中国科学 : 信息科学　2012 年　第 42 卷　第 11 期 : 1364–1378
www.scichina.com　info.scichina.com
《中国科学》杂志社
SCIENCE CHINA PRESS
论　文

大摇摆情形的自对准方法

牟玉涛, 方海涛*

中国科学院数学与系统科学研究院, 国家数学与交叉科学中心 北京 100190
* 通信作者. E-mail: htfang@iss.ac.cn

收稿日期: 2012–06–28; 接受日期: 2012–09–30
国家自然科学基金 (批准号: 61174143) 资助项目

摘要　在风等干扰的影响下, 载体易产生较大幅度的摇晃, 造成捷联惯导系统初始姿态存在较大失准角, 而由于缺少基准信息, 并且包含失准角信息的导航误差不能直接量测, 进而影响自对准精度. 由于载体仅发生摇晃, 并没有相对移动, 从而存在零速的摇晃中心, 若视载体为刚体, 则载体各点的姿态是相同的. 由于摇晃中心处的自对准是较为成熟的静基座对准问题, 从而只需获得摇晃中心处的姿态误差即可. 为了获得摇晃中心的位置, 我们利用杆臂效应原理, 通过将水平失准角扩展为待估参数, 减小了模型误差, 提高了摇晃中心位置的估计精度. 对于摇晃基座存在大失准角问题, 利用估计状态闭环补偿系统模型, 逐步减小模型误差, 获得较好的对准精度. 最后通过仿真例子进行了验证.

关键词　自对准　大失准角　摇摆基座　杆臂效应　最小二乘方法

1　引言

捷联惯导系统自对准是指不借助外界量测信息, 仅仅根据导航系统自身的量测数据或导航信息, 给出姿态误差等导航误差 [1,2]. 在存在较大俯仰角或竖起情形, 载体重心较高, 对于风等干扰比较敏感, 会造成载体产生较大摇晃. 因此在初始姿态确定过程中, 会产生较大失准角, 并且由于缺乏直接的基准信息, 造成误差信息获取比较困难, 增大了捷联惯导系统自对准的难度.

目前动基座自对准方法主要是消除干扰, 获得较为精确的误差信息. 文献 [3] 中采用低通滤波器方法消除干扰频段. 但是风等干扰对惯导系统的干扰是大幅度、低频的, 这很难通过设置截止频率, 将干扰滤除, 采用小波分析方法 [4] 也存在这样的问题, 并且实现比较复杂. 目前在公开文献中, 还未见针对大摇摆情形的自对准方法.

我们的思路是将这类摇晃基座自对准问题通过杆臂效应转化为静基座对准问题. 因载体受到风等干扰产生摇晃时, 存在零速的摇晃中心. 若摇晃中心和惯组安装中心重合, 则此问题仍然是静基座自对准问题; 若不同, 因载体是刚体, 则惯组安装中心与摇晃中心的姿态是相同的, 于是只需获得摇晃中心处的姿态即可完成惯导自对准. 这是因为摇晃中心速度为零, 摇晃中心处的导航速度即为速度误差, 可以根据加速度计感应的杆臂效应加速度获得摇晃中心位置以及加速度, 从而对摇晃中心处进行导航解算, 获得导航速度, 通过 Kalman 滤波方法获得摇晃中心处姿态误差, 进而完成了惯导系统的自对准, 这样最终处理的问题变为杆臂估计问题.

引用格式: 牟玉涛, 方海涛. 大摇摆情形的自对准方法. 中国科学: 信息科学, 2012, 42: 1364–1378, doi: 10.1360/112012-436

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/112012-436

目前杆臂估计方法主要基于动力学参数模型, 文献 [5] 仅仅使用了相邻两个数据信息, 不能有效对付加速度计的量测噪声, 并且在大失准角情形下, 杆臂估计误差较大; 文献 [6] 采用速度匹配方法, 构造的速度量测中包含姿态误差, 也会影响杆臂估计精度. 而本文通过对模型误差以及量测噪声的分析, 将水平失准角扩张为待估参数, 采用最小二乘方法获得了较为精确的杆臂估计.

对于存在大失准角的自对准问题, 包含姿态误差项的模型误差较大, 影响对准精度, 我们利用姿态误差的滤波估计值修正导航姿态, 逐次减小模型误差, 从而获得较高的对准精度.

本文结构安排, 在第 2 节说明动基座自对准存在的问题以及可行性方法, 第 3 节介绍杆臂效应以及杆臂估计方法, 其中 3.3 和 3.4 小节给出了扩张参数的估计方法以及扩张参数的精度, 第 4 节给出一些仿真例子, 第 5 节是结论和展望.

2 问题分析

在大俯仰角或竖起情形下, 由于载体受到风等干扰后, 引起较大幅度的摇晃, 我们通过分析这类环境的自对准问题, 根据杆臂效应原理将其转化为静基座对准问题. 首先对本文采用的坐标系以及符号进行说明.

2.1 坐标系定义以及符号说明

本文采用文献 [7] 中的坐标系定义方式以及符号系统, 坐标系具体定义如下:

惯性坐标系记为 $O_ex_iy_iz_i$, 其中原点 O_e 为地球中心, x_i 轴为地球赤道平面内指向某恒星, y_i 轴为地球赤道平面内指向某恒星, z_i 轴为沿地轴指向北极;

地球坐标系记为 $O_ex_ey_ez_e$, 其中原点 O_e 为地球中心, x_e 轴为地球赤道平面内指向格林威治线, y_e 轴为地球赤道平面内指向东经 90°, z_e 轴为沿地轴指向北极;

机体坐标系记为 $Ox_by_bz_b$, 其中原点 O 为惯组中心, x_b 轴为机体横轴指向右, y_b 轴为机体纵轴指向前, z_b 轴为机体竖轴向上;

导航坐标系记为 $Ox_py_pz_p$, 其中原点 O 为惯组中心, x_p 轴为地理东向, y_p 轴为北向, z_p 轴为天向.

本文使用的符号含义如下: C_A^B 表示由坐标系 A 到坐标系 B 的变换矩阵; 设 $\boldsymbol{R}$ 为一个矢量, $\boldsymbol{R}_i^b$ 表示矢量 $\boldsymbol{R}$ 在 b 系下 i 轴上的投影 (坐标); $\hat{\boldsymbol{R}}$: 矢量 $\boldsymbol{R}$ 的计算值; $\tilde{\boldsymbol{R}}$: 矢量 $\boldsymbol{R}$ 的量测值; $\delta\boldsymbol{R}$: $\boldsymbol{R}$ 的误差项 $\hat{\boldsymbol{R}}-\boldsymbol{R}$; $[\boldsymbol{R}\times]$: $\boldsymbol{R}$ 构成的反对称矩阵; $||A||_j$: 矩阵 A 的 j 范数. w_{ie}: 地球自转角速度; V_{ep}: 机体相对于地球速度; φ: 纬度; λ: 经度; h: 高度; 位置速率误差为 $\delta w_{ep}^p=\hat{w}_{ep}^p-w_{ep}^p$, 速度误差为 $\delta V_{ep}^p=\hat{V}_{ep}^p-V_{ep}^p$, 姿态误差为 $\delta Q=\hat{Q}-Q$.

2.2 捷联惯导系统自对准

首先我们建立捷联惯导系统导航误差的传播模型, 通过四元数更新方程以及速度更新方程可以获得加性四元数描述的误差模型 [8]:

$$\begin{cases}\delta\dot{Q}=A_{QQ}\delta Q+A_{QV}\delta V+T_{\hat{Q}}\delta w_{ib}^b,\\ \delta\dot{V}=A_{VQ}\delta Q+A_{VV}\delta V+\hat{C}_{2\times2}\delta f_{ib}^b,\end{cases}\tag{1}$$

其中 A_{QQ}, A_{QV}, T, A_{VQ}, A_{VV}, $\hat{C}_{2\times2}$($\hat{C}_b^p$ 的 2 阶主子阵) 是相应的系数阵.

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/112012-436

记 $X=[\delta Q^{\mathrm{T}},\delta V^{\mathrm{T}}],W_Q=[(\delta w_{ib}^b)^{\mathrm{T}},(\delta f_{ib}^b)^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $A=\left[\begin{smallmatrix}A_{QQ} & A_{QV}\\ A_{VQ} & A_{VV}\end{smallmatrix}\right]$, $G=\left[\begin{smallmatrix}T_{\hat{Q}} & 0\\ 0 & \hat{C}_{2\times 2}\end{smallmatrix}\right]$, 则系统误差方程为

$$\dot{X}=AX+GW_Q. \tag{2}$$

以东向速度误差和北向速度误差作为观测量, 则有

$$Y=CX+W_R, \tag{3}$$

其中 $C=[0_{2\times 4},I_{2\times 2}]$, W_R 为量测噪声.

由式 (2) 与 (3) 得到

$$\begin{cases}\dot{X}=AX+GW_Q,\\ Y=CX+W_R.\end{cases} \tag{4}$$

将系统 (4) 离散化, 取采样步长为 T_{kf}, 有

$$\begin{cases}X_{k+1}=A_DX_k+G_DW_Q,\\ Y_k=CX_k+W_R,\end{cases} \tag{5}$$

其中 $A_D=e^{AT_{kf}},G_D=\int_0^{T_{kf}}e^{At}\mathrm{d}tG$ 是连续系统离散化后得到的系数矩阵, Q_{sys} 是系统噪声的协方差阵, R 是量测噪声的协方差阵, 则基于模型 (5) 的 Kalman 滤波算法 [9] 为:

$$\begin{cases}\hat{X}_{k+1}=\hat{X}'_{k+1}+K_{k+1}(Y_{k+1}-C\hat{X}'_{k+1}),\\ \hat{X}'_{k+1}=A_D\hat{X}_k,\\ K_{k+1}=P'_{k+1}C^{\mathrm{T}}(CP'_{k+1}C^{\mathrm{T}}+R)^{-1},\\ P_{k+1}=(I-K_{k+1}C)P'_{k+1}(I-K_{k+1}C)^{\mathrm{T}}+K_{k+1}RK_{k+1}^{\mathrm{T}},\\ P'_{k+1}=A_DP_k{A_D}^{\mathrm{T}}+G_DQ_{\mathrm{sys}}{G_D}^{\mathrm{T}},\end{cases} \tag{6}$$

其中 $\hat{X}_k$ 是 k 时刻滤波值, $\hat{X}'_k$ 是一步预报值, P_k 是 k 时刻滤波均方阵, P'_k 是预报均方阵, K_k 是滤波增益.

在静基座情形下, 由于加速度计量测仅仅是重力加速度在机体系中的投影, 真实速度为零, Y_k 即为 k 时刻的导航速度, 从而易于完成捷联惯导系统的自对准.

当载体处在俯仰或竖起情形下, 虽然载体是静止的, 但由于风等干扰, 会引起载体产生摇晃, 这是一种典型的动基座对准环境. 误差模型 (5) 变为时变系统, 即 A_D,G_D 是时变矩阵, 这增加了滤波算法的性能要求. 并且基座存在着摇晃运动, 加速度计量测中还包含了干扰加速度, 载体真实速度并不为零, 若是仍将导航速度视为速度误差, 应用式 (6) 获得的姿态误差估计有较大误差 [8].

由于载体没有相对运动, 从而存在零速的摇晃中心, 并且可以视载体为刚体, 则载体各处的姿态是相同的, 只需获得摇晃中心处的姿态即可. 若摇晃中心与惯组安装中心重合, 直接将加速度计的量测作为摇晃中心的加速度, 通过这些量测数据进行导航获得的导航速度就是速度误差, 进而可以通过式 (6) 完成精对准; 若不重合, 则根据杆臂效应原理, 获得摇晃中心处的加速度, 在摇晃中心处进行导航解算获得此处的导航速度, 同样利用式 (6) 完成精对准过程, 通过以上分析, 只需获得摇晃中心相对惯组安装中心的位置以及其加速度, 即可完成摇晃情形的捷联惯导系统自对准.

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/112012-436

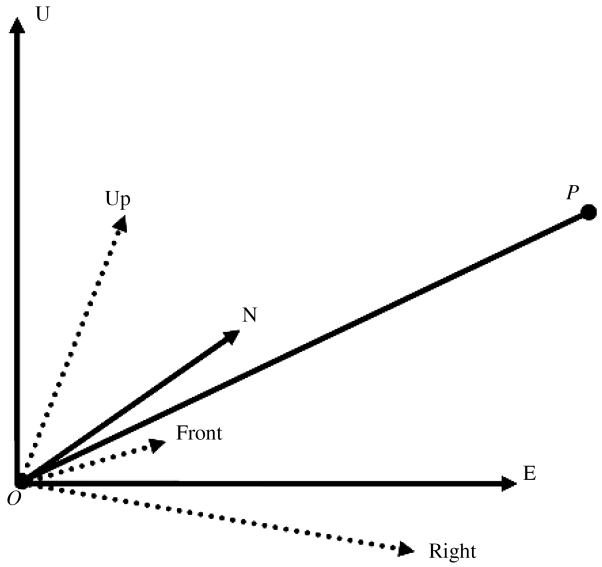


图 1 坐标系

Figure 1 Coordinate frame

3 杆臂效应以及估计方法

由于惯组安装位置和摇晃中心不重合, 在摇晃环境下, 造成加速度计量测中包含一部分杆臂效应加速度, 接下来分析这部分加速度与杆臂的关系.

3.1 杆臂效应原理

将机体系中心和导航系中心平移到摇晃中心, 图 1 中虚线是机体系, 实线是导航系, 摇晃中心的位置为 O, 惯组中心位置为 P, $r_p^b = \overrightarrow{OP}$, 由杆臂效应原理 [3,10] 得到

$$f_{ib}^b = C_p^b(\dot{V}_{ep}^p + (2w_{ie}^p + w_{ep}^p) \times V_{ep}^p - g^p) + w_{ib}^b \times (w_{ib}^b \times r_p^b) + \dot{w}_{ib}^b \times r_p^b + 2(w_{ib}^b \times \dot{r}_p^b) + \ddot{r}_p^b. \tag{7}$$

当导弹存在大俯仰角或竖起时, 因导弹发射车静止与地面, 导弹与发射车固联, 从而摇晃中心速度 $V_{ep}^p = 0$. 而载体可以视为刚体, 则在机体坐标系下, 摇晃中心与惯组的相对位置不发生变化, 即 $\dot{r}_p^b = 0$, 从而有

$$f_{ib}^b = -C_p^b g^p + w_{ib}^b \times (w_{ib}^b \times r_p^b) + \dot{w}_{ib}^b \times r_p^b. \tag{8}$$

整理 (8) 式得到 $f_{ib}^b + C_p^b g^p = ([w_{ib}^b\times]^2 + [\dot{w}_{ib}^b\times])r_p^b$, 记 $y(t_k) \triangleq f_{ib}^b(t_k) + C_p^b(t_k)g^p$, $\bar{H}_1(t_k) \triangleq [w_{ib}^b(t_k)\times]^2 + [\dot{w}_{ib}^b(t_k)\times]$, $x \triangleq r_p^b$, 则有

$$y(t_k) = \bar{H}_1(t_k)x. \tag{9}$$

3.2 估计方法以及激励条件分析

若是

$$M \triangleq \sum_{k=0}^{N} \bar{H}_1^{\mathrm{T}}(t_k)\bar{H}_1(t_k) > 0 \tag{10}$$

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/112012-436

成立, 可以采用最小二乘方法获得 x 的估计. 根据最小二乘法的优化指标, 得到递推最小二乘方法 [11] 的形式

$$\begin{aligned}&\hat{x}_{k+1}=\hat{x}_k+K_{k+1}(y_{k+1}-\bar{H}_{1,k+1}\hat{x}_k),\\&K_{k+1}=P_k\bar{H}_{1,k+1}^{\mathrm{T}}(I+\bar{H}_{1,k+1}P_k\bar{H}_{1,k+1}^{\mathrm{T}})^{-1},\\&P_{k+1}=(I-K_{k+1}\bar{H}_{k+1})P_k.\end{aligned}\tag{11}$$

注 1 因 $\bar{H}_{1,k+1}P_k\bar{H}_{1,k+1}^{\mathrm{T}}\geqslant 0$, 则 $I+\bar{H}_{1,k+1}P_k\bar{H}_{1,k+1}^{\mathrm{T}}>0$, 从而无论式 (10) 是否满足, 算法 (11) 都可以进行.

文献 [10] 已对一般情形的激励条件进行了分析, 说明了若是载体的旋转轴是变化的, 则激励条件 (10) 满足; 而当激励不满足时, 杆臂效应估计的精度并不会影响加速度的补偿, 进一步不会影响导航速度, 从而不影响对准. 载体在竖起情形下, 受到风等干扰影响, 较为常见的是圆锥运动, 而圆锥运动的旋转轴是变化的, 从而载体作圆锥运动的情形下, 激励条件是满足的.

3.3 误差分析以及扩张参数方法

对于式 (9), 由于 y, $\bar{H}_1$ 中含有 f_{ib}^b, C_p^b, g^p, w_{ib}^b 和 $\dot{w}_{ib}^b$, 这些数据并不能直接获得, 我们利用这些值的导航值或量测值代入式 (9) 进行计算, 但这样引入了量测误差和模型误差. 具体表示为

$$y(t)=H_1(t)x+w(t),\tag{12}$$

其中 y 为 $\tilde{f}_{ib}^b+\hat{C}_p^b\hat{g}^p$, H_1 为 $([\tilde{w}_{ib}^b\times]^2+[\tilde{\dot{w}}_{ib}^b\times])$, x 为 r_p^b, $w(t)$ 为 $\delta f_{ib}^b+\Delta$, $\Delta=\Delta_1+\Delta_2+\Delta_3+\Delta_4$, Δ_1 表示姿态误差项, Δ_2 表示陀螺量测误差项, Δ_3 表示微分信号误差项, Δ_4 二次交叉项以及小量, 具体形式为 $\Delta_1=\Delta C_p^b\hat{g}^p$, $\Delta_2=-\tilde{w}_{ib}^b\times(\delta w_{ib}^b\times r_p^b)-\delta w_{ib}^b\times(\tilde{w}_{ib}^b\times r_p^b)$, $\Delta_3=-\delta\dot{w}_{ib}^b\times r_p^b$, $\Delta_4=\hat{C}_p^b\delta g-\Delta C_p^b\delta g+\delta w_{ib}^b\times(\delta w_{ib}^b\times r_p^b)$.

由于矩阵 H_1 包含 $[\dot{w}_{ib}^b\times]$ 项, 但 $\dot{w}_{ib}^b$ 不能直接获得, 我们从陀螺量测 $\tilde{w}_{ib}^b$ 中提取微分信号 $\dot{w}_{ib}^b$. 而量测中包含量测噪声, 所以使用的方法需要有一定的抑制噪声和实时跟踪能力. 文献 [12] 提出的扩张状态观测器 (ESO) 可以实现对信号的微分估计, 分别设计 3 个 ESO, 具体形式为

$$\begin{cases}e_w(t_k)=s_1(t_k)-\tilde{w}_{ibj}^b(t_k),\\s_1(t_{k+1})=s_1(t_k)+h_{\mathrm{eso}}(s_2(t_k)-b_1e_w(t_k)),\\s_2(t_{k+1})=s_2(t_k)+h_{\mathrm{eso}}(-b_2e_w(t_k)),\end{cases}$$

其中 $\tilde{w}_{ibj}^b(t_k)$ $(j=x,y,z)$ 分别表示陀螺的三个轴向输出, $h_{\mathrm{eso}}=t_{k+1}-t_k$ 是更新步长, b_1, b_2 是设计参数, s_1,s_2 是 ESO 的系统状态. ESO 的目标是通过调节设计参数, 使得 s_1 能够较好的跟踪信号 w_{ibj}^b, s_2 较好的跟踪 $\dot{w}_{ibj}^b$, 从而获得了信号 w_{ibj}^b 的微分信号.

对于 ESO 的参数设置, 文献 [12,13] 中给出了用带宽概念确定 ESO 参数的简便方法, 参数设置形式为 $b_1=2w$, $b_2=w^2$, 其中 w 是根据系统的带宽要求确定, 并且在文献 [13,14] 中, 也分析了这种参数设计框架下, 参数对 ESO 性能的影响, 简单来说带宽越宽, 系统的跟踪速度越快, 但是抑制噪声的能力就越差, 因此在确定参数时要综合考虑收敛速度和抑制噪声能力这两方面的因素.

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/112012-436

目前杆臂效应多应用式 (12) 获得 x 的估计, 但是在摇晃基座下, 失准角较大, 即 Δ_1 较大, 影响 x 的估计精度. 我们将 $\Delta_1 = \Delta C_p^b \hat{g}^p$ 作进一步的处理:

$$\Delta_1 = C_{\tilde{p}}^b (I - C_p^{\tilde{p}}) g^p \approx g C_{\tilde{p}}^b \begin{bmatrix} \phi_y \\ -\phi_x \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{13}$$

记

$$H_2 = g \begin{bmatrix} -c_{12} & c_{11} \\ -c_{22} & c_{21} \\ -c_{32} & c_{31} \end{bmatrix},$$

其中 c_{ij} 是捷联阵 C_b^p 的元素, $\phi = [\begin{smallmatrix}\phi_x \\ \phi_y\end{smallmatrix}]$, 由于失准角在较短时间内变化较小, 可以将失准角扩张为最小二乘方法的待估参数, 结合式 (12), 有

$$y(t) = H(t) \begin{bmatrix} x \\ \phi \end{bmatrix} + v(t), \tag{14}$$

其中 $H(t) = [H_1(t), H_2(t)]$, $v(t) = \tilde{\Delta}_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4 + \delta f_{ib}^b$, $\tilde{\Delta}_1$ 为 Δ_1 的近似误差.

3.4 扩张参数精度分析

将干扰噪声扩张为待估参数的方法, 是否可以提高参数的估计精度? 接下来我们作一些简单分析. 对于模型 (12), 采用 (11) 式的方法, 记 $\tilde{x}_k = \hat{x}_k - x$, 有

$$\tilde{x}_{k+1} = \tilde{x}_k + K_{k+1}(y_{k+1} - H_{1,k+1}\hat{x}_k) = (I - K_{k+1}H_{1,k+1})\tilde{x}_k + K_{k+1}w_{k+1}. \tag{15}$$

而由 (11) 式以及 P_k 的非奇异性, 得到

$$(I - K_{k+1}H_{1,k+1}) = P_{k+1}P_k^{-1}. \tag{16}$$

将式 (16) 代入式 (15),

$$\tilde{x}_{k+1} = P_{k+1}P_k^{-1}\tilde{x}_k + K_{k+1}w_{k+1}. \tag{17}$$

根据 P_{k+1} 是非奇异的, 将式 (17) 两边左乘 P_{k+1}^{-1} 有

$$P_{k+1}^{-1}\tilde{x}_{k+1} = P_k^{-1}\tilde{x}_k + P_{k+1}^{-1}K_{k+1}w_{k+1}. \tag{18}$$

利用式 (11) 中的增益 K_{k+1} 表达式有

$$K_{k+1} = (I - K_{k+1}H_{1,k+1})P_k H_{1,k+1}^{\mathrm{T}}. \tag{19}$$

将式 (11) 中的 P_{k+1} 表达式代入式 (19),

$$K_{k+1} = P_{k+1}H_{1,k+1}^{\mathrm{T}}. \tag{20}$$

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/112012-436

将式 (20) 代入式 (18) 得到

$$P_{k+1}^{-1}\tilde{x}_{k+1} = P_k^{-1}\tilde{x}_k + H_{1,k+1}w_{k+1}. \tag{21}$$

迭代式 (21) 有

$$P_{k+1}^{-1}\tilde{x}_{k+1} = P_0^{-1}\tilde{x}_0 + \sum_{i=1}^{k+1} H_{1,i}w_i, \tag{22}$$

同样地对于模型 (14), 有

$$P_{e,k+1}^{-1}\begin{bmatrix}\tilde{x}_{k+1}^e\\ \tilde{\phi}_{k+1}\end{bmatrix} = P_{e,0}^{-1}\begin{bmatrix}\tilde{x}_0\\ \tilde{\phi}_0\end{bmatrix} + \sum_{i=1}^{k+1} H_i v_i, \tag{23}$$

其中, $P_{e,0} = \left[\begin{smallmatrix}P_0 & 0\\ 0 & P_{\phi,0}\end{smallmatrix}\right]$, 一般选择 $P_0 = 10^m I$ 和 $P_{\phi,0} = 10^n I$, 其中 m, n 是较大的正整数, 这样可以减小初值的影响. 在一定的噪声条件下, 有下面的定理.

定理 3 若 w_k 与 $H_{1,k}$ 不相关, v_k 为零均值的白噪声, v_k 与 H_k 不相关, 且 $Ex_0 = x$, $E\phi_0 = \phi$, 则 $E\{\tilde{x}_{k+1}\} = P_{k+1}\sum_{i=1}^{k+1} H_{1,i}^{\mathrm{T}}H_{2,i}\phi$; $E\{\tilde{x}_{k+1}^e\} = 0$.

证明 由式 (21), $Ex_0 = x$ 以及不相关假设有

$$E\{\tilde{x}_{k+1}\} = E\{P_{k+1}P_0^{-1}\tilde{x}_0\} + E\{P_{k+1}\sum_{i=1}^{k+1} H_{1,i}^{\mathrm{T}}w_i\} = P_{k+1}\sum_{i=1}^{k+1} H_{1,i}^{\mathrm{T}}H_{2,i}\phi. \tag{24}$$

对于式 (23), 因

$$P_{e,k+1} = \begin{bmatrix}\sum_{i=1}^{k+1} H_{1,i}^{\mathrm{T}}H_{1,i} + P_0^{-1} & \sum_{i=1}^{k+1} H_{1,i}^{\mathrm{T}}H_{2,i}\\ \sum_{i=1}^{k+1} H_{2,i}^{\mathrm{T}}H_{1,i} & \sum_{i=1}^{k+1} H_{2,i}^{\mathrm{T}}H_{2,i} + P_{\phi,0}^{-1}\end{bmatrix},$$

则有

$$\begin{aligned}\tilde{x}_{k+1}^e &= \Big(\sum_{i=1}^{k+1} H_{1,i}^{\mathrm{T}}H_{1,i} + P_0^{-1}\Big)^{-1}\Big(P_0^{-1}\tilde{x} - \sum_{i=1}^{k+1} H_{1,i}^{\mathrm{T}}H_{2,i}\tilde{\phi}_{k+1} + \sum_{i=1}^{k+1} H_{1,i}^{\mathrm{T}}v_i\Big)\\ &= P_{k+1}\Big(P_0^{-1}\tilde{x} - \sum_{i=1}^{k+1} H_{1,i}^{\mathrm{T}}H_{2,i}\tilde{\phi}_{k+1} + \sum_{i=1}^{k+1} H_{1,i}^{\mathrm{T}}v_i\Big).\end{aligned} \tag{25}$$

根据式 (23), 有

$$E\left\{\begin{bmatrix}\tilde{x}_{k+1}^e\\ \tilde{\phi}_{k+1}\end{bmatrix}\right\} = E\left\{P_{e,k+1}P_{e,0}^{-1}\begin{bmatrix}\tilde{x}_0\\ \tilde{\phi}_0\end{bmatrix}\right\} + E\left\{P_{e,k+1}\sum_{i=1}^{k+1} H_i v_i\right\} = 0. \tag{26}$$

因 $E\{v_i\} = 0$, 由式 (25) 与 (26), 得到

$$E\{\tilde{x}_{k+1}^e\} = P_{k+1}\Big(E\{P_0^{-1}\tilde{x}\} - \sum_{i=1}^{k+1} H_{1,i}^{\mathrm{T}}H_{2,i}E\{\tilde{\phi}_{k+1}\}\Big) = 0. \tag{27}$$

证毕.

注 2 由定理 3 可知, 在一定噪声条件下, 对于存在失准角的情形, 杆臂估计是有偏的, 但将水平失准角扩张为待估参数后, 可以得到杆臂的无偏估计.

注 3 对于噪声与回归矩阵的相关性假设可以进一步减弱为 $\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} E\{H_k v_k\} = 0$, 即 v_k 与 H_k 有一定的相关性, 但仍有定理 3 的结论 [15].

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/112012-436

因式 (13) 是在小失准角情形下得到的, 但对于大失准角情形, 近似误差 $\tilde{\Delta}_1$ 并不是零均值的, 即 $E\{\tilde{\Delta}_1\} \neq 0$, 从而由式 (24) 和 (26) 可知:

$$E\{\tilde{x}_{k+1}\} = P_{k+1}\sum_{i=1}^{k+1} H_{1,i}^{\mathrm{T}} H_{2,i}\phi + P_{k+1}\sum_{i=1}^{k+1} H_{1,i}^{\mathrm{T}} E\{\tilde{\Delta}_1\}, \tag{28}$$

$$E\{\tilde{x}_{k+1}^{e}\} = -P_{k+1}\sum_{i=1}^{k+1} H_{1,i}^{\mathrm{T}} H_{2,i} E\{\tilde{\phi}_{k+1}\} + P_{k+1}\sum_{i=1}^{k+1} H_{1,i}^{\mathrm{T}} E\{\tilde{\Delta}_1\}. \tag{29}$$

通过对比式 (28) 与 (29) 可以发现, 两式的均值偏差主要是 $E\{\tilde{\phi}\}$ 和 ϕ 两项的差别, 由于 $\tilde{\phi} = \hat{\phi} - \phi$, 采用最小二乘方法, 总能够获得 ϕ 的估计, 从而能够减小估计误差. 但是由于 $\tilde{\Delta}_1$ 在大失准角情形影响较大, 本文还通过闭环补偿水平失准角进一步减小误差级别来获得较高精度的杆臂估计, 会在后续章节具体介绍.

3.5 闭环补偿的必要性以及可行性

在第 3.4 小节中, 虽然经过扩张参数的处理减小了模型误差, 但是这个处理是在小失准角情形成立的, 在大失准角情形下 $\tilde{\Delta}_1$ 影响较大. 我们想通过减小失准角来减小 $\tilde{\Delta}_1$. 由式 (14) 知, 杆臂的估计仅和水平失准角相关, 采用模型 (14) 应用算法 (11) 获得水平失准角估计后, 补偿水平失准角到导航姿态中, 这样减小了水平失准角的大小, 最终获得了较好的杆臂估计.

但利用模型 (14) 并不能得到方位失准角的估计, 需要利用导航信息进行 Kalman 滤波精对准, 来得到方位失准角的估计. 由于模型 (5) 是经过线性化和离散化得到的, 存在模型误差, 我们记为 $f(X_k)$, 则模型 (5) 可改写为

$$\begin{cases} X_{k+1} = A_D(k)X_k + G_D(k)W_Q + f(X_k), \\ y_k = HX_k + W_R. \end{cases} \tag{30}$$

因为 $f(X_k)$ 较小时, 采用基于模型 (5) 的 Kalman 滤波 (6) 具有较好的稳定性, 能够获得状态较好的估计; 但在大失准角情形下, $f(X_k)$ 较大, 影响状态 X_k 的估计精度, 从而我们想通过闭环补偿的方法, 将 $f(X_k)$ 减小到一定的范围, 来获得状态的 Kalman 滤波 (6) 估计的良好性质.

接下来我们在模型 (5) 的 $[A_D(k), G_D(k)]$ 是一致能镇定的, $[A_D(k), C]$ 是一致能检测的条件下, 说明 $f(X_k)$ 较小时, 预报误差 $\tilde{X}_k = X_k' - X_k$ 的均方指数有界性.

定义 对于随机过程 $\{\zeta_n\}$, 若是 $\exists \eta, \nu > 0$ 以及 $0 < \vartheta < 1$, 使得

$$E\{||\zeta_n||^2\} \leqslant \eta||\zeta_0||^2\vartheta^n + \nu, \forall n \geqslant 0,$$

则称 $\{\zeta_n\}$ 是均方指数有界.

定理 4 如果以下条件满足:

1. $\bar{q} \leqslant ||Q_{sys}||$, $\bar{r} \leqslant ||R||$, 其中 $\bar{q}, \bar{r}$ 是正常数,

2. $||f(X_k)|| \leqslant \bar{f}$, 其中 $\bar{f}$ 是非负常数.

且对于某 $\epsilon \geqslant 0$, $\hat{X}_0'$ 满足 $||\hat{X}_0' - X_0|| \leqslant \epsilon$, 则 $\tilde{X}_k$ 是均方指数有界的且概率 1 有界.

证明 由文献 [16] 可知, 只需验证模型 (30) 满足以下条件即可.

1) $||C|| \leqslant \bar{c}$, $||A_D(k)|| \leqslant \bar{a}$, 其中 $\bar{a}$ 和 $\bar{c}$ 是正常数.

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/112012-436

因 $C=[0_{2\times4}, I_{2\times2}]$, 则矩阵 C 的最大奇异值为 1, 从而有 $||C||_2=1$, 显然 C 的范数有界, 取 $\bar{c}=1$ 即可.

对于 $A_D(k)=e^{A_kT_{kf}}$, 记 $A_k=[a_{ij}(k)]$, 其中 $a_{ij}(k)$ 为矩阵 A_k 的元素, 这样只需说明 $\exists\bar{a}'>0$, 使得 $|a_{ij}(k)|\leqslant\bar{a}'$, 对 $\forall k$ 成立即可. 这是因为 $||A_k||_1=\max_{1\leqslant j\leqslant n}\sum_{i=1}^{n}|a_{ij}(k)|\leqslant n\bar{a}'$, 则有 $||A_D(k)||_1=||e^{A_kT_{kf}}||_1\leqslant e^{||A_kT_{kf}||_1}\leqslant e^{n\bar{a}'}=\bar{a}$, 接下来我们说明 $a_{ij}(k)$ 的有界性.

因

$$A_k=\begin{bmatrix}A_{QQ} & A_{QV}\\ A_{VQ} & A_{VV}\end{bmatrix},$$

而 $A_{QQ}, A_{QV}, A_{VQ}, A_{VV}$ 的元素是由向量 w_{ie}^p, Q, w_{ib}^b, f_{ib}^b 和 w_{ep}^p 的元素构成的, 我们分别说明这几项的分量的有界性.

因

$$w_{ie}^p=\begin{bmatrix}0\\ w_{iez}^e\cos\varphi\\ w_{iez}^e\sin\varphi\end{bmatrix},$$

其中 $w_{iez}^e=7.292115\times10^{-5}$ rad/s, 从而有 $|w_{iej}^p|<7.292115\times10^{-5}$ rad/s, 其中 $j=x,y,z$, w_{iej}^p 表示 w_{ie}^p 的分量; 因 $Q^{\mathrm{T}}Q=1$, 所以四元数 Q 的各个分量 $|q_j|\leqslant1,\ \ j=0,1,2,3,4$; 在摇晃基座情形下, 由于载体仅仅是在绕摇晃中心发生摇晃, 从而陀螺量测和加表量测 w_{ib}^b 和 f_{ib}^b 也是有界, 同理速度 $V_{epj}, j=x,y,z$ 也是有界; 对于

$$w_{ep}^p=\begin{bmatrix}\frac{-V_{epy}^p}{R_e}\\ \frac{V_{epx}^p}{R_e}\\ \frac{V_{epx}^p\tan\varphi}{R_e}\end{bmatrix},$$

其中, R_e 是地球半径, $V_{epj}, j=x,y,z$ 是有界, 所以 w_{epj}^p 是有界的.

从而 $\exists\bar{a}'>0$, 使得 $|a_{ij}(k)|\leqslant\bar{a}'$, 对 $\forall k$ 成立.

2) $\det(A_D(k))\neq0$.

因 $A_D(k)=e^{A_kT_{kf}}$, 从而 $\det(A_D(k))=\det(e^{A_kT_{kf}})>0$.

3) P_k' 范数有界.

因 $[A_D(k), G_D(k)]$ 是一致能镇定的, $[A_D(k), C]$ 是一致能检测的, 则由文献 [17] 可知, 存在正常数 α 和 β, 使得 $\alpha\leqslant||P_k'||\leqslant\beta$. 证毕.

注 4 由定理 4 以及 $||A_D||\leqslant\bar{a}$, 同样 $\hat{X}_k-X_k$ 也是均方指数有界且概率 1 有界.

注 5 在以上条件下, 有 $E\{||\tilde{X}_k||^2\}\leqslant\eta||\tilde{X}_0||^2\vartheta^k+\nu$, 但模型误差 $f(X_k)$ 会影响常数项 ν 的上界. 从而可以通过闭环补偿逐步减小模型误差 $f(X_k)$, 得到较好的状态估计, 这可以通过仿真进一步得到验证.

4 仿真

载体存在大俯仰角或竖起情形时, 受到风等干扰易产生摇晃, 影响捷联惯导系统的自对准精度. 接下来我们采用两种方式描述载体摇晃的情形, 通过仿真来说明第 2 节和第 3 节提出的方法的有效性.

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/112012-436

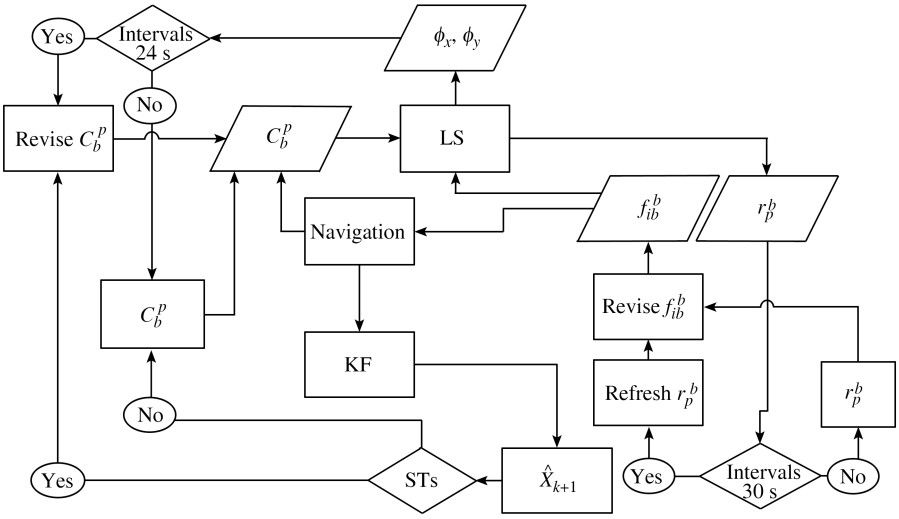


图 2 实际过程的处理方法

Figure 2 Treatment methods for the real process

4.1 参数设置

惯组参数: 陀螺量测噪声为 1×10^{-3} °/h, 加表量测噪声为 2×10^{-5} g.

导航参数的设置: 初始失准角为 $[10°, 10°, 10°]$, 惯组输出采样为 1 ms, 导航更新步长为 4 ms.

Kalman 滤波的参数设置: 滤波更新步长为 0.1 s, $X_0 = 0_{6\times1}$, P_{X_0} 由于维数较高省略.

杆臂 $r_p^b = [4, 2, 3]$ m, 最小二乘算法更新步长为 100 ms, $x_0 = 0, P_0 = 10^8 I$.

ESO 参数设置: $h_{\text{eso}} = 1$ ms, $b_1 = 2000, b_2 = 1000^2$.

Kalman 滤波精对准过程进行 300 s, 修正水平失准角过程进行 120 s, 并没有进行粗对准.

4.2 仿真的具体过程

对于杆臂的估计, 由于开始存在一定的姿态误差, 造成估计精度不高, 我们通过闭环修正水平失准角来减小姿态误差, 提高杆臂估计精度; 为了进一步修正杆臂估计, 在精对准过程中, 继续实时的估计杆臂, 并且固定间隔的更新一次补偿的杆臂大小. 由于方位失准角 ($> 10°$) 也是较大的, 造成模型误差较大, 影响滤波精度, 从而亦进行闭环修正来减少姿态误差, 整个过程的流程如图 2 所示 (ST 表示切换时间).

4.3 大俯仰情形

当载体存在大俯仰角时, 在风等干扰的作用下, 载体会产生摇晃, 由于风的方向的不确定性, 载体最复杂的情形是沿偏航、俯仰和翻滚轴向发生摇晃, 这体现在载体的姿态变化上, 即不同的轴向姿态角发生了震荡变化, 从而我们可以采用如下方式描述摇晃环境: $atti_i(t) = atti_{0,i} + R_{0,i}\sin(2\pi f_i t + ph_i)$, 其中 $atti_{0,i}$ 表示初始姿态 (i 分别表示偏航, 俯仰角和翻滚角), $R_{0,i}$ 表示摇晃幅值, f_i 表示摇晃频率, ph_i 表示相位延迟, t 表示时间. 这种情形下仿真参数设置为: $[atti_{0,\psi}, atti_{0,\theta}, atti_{0,\gamma}] = [30°, 55°, 15°]$, $[R_{0,\psi}, R_{0,\theta}, R_{0,\gamma}] = [8°, 7°, 9°]$, $[f_\psi, f_\theta, f_\gamma] = [1/10, 1/8, 1/12]$ Hz, $[ph_\psi, ph_\theta, ph_\gamma] = 2\pi[\text{rand}(1), \text{rand}(1), \text{rand}(1)]$.

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/112012-436

注 6 初始姿态表示载体处于的平衡姿态, 而摇晃幅值表示载体在偏航、俯仰以及翻滚轴向的震荡幅值, 由于震荡的起始时间未知, 从而相位延迟是随机产生的.

在这种情形下, 总共切换 3 次, 切换时间 ST 分别为滤波进行 15 s, 30 s 以及 70 s.

4.4 竖起情形

对于载体竖起情形, 由于风的干扰, 载体沿偏航、俯仰以及翻滚轴向产生震荡, 但是最恶劣的情形是载体沿天向轴做圆锥运动, 此时导航解算中需要圆锥补偿 [1,2], 否则严重影响导航精度. 对于标准的圆锥运动可以通过旋转矢量方法来描述. 即若机体系的 y 轴向作圆锥运动, 则有 $\boldsymbol{\phi} = [\theta \sin wt, 0, \theta \cos wt]$, $w_{pb}^b = [w\cos(wt)\sin(\theta), -w(1-\cos\theta), -w\sin(wt)\sin(\theta)]^{\mathrm{T}}$. 在竖起情形下, 为了和 Euler 角定义的失准角一致, 我们进行了 Euler 角姿态解算, 但由于偏航角和翻滚角在此姿态下是耦合的, 在原来坐标系下无法进行姿态解算, 进而考虑重新定义机体系, 为了尽量避开姿态角的边界处, 选择机体系满足如下条件:

当姿态角为 $(45°, 45°, 45°)$ 时, 载体正好处在竖起情形, 并且没有偏航角和翻滚角的变化, $C_b^p = C_{b_1}^p C_{b_2}^{b_1} C_b^{b_2}$, 其中 b_1 系与 p 系固联, 而 b_2 系与 b 系固联, b_2 系的 y 轴相对于 b_1 系作圆锥运动. 这样得到

$$C_b^{b_2} = C_p^{b_2} C_b^p = \begin{bmatrix} 0.1464 & -0.5 & 0.8536 \\ -0.5 & 0.7071 & 0.5 \\ -0.8536 & -0.5 & -0.1464 \end{bmatrix}.$$

经过以上坐标系的重新定义后, 当载体竖起后作圆锥运动时, 陀螺和加表感应的载体的运动情形没有变化, 从而惯组的输出仍然是保持不变的, 但是我们需要投影到我们重新定义的机体系中, 即 $C_b^p = C_{b_1}^p C_{b_2}^{b_1} C_b^{b_2}$, 因为

$$w_{pb}^b = C_{b_2}^b w_{b_1 b_2}^{b_2}, \quad \dot{w}_{ib}^b = -[w_{pb}^b\times] C_p^b w_{ip}^p + C_{b_1}^b \dot{w}_{pb_1}^{b_1}, \quad f_{ib}^b = C_p^b(-g^p) + w_{ib}^b \times (w_{ib}^b \times r_p^b) + \dot{w}_{ib}^b \times r_p^b,$$

则由上式知道

$$f_{ib}^b = -C_p^b g^p + ([w_{ib}^b\times]^2 + [\dot{w}_{ib}^b\times]) C_{b_2}^b r_p^{b_2} \quad \Rightarrow f_{ib_2}^{b_2} = -C_p^{b_2} g^p + ([w_{ib_2}^{b_2}\times]^2 + [\dot{w}_{ib_2}^{b_2}\times]) r_p^{b_2}.$$

这和原来表达式是一致的, 从而通过重新定义坐标系并没有改变杆臂估计的情形.

在这种情形下的仿真环境参数设置为: $\boldsymbol{\phi} = [\theta\sin(wt + ph_i), 0, \theta\cos(wt + ph_i)]$, 其中 $\theta = 10°$, $w = 2\pi f$, $f = 1/8$, $ph_i = 2\pi * \mathrm{rand}(1)$. 在这种情形下, 总共切换 2 次, 切换时间 ST 分别为滤波进行 15 s 和 30 s.

4.5 仿真结果

在大俯仰情形下, 分别采用模型 (12) 和模型 (14) 的最小二乘方法估计杆臂, 仿真结果如图 3 所示.

注 7 EPLS 表示将水平失准角扩张为待估参数的最小二乘方法, 即基于模型 (14), LS 表示未将水平失准角作为待估参数的最小二乘方法, 即基于模型 (12), 由图 3 可知扩张参数能够提高杆臂估计精度.

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/112012-436

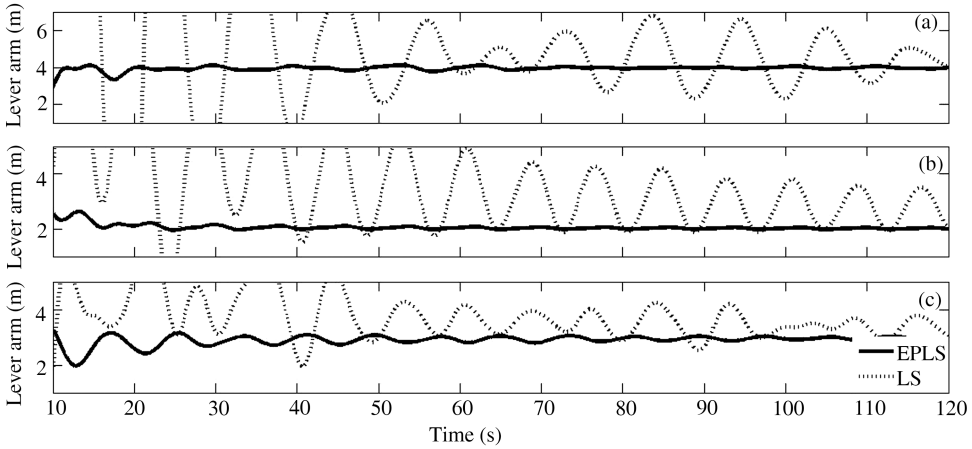


图 3 采用不同模型的杆臂估计对比

Figure 3 Comparisons between estimate of lever arm in different models. (a) The estimate of lever arm in the x direction; (b) the estimate of lever arm in the y direction; (c) the estimate of lever arm in the z direction

表 1 大俯仰情形下仿真 30 次估计的均值和标准差

Table 1 Mean and standard deviation of the estimate with thirty simulations in the large pitch angle situation

Direction	Estimate of lever arm		Estimate error of misalignment angles	
	Mean(m)	S.D.(m)	Mean(∘)	S.D.(∘)
x	4.0001	0.0003	−0.0007	0.0026
y	2.0000	0.0003	−0.0008	0.0019
z	3.0001	0.0003	0.0001	0.0039

表 2 竖起情形下仿真 30 次估计的均值和标准差

Table 2 Mean and standard deviation of the estimate with thirty simulations in the erect situation

Direction	Estimate of lever arm		Estimate error of misalignment angles	
	Mean(m)	S.D.(m)	Mean(°)	S.D.(°)
x	3.9989	0.0001	−0.0005	0.0008
y	2.0001	0.0001	−0.0009	0.0007
z	3.0015	0.0001	0.0001	0.0005

利用第 2 节和第 3 节介绍的模型和方法, 对以上两种情形分别进行惯导系统自对准. 但是为了说明仿真试验的稳定性, 重复仿真实验 30 次, 仿真结果如表 1 所示.

对于竖起情形, 采用第 4.4 小节的处理以及参数设置, 同样进行 30 次仿真, 结果如表 2 所示.

产生的 30 条轨道如图 4 所示.

小结 由仿真结果可知, 在大俯仰角或竖起情形下, 载体存在大初始失准角时, 采用扩张水平失准角为待估参数以及闭环补偿的策略, 能够获得杆臂以及姿态误差的较高精度的估计.

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/112012-436

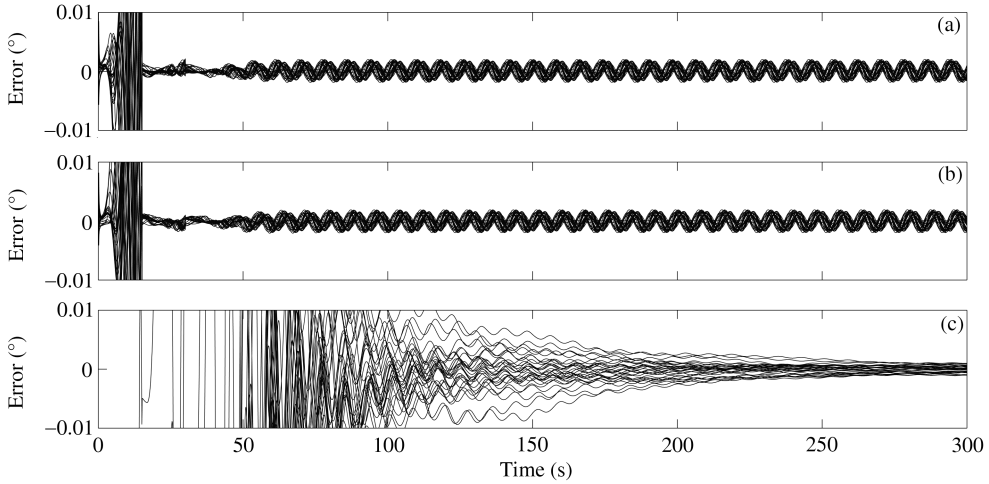


图 4　竖起情形下 30 条失准角估计误差轨道

Figure 4　Thirty trajectories of the estimate error of misalignment angles in the erect situation. (a) The estimation error of misalignment angle in the pitch direction; (b) the estimation error of misalignment angle in the roll direction; (c) the estimation error of misalignment angle in the azimuth direction.

5　结论与展望

本文主要考虑大失准角摇摆基座下的自对准问题, 首先将水平失准角扩张为待估参数, 通过最小二乘方法得到较高精度的杆臂估计, 进而通过杆臂效应原理将动基座对准问题转化为静基座对准问题, 并且针对大失准角的影响, 给出闭环补偿方法减小模型误差, 获得了较好的对准结果, 并通过仿真实验进行了说明.

由于闭环补偿方法中存在切换时间以及初始值选择等问题, 接下来工作需要作进一步的分析.

参考文献

1　Rogers R M. Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems. 2nd ed. Reston: AIAA Education Series, 2003
2　Titterton D, Weston J. Strapdown Inertial Navigation Technology. 2nd ed. Reston: The American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2004
3　Xu X S, Wan D J. Study on the influence of dimension effect on initial alignment of strapdown inertial navigation system and its on-line compensation method. J Chin Inert Technol, 1994, 2: 22–27 [徐晓苏, 万德钧. 杆臂效应对捷联惯性导航系统初始对准精度的影响及其在线补偿方法研究. 中国惯性技术学报, 1994, 2: 22–27]
4　El-Sheimy N, Nassar S, Noureldin A. Wavelet de-noising for IMU alignment. IEEE A & E Syst Mag, 2004, 10: 32–39
5　Ren S C, Lei B Q. Scheme of compensation for acceleration disturbance for platform on swing base. J Northwest Ploytechnical Univ, 1990, 8: 446–452 [任思聪, 雷宝权. 一种在摇摆基座上补偿平台干扰加速度的有效方案. 西北工业大学学报, 1990, 8: 446–452]
6　Liu X X, Xu X S. Estimation and observable degree analysis for the error of lever-arm size in transfer alignment. J Mech Eng, 2009, 45: 247–251 [刘锡祥, 徐晓苏. 传递对准中杆臂长度误差的估计与可观测度分析. 机械工程学报, 2009, 45: 247–251]
7　Chen Z. Strapdown inertial navigation system theory. Beijing: Aerospace Press, 1986 [陈哲. 捷联惯性系统原理. 北京: 宇航出版社, 1986]

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/112012-436

8 Mu Y T, Fang H T. One Alignment method for SINS in vehicular environment. In: Proceedings of the 30th Chinese Control Conference, Yantai, 2011 [牟玉涛, 方海涛. 捷联惯导系统车载环境下的初始对准方法. 见: 第 30 届中国控制会议论文集, 烟台, 2011]
9 Anderson B D O, Moore J B. Optimal Filtering. New Jersey: Prentice Hall, 1979
10 Mu Y T, Fang H T. Lever arm estimation for the strap down inertial navigation system in the swing environment and its applications. In: Proceedings of the 31th Chinese Control Conference, Hefei, 2012 [牟玉涛, 方海涛. 摇晃情形下的捷联惯导系统自对准. 见: 第 31 届中国控制会议, 合肥, 2012]
11 Guo L, Ljung L. Performance analysis of general tracking algorithms. IEEE Trans Automat Control, 1995, 40: 1388–1402
12 Han J Q. From PID to active disturbance rejection control. IEEE Trans Ind Electron, 2009, 56: 900–906
13 Zheng Q, Gao L Q, Gao Z. On estimation of plant dynamics and disturbance from input-output data in real time. In: 16th IEEE International Conference on Control Applications: Part of IEEE Multi-conference on Systems and Control, Singapore, 2007. 1167–1172
14 Yang X X, Huang Y. Capability of extended state observer for estimating uncertainties. In: Proceedings of the 2009 American Control Conference. St Louis: IEEE Press, 2009. 3700–3705
15 Ljung L. System Identification: Theory for the User. 2nd ed. New Jersey: Prentice Hall, 1999
16 Reif K, Gunther S, Yaz E, et al. Stochastic stability of the discrete-time extended Kalman filter. IEEE Trans Automat Control, 1999, 44: 714–728
17 Anderson B D O, Moore J B. Detectability and stabilizability of time varying discrete-time linear systems. IEEE Trans Automat Control, 1981, 19: 20–32

A self-alignment method on large swing situations

MU YuTao & FANG HaiTao*

National Center for Mathematics and Interdisciplinary Sciences, Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190*, China*
*E-mail: htfang@iss.ac.cn

Abstract On the influence of some disturbances such as wind, the large amplitude motion will be caused. In these situations, for the strapdown inertial navigation system, there are the large misalignments in the initial phase, and the errors caused by misalignments can not be directly observed. However, for self-alignment, the information of these errors is very important. Since the system does not move in the swing situation, there exists a shake center whose speed is zero. If the system is a rigid body, then the attitude errors in the shake center are same as that in all of the system, and the self-alignment problem in shake center is same as that in the stationary case. Therefore, we only need to obtain the attitude errors in the shake center. Based on the principle of the lever arm effect, we provide a method to obtain the position of the shake center from the measurements of inertial measurement unit. To estimate the position of shake center, the level attitude errors are estimated at same time to reduce the model uncertainty. We also show that the alignment accuracy can be improved step by step by using the estimated parameters to compensate the system model uncertainty in the large misalignment case. Finally, some simulation results are presented to verify the method given in this paper.

Keywords self-alignment, large misalignment angles, swing base, lever-arm effect, least-square method

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/112012-436



MU YuTao was born in 1985. He is a Ph.D. candidate at the Institute of Systems Science, Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences. He received his B.S. degree in information and computing sciences from Beijing Jiaotong University in 2008. His research interest covers strapdown inertial navigation system alignment and calibration.



FANG HaiTao was born in 1968. He is Professor at the Key Laboratory of Systems and Control, Institute of Systems Science, Chinese Academy of Sciences. He received his B.S. degree in probability and statistics from Peking University in 1990, his M.S. degree in applied mathematics from Tsinghua University in 1993, and his Ph.D. degree from Peking University in 1996, respectively. From 1996 to 1998, he was a postdoctoral fellow at the Institute of Systems Science and joined the institute as an Assistant Professor in 1998. During 1998, 1999, and 2001, he was with Hong Kong University of Science and Technology as a Research Associate. He currently serves as an associate editor of the Acta Mathematicae Applicatae Sinica (2008-present) and Acta Automatica Sinica (2011-present). His research interest covers optimization, identification, and control in stochastic systems and their applications in signal processing and communication.

https://engine.scichina.com/doi/10.1360/112012-436