中国科学: 信息科学 2019 年 第 49 卷 第 8 期: 1066–1082
SCIENTIA SINICA Informationis
论文

基于能控性的微电网控制器的优化配置

孙秋野*, 张一, 王睿, 刘振伟

东北大学信息科学与工程学院, 沈阳 110819
* 通信作者. E-mail: sunqiuye@mail.neu.edu.cn

收稿日期: 2018–08–02; 修回日期: 2018–11–06; 接受日期: 2018–12–17; 网络出版日期: 2019–08–07

国家自然科学基金重点项目 (批准号: 61433004)、国家自然科学基金 (批准号: 61573094) 和中央高校基础科研业务费 (批准号: N140402001) 资助项目

摘要 本文提出了一种超越结构能控性的研究微电网能控性的方法, 证明了系统低通滤波器的截止频率是影响控制微电网所需的最少控制器数目的一大因素, 该方法适用于实际微电网. 此外, 基于微电网特征矩阵的列初等变换, 识别微电网中需要独立和非独立控制的节点, 进而提出一种通用的系统控制矩阵构造方法, 实现完全控制微电网的状态. 进一步, 根据节点状态误差曲线, 证明所构造的控制矩阵可以保证微电网的能控性. 最后以含 7 个分布式电源的微电网为例进行仿真验证, 仿真结果验证了本文所提方法的有效性.

关键词 能控性, 最少控制器, 特征矩阵, 控制矩阵, 最小能量控制器

1 引言

近几年, 分布式发电获得了越来越多的重视与应用, 其中以分散的小容量分布式发电系统、储能系统和负荷等组成的微电网 [1~3] 更是成为国内外的研究热点. 微电网具有电力电子化、低惯性、负阻抗等特点, 其稳定性 [4,5] 成为研究的热点问题之一, 而作为稳定性的充分条件, 微电网的能控性 [6,7] 分析这一重要环节一直比较匮乏. 能控性是描述系统的状态变量可由外部输入来控制的一种性能, 具备能控性的微电网, 在适当的外部输入作用和有限时间内, 可以使微电网中的电压和频率达到理想的供电质量要求, 系统的电能质量和运行状态更合理, 同时能够保证微电网安全高效地运行, 因此研究微电网的能控性是十分重要的.

微电网以小世界网络 [8] 的形式存在于现实世界中, 由于微电网拥有诸多的负荷和输电线, 负荷之间关联复杂并且系统规模比较大, 通过遍历的方法寻找最优的控制输入位置已经不再适合. 所以, 如何有效地确定控制系统需要的最少控制器成为研究微电网控制的重要问题. 针对这一问题, 2011 年 Liu 等 [9] 在 *Nature* 杂志上发表了题为 "Controllability of complex networks" 论文. 该文通过引入二分图的匹配理论并结合 Lin [10] 的结构能控性, 证明出满足结构能控性所需施加控制的节点为网络最大匹配

引用格式: 孙秋野, 张一, 王睿, 等. 基于能控性的微电网控制器的优化配置. 中国科学: 信息科学, 2019, 49: 1066–1082, doi: 10.1360/N112018-00207
Sun Q Y, Zhang Y, Wang R, et al. Optimized configuration of controllers of microgrids based on controllability (in Chinese). Sci Sin Inform, 2019, 49: 1066–1082, doi: 10.1360/N112018-00207

© 2019《中国科学》杂志社

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207

集合中的非匹配节点. 此后, 围绕复杂网络结构能控性的研究工作陆续展开. Wang 等 [11] 研究了由单个状态节点构成的定向网络只用一个驱动节点保证网络结构能控性所需要添加的最少边数. 文献 [12] 研究了结构能控下的网络控制能量问题, 并研究了控制能量与网络拓扑间的联系. 文献 [13] 提出结构能控网络的控制鲁棒性, 并给出网络遭遇蓄意攻击和随机攻击对系统结构能控性的影响. 文献 [14] 发现为实现网络的能控性, 仅对识别的驱动节点施加控制输入是远远不够的, 往往还需要额外的控制输入信号. 同时, 与能控性对偶的能观性问题被 Liu 等 [15] 提出并给出相应的研究结论. 文献 [16,17] 进一步指出复杂网络研究领域所面临的难题和挑战, 并对控制领域的工作进行了展望. 随着复杂网络的研究, 电力网络能控性的研究也日益繁荣. Li 等 [18] 研究在低频振荡模式下多机电力系统的能控性和能观性, 所得结果对电力系统低频振荡抑制具有重要的参考价值. 文献 [19] 以结构能控性理论和严格能控性理论为指导, 在复杂网络和优化理论等的基础下, 研究了电力网络的能控性. 进一步地, Li 等 [20] 研究了 58 个美国城市级输电网络的可控性特征, 其中拓扑特征, 如度、最短路径长度和聚类系数等被量化.

目前, 能控性方面的研究工作大多基于 Liu 等提出的复杂网络的结构能控性理论. 总体而言, 结构能控性理论只适用于所有支路可以选取任意边权值的网络, 并且相互之间没有耦合. 因此, 这阻碍了本文研究的有固定链路权重的微电网, 促使我们需要发展新的方法来弥补结构能控性理论的不足. 基于此, 本文研究并配置微电网满足能控性所需的最少控制器数目、控制矩阵以及最小能量下的控制器. 进而, 本文证明出低通滤波器截止频率不相同时, 微电网满足能控性需要的最少控制器数目比相同时的减少一半, 这为真实微电网截止频率的控制设计指明了方向. 最后, 通过节点状态误差曲线, 证明了本文配置的控制矩阵可以保证微电网的能控性.

本文其余部分组织如下. 第 2 节建立微电网状态空间模型, 给出网络系统矩阵的具体表达式. 第 3 节证明出在不同和相同截止频率下的微电网能控的最少控制器个数, 并给出控制矩阵 B 和控制器 $u(t)$ 的构造方法. 第 4 节对含 7 个分布式电源的微电网进行仿真验证. 最后, 第 5 节对全文进行了总结.

2 微电网的状态空间描述

根据文献 [21,22] 可知, 图 1 为常见的孤岛模式下的微电网, 控制策略为 P-f 和 Q-V 下垂控制, 其控制器和平均功率的数学表达式为

$$\begin{cases} \omega_i = \omega_{ni} - m_{pi}\bar{P}_i, \\ U_i = U_{ni} - n_{qi}\bar{Q}_i, \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} \bar{P}_i = \frac{\omega_{f_i}}{s+\omega_{f_i}}\tilde{p}_i, \\ \bar{Q}_i = \frac{\omega_{f_i}}{s+\omega_{f_i}}\tilde{q}_i, \end{cases} \tag{2}$$

其中 ω_{ni} 和 ω_i 分别为逆变器 i 的参考角频率和角频率; U_{ni}, U_i 和 ω_{f_i} 分别为逆变器 i 的参考电压、电压和低通滤波截止频率; m_{pi} 和 n_{qi} 分别为逆变器 i 的 P-f 下垂控制器和 Q-V 下垂控制器增益; $\bar{P}_i$ 和 $\tilde{p}_i$ 分别为逆变器 i 输出的平均和瞬时有功功率; $\bar{Q}_i$ 和 $\tilde{q}_i$ 为逆变器 i 输出的平均和瞬时无功功率.

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207

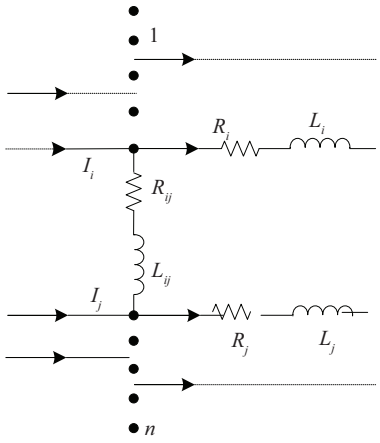


图 1　微电网示意图

Figure 1　Schematic diagram of microgrids

将式 (2) 代入式 (1), 应用小扰动理论, 其小信号模型为

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\omega}_i \\ \Delta\dot{U}_{di} \\ \Delta\dot{U}_{qi} \end{bmatrix} = A_i \begin{bmatrix} \Delta\omega_i \\ \Delta U_{di} \\ \Delta U_{qi} \end{bmatrix} + B_i \begin{bmatrix} \Delta\tilde{p}_i \\ \Delta\tilde{q}_i \end{bmatrix}, \tag{3}$$

其中

$$A_i = \begin{bmatrix} -\omega_{f_i} & 0 & 0 \\ \frac{l_{qi}}{k_{di}l_{qi}-k_{qi}l_{di}} & \frac{k_{qi}l_{di}\omega_{f_i}}{k_{di}l_{qi}-k_{qi}l_{di}} & \frac{k_{qi}l_{qi}\omega_{f_i}}{k_{di}l_{qi}-k_{qi}l_{di}} \\ \frac{-l_{di}}{k_{di}l_{qi}-k_{qi}l_{di}} & \frac{-k_{di}l_{di}\omega_{f_i}}{k_{di}l_{qi}-k_{qi}l_{di}} & \frac{-k_{di}l_{qi}\omega_{f_i}}{k_{di}l_{qi}-k_{qi}l_{di}} \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} -m_{pi}\omega_{f_i} & 0 \\ 0 & \frac{n_{qi}k_{qi}\omega_{f_i}}{k_{di}l_{qi}-k_{qi}l_{di}} \\ 0 & \frac{-n_{qi}k_{di}\omega_{f_i}}{k_{di}l_{qi}-k_{qi}l_{di}} \end{bmatrix},$$

$$\begin{cases} k_{di} = \frac{-U_{qi0}}{U_{di0}^2+U_{qi0}^2}, \\ k_{qi} = \frac{U_{di0}}{U_{di0}^2+U_{qi0}^2}, \end{cases} \quad \begin{cases} l_{di} = \frac{U_{di0}}{\sqrt{U_{di0}^2+U_{qi0}^2}}, \\ l_{qi} = \frac{U_{qi0}}{\sqrt{U_{di0}^2+U_{qi0}^2}}, \end{cases}$$

U_{di0} 和 U_{qi0} 为逆变器 i 稳态运行点的输出电压值.

进而, 图 1 微电网的节点方程式为

$$I = YU, \tag{4}$$

其中

$$\begin{cases} I = [\, I_1 \;\; I_2 \;\; \cdots \;\; I_n \,]^{\mathrm{T}}, \\ U = [\, U_1 \;\; U_2 \;\; \cdots \;\; U_n \,]^{\mathrm{T}} \end{cases}$$

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207

分别为节点注入电流向量及节点电压向量;

$$Y=\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & Y_{ii-1} & Y_{ii} & Y_{ii+1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & 0 & \cdots & 0 & Y_{nn-1} & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

为节点导纳矩阵, 其中 Y_{ii} 为节点 i 的自导纳, Y_{ij} 为节点 i 和 j 的互导纳.

将式 (4) 展开并线性化

$$\begin{bmatrix} \Delta i_{d1} \\ \Delta i_{q1} \\ \vdots \\ \Delta i_{dn} \\ \Delta i_{qn} \end{bmatrix}=Y_n\begin{bmatrix} \Delta U_{d1} \\ \Delta U_{q1} \\ \vdots \\ \Delta U_{dn} \\ \Delta U_{qn} \end{bmatrix}, \tag{5}$$

其中

$$Y_n=\begin{bmatrix} G_{11} & -B_{11} & G_{12} & -B_{12} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots \\ B_{11} & G_{11} & B_{12} & G_{12} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & G_{ii-1} & -B_{ii-1} & G_{ii} & -B_{ii} & G_{ii+1} & -B_{ii+1} & 0 & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & B_{ii-1} & G_{ii-1} & B_{ii} & G_{ii} & B_{ii+1} & G_{ii+1} & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & G_{nn-1} & -B_{nn-1} & G_{nn} & -B_{nn} \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & B_{nn-1} & G_{nn-1} & B_{nn} & G_{nn} \end{bmatrix},$$

$Y_{ii}=G_{ii}+\mathrm{j}B_{ii}$; $Y_{ii+1}=G_{ii+1}+\mathrm{j}B_{ii+1}$; $Y_{i+1i}=G_{i+1i}+\mathrm{j}B_{i+1i}$; $Y_{i+1i+1}=G_{i+1i+1}+\mathrm{j}B_{i+1i+1}$.

进一步, 在 dq0 坐标系中, 逆变器 i 输出的瞬时功率为

$$\begin{cases} \tilde{p}_i=U_{di}i_{di}+U_{qi}i_{qi}, \\ \tilde{q}_i=U_{di}i_{qi}-U_{qi}i_{di}. \end{cases} \tag{6}$$

线性化得

$$\begin{bmatrix} \Delta\tilde{p}_i \\ \Delta\tilde{q}_i \end{bmatrix}=I_i\begin{bmatrix} \Delta U_{di} \\ \Delta U_{qi} \end{bmatrix}+U_i\begin{bmatrix} \Delta i_{di} \\ \Delta i_{qi} \end{bmatrix}, \tag{7}$$

其中

$$I_i=\begin{bmatrix} i_{di0} & i_{qi0} \\ i_{qi0} & -i_{di0} \end{bmatrix},\quad U_i=\begin{bmatrix} U_{di0} & U_{qi0} \\ -U_{qi0} & U_{di0} \end{bmatrix},$$

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207

i_{di0} 和 i_{qi0} 为逆变器 i 稳态运行点的输出电流值.

将式 (5) 代入式 (7) 得

$$\begin{bmatrix} \Delta\tilde{p}_i \\ \Delta\tilde{q}_i \\ \vdots \\ \Delta\tilde{p}_n \\ \Delta\tilde{q}_n \end{bmatrix} = (I + UY_n) \begin{bmatrix} \Delta U_{d1} \\ \Delta U_{q1} \\ \vdots \\ \Delta U_{qn} \end{bmatrix}, \tag{8}$$

其中

$$I = \begin{bmatrix} I_1 & & & \\ & I_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & I_n \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} U_1 & & & \\ & U_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & U_n \end{bmatrix}.$$

联立式 (3) 和 (8), 则微电网的状态空间表达式为

$$\dot{x} = \operatorname{diag}[A_i]\, x + Bu, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{9}$$

其中 $x = [\,\Delta\omega_1\ \Delta U_{d1}\ \Delta U_{q1}\ \cdots\ \Delta\omega_n\ \Delta U_{dn}\ \Delta U_{qn}\,]^{\mathrm{T}}$ 表示微电网的 $3n$ 维状态向量, $\operatorname{diag}[A_i]$ 表示微电网的系统矩阵, $B = \operatorname{diag}[B_i]\,(I + UY_n)$ 表示微电网的控制矩阵, $u = [\,\Delta U_{d1}\ \Delta U_{q1}\ \cdots\ \Delta U_{dn}\ \Delta U_{qn}\,]^{\mathrm{T}}$ 表示微电网的输入向量.

注意到系统矩阵 $\operatorname{diag}[A_i]$ 随着低通滤波器的截止频率 $\omega_{f_i}, i = 1, \ldots, n$ 变化而变化, 进一步, 我们可以将系统矩阵 $\operatorname{diag}[A_i]$ 分解为可调矩阵 A_{i1} 和固定矩阵 A_{i2}, 即

$$\operatorname{diag}[A_i] = \operatorname{diag}[\omega_{f_i} A_{i1} + A_{i2}], \tag{10}$$

其中

$$A_{i1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{qi} l_{di}}{k_{di} l_{qi} - k_{qi} l_{di}} & \frac{k_{qi} l_{qi}}{k_{di} l_{qi} - k_{qi} l_{di}} \\ 0 & \frac{-k_{di} l_{di}}{k_{di} l_{qi} - k_{qi} l_{di}} & \frac{-k_{di} l_{qi}}{k_{di} l_{qi} - k_{qi} l_{di}} \end{bmatrix}, \quad A_{i2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{l_{qi}}{k_{di} l_{qi} - k_{qi} l_{di}} & 0 & 0 \\ \frac{-l_{di}}{k_{di} l_{qi} - k_{qi} l_{di}} & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

进而, 系统矩阵 $\operatorname{diag}[\omega_{f_i} A_{i1} + A_{i2}]$ 的特征值为

$$\lambda = \{\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -\omega_{f_i}, i = 1, \ldots, n\}, \tag{11}$$

其中 $\operatorname{diag}[\omega_{f_i} A_{i1} + A_{i2}]$ 具有 n 重特征值 $\lambda_1 = 0$ 和二重特征值 $\lambda_2 = -\omega_{f_i}, i = 1, \ldots, n$.

3 微电网的最少控制器、控制矩阵和控制器配置

3.1 微电网的最少控制器数目

在电气层面上, 微电网可以在有限时间内从任意初始状态控制到任何最终状态, 当且仅当能控性矩阵 [23]

$$U_c = \left[\, B\ \cdots\ (\operatorname{diag}[\omega_{f_i} A_{i1} + A_{i2}])^{n-1} B \,\right] \tag{12}$$

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207

的秩为 $3n$, 即

$$\operatorname{rank}(U_c) = 3n. \tag{13}$$

引理1 ([24]) 微电网完全能控的充要条件是系统矩阵 $\operatorname{diag}[\omega_{f_i}A_{i1} + A_{i2}]$ 的任意特征值 λ 和任意 $3n$ 维行向量 η 满足

$$\begin{cases} \eta\operatorname{diag}[\omega_{f_i}A_{i1} + A_{i2}] = \lambda\eta, \\ \eta B = 0, \end{cases} \Rightarrow \eta = 0, \tag{14}$$

其中

$$\begin{cases} \eta\operatorname{diag}[\omega_{f_i}A_{i1} + A_{i2}]^k = \lambda\eta\operatorname{diag}[\omega_{f_i}A_{i1} + A_{i2}]^{k-1}, \\ \eta\operatorname{diag}[\omega_{f_i}A_{i1} + A_{i2}]^k B = \lambda^k\eta B = 0, \end{cases} \quad k = 1, \ldots, n-1,$$

即

$$\eta\left[B \cdots (\operatorname{diag}[\omega_{f_i}A_{i1} + A_{i2}])^{n-1}B\right] = 0, \tag{15}$$

与式 (13) 能控性秩条件等价. 进而, 式 (14) 能够以下面的等价方式表述:

$$\operatorname{rank}[\lambda I_{3n} - \operatorname{diag}[\omega_{f_i}A_{i1} + A_{i2}], B] = 3n, \tag{16}$$

其中 I_{3n} 为 $3n$ 维单位矩阵.

可以看出, 满足式 (16) 的微电网控制矩阵存在多种选择. 首先, 我们给出满足微电网能控性的最少控制器定义.

定义1 ([25]) 微电网满足能控性需要的最少控制器个数 N_C 定义为所有控制矩阵 B 秩的最小值, 即

$$N_C = \min\{\operatorname{rank}[B]\}. \tag{17}$$

进一步, 我们可以得到相应的微电网最少控制器定理.

定理1 微电网在不同截止频率和相同截止频率下, 满足能控性条件需要的最少控制器数目 N_C 分别为

$$N_C = \begin{cases} n, & \omega_{f_1} \neq \omega_{f_2} \neq \cdots \neq \omega_{f_n}, \\ 2n, & \omega_{f_1} = \omega_{f_2} = \cdots = \omega_{f_n}. \end{cases} \tag{18}$$

这表明完全控制微电网所需的 N_C 受系统的 $\omega_{f_i}, i = 1, \ldots, n$ 影响. 然而, 在传统的变换器控制策略中, 没有注意到 ω_{f_i} 对系统控制器数目的影响, 故选择 $\omega_{f_1} = \omega_{f_2} = \cdots = \omega_{f_n}$. 本文考虑到 ω_{f_i} 对 N_C 的作用, 我们选择 $\omega_{f_1} \neq \omega_{f_2} \neq \cdots \neq \omega_{f_n}$ 来减少微电网的控制器数目.

3.2 简单形式的控制矩阵

3.1 小节从理论上得到微电网满足能控性需要的最少控制器个数 N_C. 可是, 要真正地控制图 1 的微电网, 还需要找到 N_C 个控制器的具体控制形式, 即控制矩阵.

根据式 (18), 我们知道, N_C 代表微电网特征矩阵 $[-\operatorname{diag}[\omega_{f_i}A_{i1} + A_{i2}]]$ 线性相关行的行数. 根据微电网能控性条件式 (16), 控制矩阵 B 的加入是为了确保特征矩阵 $[\lambda I_{3n} - \operatorname{diag}[\omega_{f_i}A_{i1} + A_{i2}]]$ 的行向量组线性无关, 因此, 控制矩阵也必然使得特征矩阵 $[-\operatorname{diag}[\omega_{f_i}A_{i1} + A_{i2}]]$ 不存在线性相关行. 综上, N_C 个控制器需要施加在特征矩阵 $[-\operatorname{diag}[\omega_{f_i}A_{i1} + A_{i2}]]$ 的线性相关行, 其相对应的节点就是网络的独立控制节点.

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207

$\lambda_1 = 0$ 对应的微电网特征矩阵 $[-\mathrm{diag}\,[\omega_{f_i} A_{i1} + A_{i2}]]$ 的列标准型为 (standard form, SF)

$$\mathrm{SF}_{\lambda_1=0} = \left[\ \mathrm{diag}\,[E_i]\ 0_{3n\times n}\ \right],\quad i = 1, \ldots, n, \tag{19}$$

其中 $0_{3n\times n}$ 为 $3n \times n$ 阶的零矩阵, 矩阵 E_i 的第 $3i-2$, $3i-1$ 和 $3i$ 行为线性相关行, 共有 n 个线性相关行向量:

$$E_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{-1}{\omega_{f_i} \times k_{qi}} & \frac{-k_{di}}{k_{qi}} \end{bmatrix},\quad i = 1, \ldots, n.$$

因此, n 个控制器可以施加在特征矩阵 $[-\mathrm{diag}\,(\omega_{f_i} A_{i1} + A_{i2})]$ 的第 $3i-2$ 行, 或第 $3i-1$ 行, 或第 $3i$ 行对应的微电网节点. 此外, 我们还需要对特征矩阵 $[-\omega_{f_i} I_{3n} - \mathrm{diag}\,[\omega_{f_i} A_{i1} + A_{i2}]]$ 进行列初等变换, 寻找其他需要被控的微电网节点.

$\lambda_2 = -\omega_{f_i}, i = 1, \ldots, n$ 对应的微电网特征矩阵 $[-\omega_{f_i} I_{3n} - \mathrm{diag}\,[\omega_{f_i} A_{i1} + A_{i2}]]$ 的列标准型为

$$\mathrm{SF}_{\lambda_2=-\omega_{f_i}} = \begin{bmatrix} 0_{(3i-2)\times 3(i-1)} & 0 & 0_{(3i-2)\times(3n-(3i-2))} \\ 0_{(3i-1)\times 3(i-1)} & 1 & 0_{(3i-1)\times(3n-(3i-2))} \\ 0_{(3i)\times 3(i-1)} & \frac{-l_{di}}{l_{qi}} & 0_{(3i)\times(3n-(3i-2))} \end{bmatrix},\quad i = 1, \ldots, n, \tag{20}$$

其中矩阵 $\mathrm{SF}_{\lambda_2=-\omega_{f_i}}$ 的线性相关行为第 $3i-2$ 和 $3i-1$ 行, 或第 $3i-2$ 和 $3i$ 行, 共有 2 个线性相关行向量. 因此, n 个控制器也需要施加在特征矩阵 $[-\omega_{f_i} I_{3n} - \mathrm{diag}\,[\omega_{f_i} A_{i1} + A_{i2}]]$ 的第 $3i-2$ 和 $3i-1$ 行或第 $3i-2$ 和 $3i$ 行对应的微电网节点.

注意: 在获得的列标准型矩阵式 (19) 和 (20) 中, 特征矩阵的第 $3i-2, i = 1, \ldots, n$ 行为微电网共有的线性相关行向量. 因此, 为了获得一个简单形式的控制矩阵 B, 可以选择特征矩阵的第 $3i-2, i = 1, \ldots, n$ 行对应的节点为微电网的独立控制节点 x_C, 第 $3i-1, i = 1, \ldots, n$ 或 $3i, i = 1, \ldots, n$ 行对应的节点为非独立控制节点 x_{N-C}. 最后, 获得简单形式的控制矩阵 B.

3.3 最小能量的控制器

在微电网的实际控制中, 我们必须考虑控制过程中能量的消耗问题. Rugh [26] 对最小能量控制器问题进行了研究, 我们将文献 [26] 中的研究方法推广到对微电网最小能量控制器的研究. 首先, 给出最小能量控制器引理.

引理2 ([26]) 在有限时间 $[t_0, t_f]$ 控制过程中, $u(t)$ 是将系统从初始状态 $x(t_0) = x_0$ 转移到终端状态 $x(t_f) = x_{t_f}$ 消耗控制能量最小的控制器, 即

$$u(t) = B^{\mathrm{T}} \cdot \mathrm{e}^{A^{\mathrm{T}}(t_f - t)} \cdot W^{-1} \cdot (x_{t_f} - \mathrm{e}^{A t_f} \cdot x_0), \tag{21}$$

其中

$$W = \int_{t_0}^{t_f} \mathrm{e}^{A\tau} \cdot B \cdot B^{\mathrm{T}} \cdot \mathrm{e}^{A^{\mathrm{T}}\tau} \mathrm{d}\tau$$

称为格拉姆 (Gramian) 矩阵. 在整个控制过程中, 最小的控制能量为

$$E = \int_{t_0}^{t_f} u^{\mathrm{T}}(t) \cdot u(t)\, \mathrm{d}t. \tag{22}$$

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207

根据引理 2 及微电网系统矩阵 $\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}\right]$、控制矩阵 B、初始状态 x_0、最终状态 $x_{t_f}=0$ 和有限的控制时间 $[t_0,t_f]$, 则微电网的最小能量控制器为

$$u_{\mathrm{MG}}(t)=B^{\mathrm{T}}\cdot \mathrm{e}^{\left(\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}\right]\right)^{\mathrm{T}}(t_f-t)}\cdot W^{-1}\cdot\left(-\mathrm{e}^{\left(\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}\right]\right)t_f}\cdot x_0\right), \tag{23}$$

其中

$$W=\int_{t_0}^{t_f}\mathrm{e}^{\left(\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}\right]\right)\tau}\cdot B\cdot B^{\mathrm{T}}\cdot \mathrm{e}^{\left(\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}\right]\right)^{\mathrm{T}}\tau}\mathrm{d}\tau,$$

则微电网消耗的最小控制能量为

$$E=\int_{t_0}^{t_f}{u_{\mathrm{MG}}}^{\mathrm{T}}(t)\cdot u_{\mathrm{MG}}(t)\,\mathrm{d}t. \tag{24}$$

状态向量 $x=[\,\Delta\omega_1\ \Delta U_{d1}\ \Delta U_{q1}\ \cdots\ \Delta\omega_n\ \Delta U_{dn}\ \Delta U_{qn}\,]^{\mathrm{T}}$ 是指每个逆变器的输出频率与额定频率及输出电压与额定电压的差值, 控制器 $u_{\mathrm{MG}}(t)$ 的物理意义是指通过对系统状态向量偏差频率和电压的反馈控制, 实现系统状态偏差为零. 在实际过程中, 通过测量频率和电压的物理偏差, 再通过式 (23) 获取相应的控制给到 PWM 脉冲发生器, 从而实现对逆变器的控制, 最终调节频率和电压, 使其稳定, 保证微电网系统稳定运行到期望状态. 当微电网发生扰动时, 输入的偏差补偿呈指数衰减波, 其初始值为 $u_{\mathrm{MG}}(t_0)=B^{\mathrm{T}}\cdot \mathrm{e}^{\left(\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}\right]\right)^{\mathrm{T}}(t_f-t_0)}\cdot W^{-1}\cdot(-\mathrm{e}^{\left(\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}\right]\right)t_f}\cdot x_0)$, 衰减因子为 $\mathrm{e}^{\left(\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}\right]\right)^{\mathrm{T}}}$. 进一步地, 具体的微电网控制器设计实现步骤如下:

Step 1. 确定微电网结构 (逆变器和负载数量). 控制器参数: 截止频率 ω_f、频率下垂增益 m_p 和电压下垂增益 n_q. 线路参数: 线路阻抗 $(R_{i-j}+\mathrm{j}X_{i-j})$ 和负载阻抗 $(R_k+\mathrm{j}X_k)$. 稳态运行参数: 逆变器稳态输出电压 (U_{d0},U_{q0}) 和电流 (i_{d0},i_{q0}).

Step 2. 根据 Step 1, 确定动态模型 (9) 中的微电网系统矩阵 $\mathrm{diag}[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}]$.

Step 3. 根据系统矩阵 $\mathrm{diag}[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}]$ 和式 (16)∼(18), 确定微电网的最少控制器数目 N_C.

Step 4. 根据式 (19)∼(20), 确定简单形式的控制矩阵 B.

Step 5. 根据引理 2 及 $\mathrm{diag}[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}]$, B, x_0, $x_{t_f}=0$ 和 $[t_0,t_f]$, 确定微电网最小能量控制器 $u_{\mathrm{MG}}(t)$.

进一步地, 利用微电网状态方程式 (9) 求在 t_f 时刻的解:

$$x(t_f)=\int_{t_0}^{t_f}\mathrm{e}^{\left(\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}\right]\right)(t_f-t)}\cdot B\cdot u_{\mathrm{MG}}(t)\,\mathrm{d}t+\mathrm{e}^{\left(\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}\right]\right)(t_f-t_0)}\cdot x(t_0). \tag{25}$$

与设定的系统终态 x_{t_f} 作误差曲线, 可以验证依据控制矩阵 B 配置的控制器 $u_{\mathrm{MG}}(t)$ 是否是合理有效的.

4 算例分析

为了验证本文提出的研究微电网能控性方法的有效性, 本节以含 7 个分布式电源的微电网为例进行验证说明, 分别给出微电网满足能控性需要的最少控制器个数 N_C、配置简单形式的控制矩阵 B 以及最小能量的控制器 $u_{\mathrm{MG}}(t)$.

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207

表 1　控制器参数

Table 1　Parameters of the controller

Parameter	Value	Parameter	Value	Parameter	Value
ω_{f1}	30.02 (rad/s)	ω_{f2}	30.34 (rad/s)	ω_{f3}	30.62 (rad/s)
ω_{f4}	30.95 (rad/s)	ω_{f5}	31.40 (rad/s)	ω_{f6}	30.58 (rad/s)
ω_{f7}	30.48 (rad/s)	n_{q1}	1.20E−6 (V/VAr)	n_{q2}	5.40E−6 (V/VAr)
n_{q3}	3.20E−6 (V/VAr)	n_{q4}	4.40E−6 (V/VAr)	n_{q5}	2.30E−6 (V/VAr)
n_{q6}	2.45E−6 (V/VAr)	n_{q7}	1.80E−6 (V/VAr)	m_{p1}	1.26E−7 (rad/s/W)
m_{p2}	3.14E−7 (rad/s/W)	m_{p3}	2.29E−7 (rad/s/W)	m_{p4}	3.64E−7 (rad/s/W)
m_{p5}	1.36E−7 (rad/s/W)	m_{p6}	3.19E−7 (rad/s/W)	m_{p7}	2.26E−7 (rad/s/W)

表 2　线路参数

Table 2　Parameters of the line

Parameter	Value (Ω)	Parameter	Value (Ω)	Parameter	Value (Ω)
$R_1 + \mathrm{j}X_1$	$68.8 + \mathrm{j}108.6$	$R_2 + \mathrm{j}X_2$	$47.3 + \mathrm{j}89.3$	$R_3 + \mathrm{j}X_3$	$79.2 + \mathrm{j}118.8$
$R_4 + \mathrm{j}X_4$	$107.4 + \mathrm{j}68.5$	$R_5 + \mathrm{j}X_5$	$104.2 + \mathrm{j}53.4$	$R_6 + \mathrm{j}X_6$	$54.6 + \mathrm{j}98.7$
$R_7 + \mathrm{j}X_7$	$32.8 + \mathrm{j}104.9$	$R_{1-2} + \mathrm{j}X_{1-2}$	$0.2 + \mathrm{j}0.26$	$R_{2-3} + \mathrm{j}X_{2-3}$	$0.37 + \mathrm{j}0.58$
$R_{3-4} + \mathrm{j}X_{3-4}$	$0.29 + \mathrm{j}0.46$	$R_{4-5} + \mathrm{j}X_{4-5}$	$0.27 + \mathrm{j}0.38$	$R_{5-6} + \mathrm{j}X_{5-6}$	$0.42 + \mathrm{j}0.63$
$R_{6-7} + \mathrm{j}X_{6-7}$	$0.54 + \mathrm{j}0.98$	–	–	–	–

表 3　稳态运行参数

Table 3　Parameters of the steady state operation

Parameter	Value	Parameter	Value	Parameter	Value	Parameter	Value
i_{q10}	−1.06E + 3 (A)	i_{d10}	−1.04E + 3 (A)	i_{q20}	−5.83E + 3 (A)	i_{d20}	6.70E + 3 (A)
i_{q30}	4.89E + 3 (A)	i_{d30}	−4.83E + 3 (A)	i_{q40}	5.39E + 3 (A)	i_{d40}	−3.18E + 3 (A)
i_{q50}	−7.54E + 3 (A)	i_{d50}	3.89E + 3 (A)	i_{q60}	8.31E + 3 (A)	i_{d60}	−2.68E + 3 (A)
i_{q70}	−4.39E + 3 (A)	i_{d70}	−1.53E + 3 (A)	U_{q10}	−0.22E + 3 (V)	U_{d10}	10.60E + 3 (V)
U_{q20}	0.26E + 3 (V)	U_{d20}	10.56E + 3 (V)	U_{q30}	−0.48E + 3 (V)	U_{d30}	4.60E + 3 (V)
U_{q40}	−0.29E + 3 (V)	U_{d40}	3.56E + 3 (V)	U_{q50}	−0.32E + 3 (V)	U_{d50}	5.60E + 3 (V)
U_{q60}	0.46E + 3 (V)	U_{d60}	2.56E + 3 (V)	U_{q70}	−0.62E + 3 (V)	U_{d70}	7.60E + 3 (V)

4.1　最少控制器个数 N_C

为便于分析, 假设干线上 (图 1 微电网) 含有 6 段串联线路 ($R_{i-j} + \mathrm{j}X_{i-j}, i = 1, \ldots, 6, j = 2, \ldots, 7$)、7 个节点 ($n = 7$)、7 台微电网逆变器 (逆变器直流侧的微电源可以是光伏、风电、储能、燃料电池等) 和 7 个负载接入点 ($R_k + \mathrm{j}X_k, k = 1, \ldots, 7$), 微电网逆变器和负载接入点是同一节点. 控制器、线路和稳态运行参数分别如表 1 ∼ 3 所示, 则微电网的状态空间模型为

$$\dot{x} = \mathrm{diag}\left[\omega_{f_i} A_{i1} + A_{i2}\right] x + Bu, \quad i = 1, \ldots, 7, \tag{26}$$

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207

其中

$$A_{11}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -0.9996 & 0.0207\\ 0 & 0.0207 & -0.0004\end{bmatrix},\ A_{12}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 220 & 0 & 0\\ 10600 & 0 & 0\end{bmatrix},\ A_{21}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -0.9994 & -0.0246\\ 0 & -0.0246 & -0.0006\end{bmatrix},$$

$$A_{22}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ -260 & 0 & 0\\ 10560 & 0 & 0\end{bmatrix},\ A_{31}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -0.9892 & 0.1032\\ 0 & 0.1032 & -0.0108\end{bmatrix},\ A_{32}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 480 & 0 & 0\\ 4600 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$A_{41}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -0.9934 & 0.0809\\ 0 & 0.0809 & -0.0066\end{bmatrix},\ A_{42}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 290 & 0 & 0\\ 3560 & 0 & 0\end{bmatrix},\ A_{51}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -0.9967 & 0.0570\\ 0 & 0.0570 & -0.0033\end{bmatrix},$$

$$A_{52}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 320 & 0 & 0\\ 5600 & 0 & 0\end{bmatrix},\ A_{61}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -0.9687 & -0.1741\\ 0 & -0.1741 & -0.0313\end{bmatrix},\ A_{62}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 460 & 0 & 0\\ 2560 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$A_{71}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -0.9719 & -0.1746\\ 0 & -0.1746 & -0.0314\end{bmatrix},\ A_{72}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 620 & 0 & 0\\ 7600 & 0 & 0\end{bmatrix}.$$

根据式 (11) 和 (26), 微电网系统矩阵 $\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}\right], i=1,\ldots,7$ 的特征值为

$$\lambda=\{0,-30.02,-30.34,-30.62,-30.95,-31.40,-30.58,-30.48\}. \tag{27}$$

根据附录 A 式 (A1) ∼ (A3), 当 $\lambda=0$ 时,

$$N_{C_{\to 0}}=21-\mathrm{rank}\left[-\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}\right]\right]=7.$$

当 $\lambda=-30.02$, -30.34, -30.62, -30.95, -31.40, -30.58 或 30.48 时,

$$N_{C_{\to -\omega_{f_i}}}=21-\mathrm{rank}\left[-\omega_{f_i}I_{3n}-\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}\right]\right]=2.$$

因此, 满足微电网能控性需要的最少控制器个数为

$$N_C=\max\left\{N_{C_{\to 0}},N_{C_{\to -\omega_{f_i}}}\right\}=7, \tag{28}$$

这与式 (18) 的结果是一致的.

4.2 控制矩阵 $\boldsymbol{B}$

$\lambda=0$ 对应的微电网特征矩阵 $\left[-\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}\right]\right]$ 的列标准型矩阵 $\mathrm{SF}_{\lambda=0}$, 可以看到, 其第 1∼3 行为线性相关行:

$$\mathrm{SF}_{\lambda=0}^{1\sim 3}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0_{1\times 19}\\ 0 & 1 & 0_{1\times 19}\\ -353.25 & -0.02 & 0_{1\times 19}\end{bmatrix}_{1\sim 3}, \tag{29}$$

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207

这与式 (19) 是一致的. 同样地, $\mathrm{SF}_{\lambda=0}$ 的第 4∼6 $\left(\mathrm{SF}_{\lambda=0}^{4\sim6}\right)$, 7∼9 $\left(\mathrm{SF}_{\lambda=0}^{7\sim9}\right)$, 10∼12 $\left(\mathrm{SF}_{\lambda=0}^{10\sim12}\right)$, 13∼15 $\left(\mathrm{SF}_{\lambda=0}^{13\sim15}\right)$, 16∼18 $\left(\mathrm{SF}_{\lambda=0}^{16\sim18}\right)$, 19∼21 $\left(\mathrm{SF}_{\lambda=0}^{19\sim21}\right)$ 行分别也为线性相关行.

$\lambda=-30.02$ 对应的特征矩阵 $[-30.02I_{21}-\mathrm{diag}\,[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}]]$ 的列标准型矩阵 $\mathrm{SF}_{\lambda=-30.02}$, 其第 1 和 2, 1 和 3 行为线性相关行:

$$\mathrm{SF}_{\lambda=-30.02}^{1\sim3}=\begin{bmatrix}0 & 0_{1\times20}\\ 1 & 0_{1\times20}\\ 48.18 & 0_{1\times20}\end{bmatrix}_{1\sim3}, \tag{30}$$

其他行为线性无关行, 这与式 (20) 是一致的.

$\lambda=-30.34$ 对应的特征矩阵 $[-30.34I_{21}-\mathrm{diag}\,[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}]]$ 的列标准型矩阵 $\mathrm{SF}_{\lambda=-30.34}$, 其第 4 和 5, 4 和 6 行为线性相关行:

$$\mathrm{SF}_{\lambda=-30.34}^{4\sim6}=\begin{bmatrix}0_{1\times3} & 0 & 0_{1\times17}\\ 0_{1\times3} & 1 & 0_{1\times17}\\ 0_{1\times3} & -40.62 & 0_{1\times17}\end{bmatrix}_{4\sim6}, \tag{31}$$

其他行为线性无关行.

$\lambda=-30.62$ 对应的特征矩阵 $[-30.62I_{21}-\mathrm{diag}\,[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}]]$ 的列标准型矩阵 $\mathrm{SF}_{\lambda=-30.62}$, 其第 7 和 8, 7 和 9 行为线性相关行:

$$\mathrm{SF}_{\lambda=-30.62}^{7\sim9}=\begin{bmatrix}0_{1\times6} & 0 & 0_{1\times14}\\ 0_{1\times6} & 1 & 0_{1\times14}\\ 0_{1\times6} & 9.58 & 0_{1\times14}\end{bmatrix}_{7\sim9}, \tag{32}$$

其他行为线性无关行.

$\lambda=-30.95$ 对应的特征矩阵 $[-30.95I_{21}-\mathrm{diag}\,[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}]]$ 的列标准型矩阵 $\mathrm{SF}_{\lambda=-30.95}$, 其第 10 和 11, 10 和 12 行为线性相关行:

$$\mathrm{SF}_{\lambda=-30.95}^{10\sim12}=\begin{bmatrix}0_{1\times9} & 0 & 0_{1\times11}\\ 0_{1\times9} & 1 & 0_{1\times11}\\ 0_{1\times9} & 12.28 & 0_{1\times11}\end{bmatrix}_{10\sim12}, \tag{33}$$

其他行为线性无关行.

$\lambda=-31.40$ 对应的特征矩阵 $[-31.40I_{21}-\mathrm{diag}\,[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}]]$ 的列标准型矩阵 $\mathrm{SF}_{\lambda=-31.40}$, 其第 13 和 14, 13 和 15 行为线性相关行:

$$\mathrm{SF}_{\lambda=-31.40}^{13\sim15}=\begin{bmatrix}0_{1\times12} & 0 & 0_{1\times8}\\ 0_{1\times12} & 1 & 0_{1\times8}\\ 0_{1\times12} & 17.50 & 0_{1\times8}\end{bmatrix}_{13\sim15}, \tag{34}$$

其他行为线性无关行.

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207

$\lambda=-30.48$ 对应的特征矩阵 $[-30.48I_{21}-\mathrm{diag}\,[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}]]$ 的列标准型矩阵 $\mathrm{SF}_{\lambda=-30.48}$, 其第 16 和 17, 16 和 18 行为线性相关行:

$$\mathrm{SF}^{16\sim18}_{\lambda=-30.48}=\begin{bmatrix}0_{1\times15} & 0 & 0_{1\times5}\\ 0_{1\times15} & 1 & 0_{1\times5}\\ 0_{1\times15} & -5.57 & 0_{1\times5}\end{bmatrix}_{16\sim18}, \tag{35}$$

其他行为线性无关行.

$\lambda=-30.58$ 对应的特征矩阵 $[-30.58I_{21}-\mathrm{diag}\,[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}]]$ 的列标准型矩阵 $\mathrm{SF}_{\lambda=-30.58}$, 其第 19 和 20, 19 和 21 行为线性相关行:

$$\mathrm{SF}^{19\sim21}_{\lambda=-30.58}=\begin{bmatrix}0_{1\times18} & 0 & 0_{1\times2}\\ 0_{1\times18} & 1 & 0_{1\times2}\\ 0_{1\times18} & 12.26 & 0_{1\times2}\end{bmatrix}_{19\sim21}, \tag{36}$$

其他行为线性无关行.

综合式 (29)∼(36), 则微电网的控制矩阵为

$$B=\{b_{iu}\}=\begin{bmatrix}1 & 0_{3\times1} & 0 & 0_{4\times1} & 0_{7\times1} & 0_{10\times1} & 0_{16\times1}\\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 0_{17\times1} & 0_{9\times1} & 0_{4\times1} & 0_{4\times1} & 0_{4\times1} & 0_{4\times1} & 0\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 0_{7\times1} & 0_{14\times1} & 0_{11\times1} & 0_{8\times1} & 0_{5\times1} & 0_{2\times1}\end{bmatrix}_{21\times7}, \tag{37}$$

其中 $B=\{b_{iu}\}$ 是 21×7 维控制输入矩阵, $b_{iu}=1$ 表示控制器 u_{MG} 控制节点 i (逆变器 i) 的频率和电压的摄动量, 反之, $b_{iu}=0$.

将式 (37) 代入式 (16) 得

$$\mathrm{rank}\,[\lambda I_{21}-\mathrm{diag}\,[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}],B]=21, \tag{38}$$

即配置的控制矩阵 B 可以保证微电网状态完全能控. 进一步地, 我们用图直观地体现控制矩阵对微电网的控制连接, 如图 2 所示. 橙色节点代表微电网的 7 个控制输入 $u_{\mathrm{MG}}=\{u_1,u_2,\ldots,u_7\}$, 紫色节点代表微电网的 21 个状态节点 $x=\{\Delta\omega_1,\Delta U_{d1},\Delta U_{q1},\ldots,\Delta\omega_7,\Delta U_{d7},\Delta U_{q7}\}$. 控制器 u_1 控制逆变器的 $\Delta\omega_1$ 和 ΔU_{d7}, u_2 控制 $\Delta\omega_2$ 和 ΔU_{d5}, u_3 控制 $\Delta\omega_3$ 和 ΔU_{d1}, u_4 控制 $\Delta\omega_4$ 和 ΔU_{d2}, u_5 控制逆 $\Delta\omega_5$ 和 ΔU_{d3}, u_6 控制 $\Delta\omega_6$ 和 ΔU_{d4}, u_7 控制 $\Delta\omega_7$ 和 ΔU_{d6}.

4.3 控制器 $\boldsymbol{u_{\mathrm{MG}}(t)}$

给定微电网初始终态:

$$x_0=\begin{bmatrix}0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.5 & \cdots & 1.7 & 1.8 & 1.9 & 2.0 & 2.1\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}. \tag{39}$$

微电网终端状态设置为

$$x_{t_f}=[0]_{21\times1}. \tag{40}$$

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207

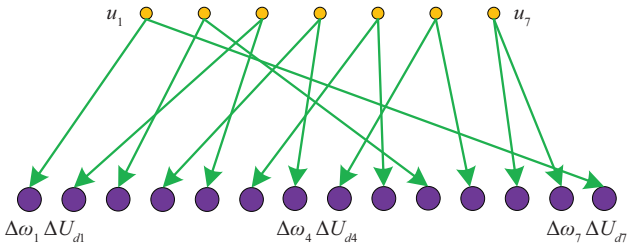


图 2 (网络版彩图) 控制连接示意图

Figure 2 (Color online) Schematic diagram of the control connection

表 4 $u_1 \sim u_7$ 控制能量

Table 4 The control energy of $u_1 \sim u_7$

Input (V)	Energy (J)	Input (V)	Energy (J)	Input (V)	Energy (J)	Input (V)	Energy (J)
u_1	0.8×10^{-2}	u_2	0.13	u_3	0.39	u_4	0.80
u_5	1.97	u_6	2.54	u_7	4.19	u_{MG}	10.03

控制时间区间 $[t_0, t_f]$ 设置为

$$[t_0, t_f] = [0, 1]\,. \tag{41}$$

在控制矩阵 B 的作用下, 系统控制器为

$$u_{\mathrm{MG}}\,(t) = \left[\, u_1 \;\; u_2 \;\; u_3 \;\; u_4 \;\; u_5 \;\; u_6 \;\; u_7 \,\right]^{\mathrm{T}}, \tag{42}$$

其中

$$\begin{aligned}
u_1 &= -0.10\mathrm{e}^{(30.02t-30.02)} + 0.25 \times 10^2\mathrm{e}^{(30.48t-30.48)} + 0.1,\\
u_2 &= -0.38\mathrm{e}^{(30.34t-30.34)} + 0.44. \times 10^2\mathrm{e}^{(31.4t-31.4)} + 0.38,\\
u_3 &= -1.36 \times 10^2\mathrm{e}^{(30.02t-30.02)} - 0.67\mathrm{e}^{(30.62t-30.62)} + 0.67,\\
u_4 &= -1.93 \times 10^2\mathrm{e}^{(30.34t-30.34)} - 0.96\mathrm{e}^{(30.95t-30.95)} + 0.96,\\
u_5 &= 2.39 \times 10^2\mathrm{e}^{(30.62t-30.62)} - 2.39 \times 10^2\mathrm{e}^{(31.4t-31.4)} - 1.50,\\
u_6 &= 1.71\mathrm{e}^{(30.58t-30.58)} - 5.69 \times 10^2\mathrm{e}^{(30.95t-30.95)} - 1.71,\\
u_7 &= 2.68 \times 10^3\mathrm{e}^{(30.48t-30.48)} - 2.68\mathrm{e}^{(30.58t-30.58)} - 2.20.
\end{aligned}$$

控制能量

$$E = \int_0^1 {u_{\mathrm{MG}}}^{\mathrm{T}}\,(t) \cdot u_{\mathrm{MG}}\,(t)\,\mathrm{d}t = 10.03. \tag{43}$$

控制输入 $u_1 \sim u_7$ 对应的控制能量如表 4 所示.

进一步, 我们利用式 (26) 在 $t_f = 1$ 时刻的解:

$$x\,(1) = \int_0^1 \mathrm{e}^{\left(\mathrm{diag}[\omega_{f_i} A_{i1} + A_{i2}]\right)(1-t)} \cdot B \cdot u_{\mathrm{MG}}\,(t)\,\mathrm{d}t + \mathrm{e}^{\left(\mathrm{diag}[\omega_{f_i} A_{i1} + A_{i2}]\right)} \cdot x\,(0)\,, \tag{44}$$

与设定终态值 $x_1 = [0]_{21\times 1}$ 作误差曲线来说明配置的控制器是合理有效的. 具体地, 如图 3(a)~(g) 所示. 由误差曲线图可知, 微电网的 21 个状态节点 $x = \{\Delta\omega_1, \Delta U_{d1}, \Delta U_{q1}, \ldots, \Delta\omega_7, \Delta U_{d7}, \Delta U_{q7}\}$ 可以通过控制器 $u_{\mathrm{MG}}\,(1) = \left[\, u_1 \;\; u_2 \;\; u_3 \;\; u_4 \;\; u_5 \;\; u_6 \;\; u_7 \,\right]^{\mathrm{T}}$ 的控制使其收敛至给定的终态 $x_1 = [0]_{21\times 1}$. 此结果与式 (38) 所得到的结论是一致的, 即微电网满足状态完全能控.

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207

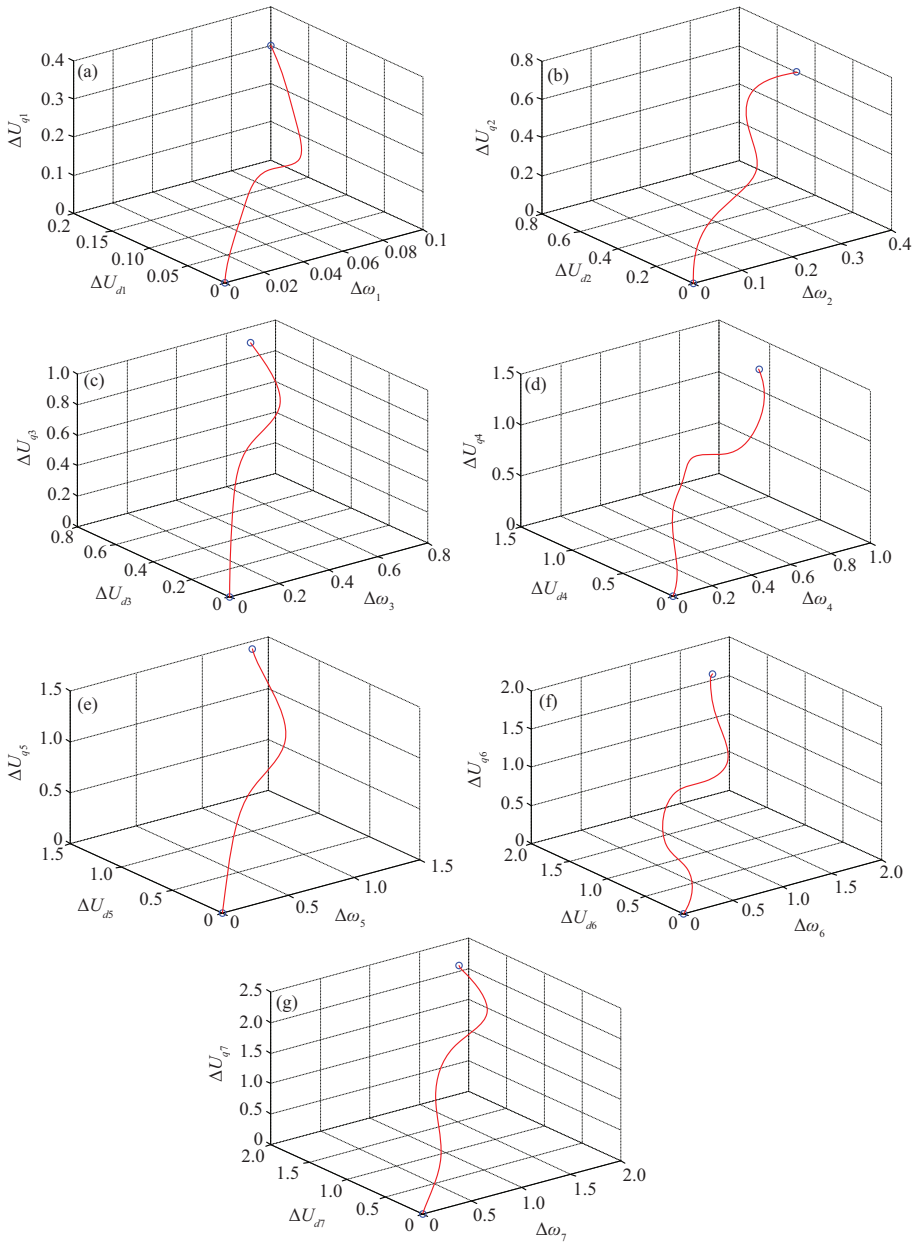


图 3　(网络版彩图) 微电网状态误差曲线

Figure 3　(Color online) The error curves of microgrid state. (a) The error curve of $\Delta\omega_1$, ΔU_{d1} and ΔU_{q1}; (b) the error curve of $\Delta\omega_2$, ΔU_{d2} and ΔU_{q2}; (c) the error curve of $\Delta\omega_3$, ΔU_{d3} and ΔU_{q3}; (d) the error curve of $\Delta\omega_4$, ΔU_{d4} and ΔU_{q4}; (e) the error curve of $\Delta\omega_5$, ΔU_{d5} and ΔU_{q5}; (f) the error curve of $\Delta\omega_6$, ΔU_{d6} and ΔU_{q6}; (g) the error curve of $\Delta\omega_7$, ΔU_{d7} and ΔU_{q7}

5　结论与讨论

本文利用微电网能控性判据证明了网络能控所需的最少控制器个数 N_C 受系统的截止频率 $\omega_{f_i}, i = 1, \ldots, n$ 影响. 进一步, 通过对特征矩阵的列初等变换, 识别出满足微电网能控性所需的独立控制和非独立控制节点, 即确定了原系统的控制矩阵 B. 最终运用配置的控制矩阵验证含 7 个分布式电源的

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207

微电网的能控性, 仿真结果表明可以保证微电网在任意初始状态都能够转移到任意终端状态运行, 证明了所提方法的有效性.

参考文献

1 Chen J, Chen X, Feng Z Y, et al. A control strategy of seamless transfer between grid-connected and islanding operation for microgrid. Proc CSEE, 2014, 34: 3089–3097 [陈杰, 陈新, 冯志阳, 等. 微网系统并网/孤岛运行模式无缝切换控制策略. 中国电机工程学报, 2014, 34: 3089–3097]

2 Sun Q Y, Zhou J G, Guerrero J M, et al. Hybrid three-phase/single-phase microgrid architecture with power management capabilities. IEEE Trans Power Electron, 2015, 30: 5964–5977

3 Sun Q Y, Huang B N, Li D S, et al. Optimal placement of energy storage devices in microgrids via structure preserving energy function. IEEE Trans Ind Inf, 2016, 12: 1166–1179

4 Luo Q, Deng F Q, Mao X R, et al. Theory and application of stability for stochastic reaction diffusion system. Sci Sin Inform, 2007, 37: 1272–1284 [罗琦, 邓飞其, 毛学荣, 等. 随机反应扩散系统稳定性的理论与应用. 中国科学: 信息科学, 2007, 37: 1272–1284]

5 Zhang J Y, Ju P, Yu Y P, et al. Responses and stability of power system under small Gauss type random excitation. Sci China Tech Sci, 2012, 42: 851–857 [张建勇, 鞠平, 余一平, 等. 电力系统在高斯随机小激励下的响应及稳定性. 中国科学: 技术科学, 2012, 42: 851–857]

6 Kalman R E. Mathematical description of linear dynamical systems. SIAM J Control, 1963, 1: 152–192

7 Song J L, Xiao H M, Li Z Q. Partial variable controllability of Boolean control network. IEEE Trans Autom Control, 2016, 46: 338–349 [宋金利, 肖会敏, 李志强. 布尔控制网络的部分变量能控性. 中国科学: 信息科学, 2016, 46: 338–349]

8 Newman M E J, Watts D J. Renormalization group analysis of the small-world network model. Phys Lett A, 1999, 263: 341–346

9 Liu Y Y, Slotine J J, Barabási A L. Controllability of complex networks. Nature, 2011, 473: 167–173

10 Lin C T. Structural controllability. IEEE Trans Automat Contr, 1974, 19: 201–208

11 Wang W X, Ni X, Lai Y C, et al. Optimizing controllability of complex networks by minimum structural perturbations. Phys Rev E, 2012, 85: 026115

12 Yan G, Ren J, Lai Y C, et al. Controlling complex networks: how much energy is needed? Phys Rev Lett, 2012, 108: 218703

13 Wang B, Gao L, Gao Y, et al. Maintain the structural controllability under malicious attacks on directed networks. EPL, 2013, 101: 58003

14 Sun J, Motter A E. Controllability transition and nonlocality in network control. Phys Rev Lett, 2013, 110: 208701

15 Liu Y Y, Slotine J J, Barabasi A L. From the cover: observability of complex systems. Proc Natl Acad Sci USA, 2013, 110: 2460–2465

16 Chen G R. Problems and challenges in control theory under complex dynamical network environments. Acta Autom Sin, 2013, 39: 312–321

17 Xi Y G. Large-scale systems control and complex networks–exploration and thinking. Acta Autom Sin, 2013, 39: 1758–1768 [席裕庚. 大系统控制论与复杂网络 – 探索与思考. 自动化学报, 2013, 39: 1758–1768]

18 Li L Z, Zhao S Q, Pan Y J. Research on controllability and observability of LF oscillation modes in multi-unit power system. North China Electric Power, 2001, 1: 4–6 [李凌志, 赵书强, 潘云江. 多机电力系统低频振荡模式可控性可观性研究. 华北电力技术, 2001, 1: 4–6]

19 Li X F. Research on the fundamental theory of controllability of complex networks. Dissertation for Ph.D. Degree. Zhejiang: Zhejiang University, 2017 [李新锋. 复杂网络可控性基础理论研究. 博士学位论文. 浙江: 浙江大学, 2017]

20 Li J, Dueñas-Osorio L, Chen C K, et al. Characterizing the topological and controllability features of U.S. power transmission networks. Phys A-Stat Mech Appl, 2016, 453: 84–98

21 Pogaku N, Prodanovic M, Green T C. Modeling, analysis and testing of autonomous operation of an inverter-based microgrid. IEEE Trans Power Electron, 2007, 22: 613–625

22 Kahrobaeian A, Mohamed Y A R I. Analysis and mitigation of low-frequency instabilities in autonomous medium-voltage converter-based microgrids with dynamic loads. IEEE Trans Ind Electron, 2014, 61: 1643–1658

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207

23 Lombardi A, Hörnquist M. Controllability analysis of networks. Phys Rev E, 2007, 75: 056110
24 Hautus M L J. Controllability and observability conditions of linear autonomous systems. Nederl Akad Wet Proc Ser A, 1969, 72: 443–448
25 Yuan Z, Zhao C, Di Z, et al. Exact controllability of complex networks. Nat Commun, 2013, 4: 2447
26 Rugh W J. Linear System Theory. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, Inc, 1996

附录 A 附录

定理 1 的证明 根据矩阵秩关系得

$$3n{=}\mathrm{rank}\left[\lambda I_{3n}{-}\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}{+}\mathrm{A}_{i2}\right],B\right]\leqslant\mathrm{rank}\left[\lambda I_{3n}{-}\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}{+}\mathrm{A}_{i2}\right]\right]+\mathrm{rank}\left[B\right], \tag{A1}$$

则

$$\mathrm{rank}\left[B\right]\geqslant 3n-\mathrm{rank}\left[\lambda I_{3n}-\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}\right]\right], \tag{A2}$$

即

$$N_C=\max_i\left\{3n-\mathrm{rank}\left[\lambda I_{3n}-\mathrm{diag}\left[\omega_{f_i}A_{i1}+A_{i2}\right]\right]\right\}. \tag{A3}$$

当 $\omega_{f_1}=\omega_{f_2}=\cdots=\omega_{f_n}$, $\lambda_1=0$ 时,

$$N_{C\to 0}=n. \tag{A4}$$

当 $\omega_{f_1}=\omega_{f_2}=\cdots=\omega_{f_n}$, $\lambda_2=-\omega_{f_i}, i=1,\ldots,n$ 时,

$$N_{C\to -\omega_{f_i}}=2n, \tag{A5}$$

则

$$N_C=\max\left\{N_{C\to 0},N_{C\to -\omega_{f_i}}\right\}=2n,\omega_{f_1}=\omega_{f_2}=\cdots=\omega_{f_n}. \tag{A6}$$

当 $\omega_{f_1}\neq\omega_{f_2}\neq\cdots\neq\omega_{f_n}$, $\lambda_1=0$ 时,

$$N_{C\to 0}=n. \tag{A7}$$

当 $\omega_{f_1}\neq\omega_{f_2}\neq\cdots\neq\omega_{f_n}$, $\lambda_2=-\omega_{f_i}, i=1,\ldots,n$ 时,

$$N_{C\to -\omega_{f_i}}=2, \tag{A8}$$

则

$$N_C=\max\left\{N_{C\to 0},N_{C\to -\omega_{f_i}}\right\}=n,\quad \omega_{f_1}\neq\omega_{f_2}\neq\cdots\neq\omega_{f_n}, \tag{A9}$$

即

$$N_C=\begin{cases} n, & \omega_{f_1}\neq\omega_{f_2}\neq\cdots\neq\omega_{f_n},\\ 2n, & \omega_{f_1}=\omega_{f_2}=\cdots=\omega_{f_n},\end{cases} \tag{A10}$$

证明完毕.

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207

Optimized configuration of controllers of microgrids based on controllability

Qiuye SUN*, Yi ZHANG, Rui WANG & Zhenwei LIU

College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819*, China*
* Corresponding author. E-mail: sunqiuye@mail.neu.edu.cn

Abstract A method for studying the controllability of microgrids beyond structural controllability, which is applicable to actual microgrids, is proposed. Also, the cutoff frequency of the low-pass filter of a microgrid is proven to be a major factor affecting the minimum number of controllers required. In addition, according to the elementary transformation of the feature matrix of a microgrid, the nodes that require independent and non-independent control are identified and a general system control matrix construction method to fully control the state of the microgrid is proposed. Furthermore, according to the error curve of the node state, the constructed control matrix is proven to guarantee the controllability of the microgrid. An example of a microgrid with seven distributed generations was used to verify the effectiveness of the proposed method.

Keywords controllability, minimum controller, feature matrix, control matrix, minimum energy controller



Qiuye SUN was born in 1977. He is a professor at the School of Information Science and Engineering, Northeastern University. His research interests include network control technology, distributed control technology, and distributed optimization analysis and its various applications in energy internet, microgrid, and power distribution network.



Yi ZHANG was born in 1994. She is currently a Ph.D. student at Northeastern University, Shenyang, China. Her research interests include controllability and stability analysis of microgrid, smart grid, and energy internet.



Rui WANG was born in 1993. He received his bachelor's degree from Northeastern University, Shenyang, China, in 2016, where he is currently a Ph.D. student. His research interests include control and stability analysis of microgrid, smart grid, and energy internet.



Zhenwei LIU was born in 1981. He has been a faculty member at the College of Information Science and Engineering, Northeastern University since 2011. His current research interests include stability analysis and control of delayed systems, multiagent-based network control, and nonlinear control.

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/N112018-00207