111728

26 Yang S, Yang T, Wang X R. Attitude control law design for a flight vehicle with output boundary protections. Sci Sin Inform, 2024, 54: 2470–2486 [杨庶, 杨婷, 王欣然. 具有输出边界保护的飞行器姿态控制律设计. 中国科学: 信息科学, 2024, 54: 2470–2486]

27 Li D, Han H G, Qiao J F. Composite boundary structure-based tracking control for nonlinear state-dependent constrained systems. IEEE Trans Automat Contr, 2024, 69: 5686–5693

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119

Adaptive consensus tracking control for disturbed multi-agent systems with irregular constraints

Zhumu FU[1,2], Hanzheng JU[1], Fazhan TAO[1*], Yuanqing XIA[2], Bangsheng FU[2] & Qihong CHEN[3]

1. *School of Information Engineering (School of Artificial Intelligence), Henan University of Science and Technology, Luoyang 471023, China*
2. *School of Automation and Electrical Engineering, Zhongyuan University of Technology, Zhengzhou 450007, China*
3. *School of Automation, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China*
* Corresponding author. E-mail: taofazhan@haust.edu.cn

Abstract To address the issue of consensus tracking for multi-agent systems with irregular state constraints, this paper presents an adaptive fuzzy consensus tracking control method. First, considering the non-differentiable characteristics of irregular state constraint boundaries in multi-agent systems, a collision avoidance function with dynamic heterogeneity is devised. This function addresses the issue of non-smooth control signal jumps triggered by non-differentiable hard constraints on state variables. It eliminates the strong assumption of a fixed topological structure of the constraint boundaries. Second, to address the oscillation conflict caused by the coupling of dead zones, saturation inputs, and irregular state constraint switching in multi-agent systems, a distributed smooth disturbance approximation method without prior knowledge of boundaries is constructed to ensure local disturbance suppression and global constraint coordination. Then, to avoid the risk of cooperative instability in multi-agent systems caused by abrupt changes in dynamic irregular state constraints, an adaptive fuzzy control method based on asymmetric restricted error transformation is proposed. This approach ensures that the outputs of multi-agent systems can consistently track a common desired trajectory. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified through two simulation examples.

Keywords multi-agent systems, irregular constraints, adaptive control, consensus tracking, disturbances

https://www.sciengine.com/doi/10.1360/SSI-2025-0119