



论文

基于Surface Evolver模拟的两平行板间液桥剪切力学特性研究

张晟铭¹, 赵伟², 袁建军¹, 宋庆瑞^{1*}

1. 山东科技大学智能装备学院, 泰安 271000;

2. 山东玻纤集团股份有限公司, 临沂 276400

*联系人, E-mail: songqr@sdust.edu.cn

收稿日期: 2024-05-29; 接受日期: 2024-09-23; 网络出版日期: 2024-11-21

国家自然科学基金(编号: 52174145)、山东省自然科学基金(编号: ZR2020KE013)和泰安市科技创新发展项目(编号: 2023GX028)资助

摘要 液桥剪切行为广泛存在于粗糙界面接触、颗粒聚并与合成、微芯片自组装等与力学、化工、环境以及生物相关领域中, 对相关系统和装备的服役性能有重要影响. 本文采用Surface Evolver软件模拟研究了剪切作用下两平行板间受限液桥的液面轮廓和固液界面力的演变, 基于最小能量原则建立了双圆台理论模型, 并将二者进行了比较. 结果表明: 随着液桥剪切位移的增大, 接触角滞后和切向力也线性递增, 而法向力则以二次函数的形式单调递减; 当增大液体体积或减小两平板垂直间距时, 液桥切向力在接触角滞后和颈部半径的综合作用下出现递增趋势, 而法向力的演变规律取决于液面内外压差和表面张力垂直分量的相对大小, 这导致其随两平板间距的增大出现先递增后减小的变化; 双圆台理论模型很好地拟合了液桥力的变化趋势, 但模型对真实液面轮廓进行了简化处理, 导致理论值与模拟值间存在一定的差距, 这个差距可以通过一个无量纲形状系数来弥补, 模型越精准, 形状系数越接近于1.

关键词 液桥, 剪切位移, 接触角滞后, Surface Evolver模拟, 液面轮廓**PACS:** 47.55.nk, 47.55.np, 68.08.Bc

1 引言

液桥一般指在两个或多个固体表面间形成的具有桥状结构的一段液体, 广泛存在于自然界、日常生活和工业生产当中. 海边潮湿沙粒堆聚成形状各异的沙堡、树蛙分泌黏液吸附在植物表面都依赖于液桥黏附作用^[1-3]; 雨天过后, 轮胎-路面间的大量微液桥会直接

影响轮胎摩阻性能与车辆刹车距离, 雨刮器也会由于液桥黏附出现噪音及运动不平稳等现象^[4,5]; 而在工业领域, 湿法造粒和喷雾除尘都是基于液桥黏附实现颗粒团聚^[6-8], 芯片毛细自组装则是利用液桥剪切变形的横向恢复作用^[9,10], 微/纳米通道内的流体输送也常以液桥的形式进行^[11-13]. 因此, 研究液桥力学行为不仅有利于解释一些自然现象, 推进仿生技术发展, 还对

引用格式: 张晟铭, 赵伟, 袁建军, 等. 基于Surface Evolver模拟的两平行板间液桥剪切力学特性研究. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2025, 55: 214711
Zhang S M, Zhao W, Yuan J J, et al. Shear mechanical characterization of a liquid bridge between two parallel plates via Surface Evolver simulation (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2025, 55: 214711, doi: 10.1360/SSPMA-2024-0197

提高相关系统和装备的工作性能具有重要的现实意义.

长期以来, 国内外学者针对拉伸过程中轴对称液桥力学特性开展了大量研究. Haines^[14]和Fisher^[15]最早使用环形近似处理颗粒间液桥的液面轮廓, 基于Young-Laplace方程求解液桥力. 虽然这种环形近似被证实只适用于液体体积和分离距离足够小的情况^[16], 但为后续液桥理论研究提供了坚实基础. Xiao等人^[17]实验考察了液桥力和液面曲率随分离距离的变化, 指出液体体积、分离距离和表面润湿性等因素对液桥力影响显著, 且凹/凸液桥对这些因素的敏感度不同. 刘奉银等人^[18]则采用Surface Evolver模拟系统分析了液桥力与液面轮廓参数的关系, 特别关注了接触线钉扎效应的影响. 然而, 这些研究都是针对液桥的拉伸状态, 实质上液桥的剪切行为在实际工况中也很常见.

区别于拉伸过程中轴对称液桥只在法向上存在作用力, 液桥在剪切作用下会发生明显的滞后变形, 固液界面上同时存在切向力和法向力. Moghadam等人^[19]模拟了纤维表面液桥剪切过程, 发现了切向力与剪切位移间的正相关关系. Tanaka等人^[20]和Mastrangeli等人^[21]基于实验结果进一步表明这种正相关性是线性递增, 并基于表面自由能提出了切向力的近似表达式, 明确了液桥切向刚度. Lee等人^[22]建立了高速剪切纳米液桥的弹簧阻尼模型, 特别强调了由液体分子吸附-脱离主导的切向非黏性阻尼力的重要性. 上述工作有力推进了液桥剪切行为的研究, 但大多只关注界面切向力, 忽略了法向力的演变. Song等人^[23]则聚焦液桥在单次剪切过程中切向和法向力的同步演变规律, 率先揭示了液桥剪切变形对法向力的影响规律, 但仍旧缺乏对分离距离、液体体积等关键参数的系统分析.

为此, 本文针对两平行板间液桥剪切行为, 利用Surface Evolver模拟研究剪切位移、液体体积、分离距离等因素对液桥切向和法向力的影响规律, 基于最小能量原理建立了双圆台理论模型, 并将模拟结果与多种理论模型做对比.

2 仿真模拟与理论模型

2.1 Surface Evolver模拟方法

在表面张力作用下, 液桥总是趋于保持最低界面能量的液面轮廓, 而Surface Evolver (SE)正是用于多

种能量和约束共同影响下的液体表面几何建模的有限元软件^[24]. 通过给定初始条件和边界条件, 液面轮廓会通过迭代运算逐渐向能量最小状态演变, 图1是利用SE建立的两圆形平板间液桥的三维重构模型, 两平行板对称中心在 x 方向上存在剪切位移. 需要注意的是: (1) 上下两平板均为理想的光滑均质表面, 且在剪切过程中以恒定间距保持平行; (2) 液体完全润湿两平板, 平板侧壁上没有液体, 三相接触线始终钉扎在两平板边缘, 因此图1中平板简化为平面(绿色部分).

本研究中液桥高度小于液体毛细长度, 故不计重力^[25], 且剪切过程中液体体积恒定, 表面自由能等于系统总能量. 根据能量最小化原则, 静力学状态下的液桥轮廓总是倾向于向能量更低的状态演变, 本文通过SE软件计算系统能量变化率, 直接得到液桥力^[18,19,26]. 由于只在 x 方向上设置了剪切位移, 所以液桥切向力与 x 方向保持一致, 而法向力则与 z 方向平行.

本研究SE模拟以蒸馏水为研究对象, 上下两圆形平板完全相同, 半径 R 为1 mm, 液桥体积 V 、高度 h 和剪切位移 u 见表1, 其中 u 为图1中两平板对称中心在 x 方向上的相对位移.

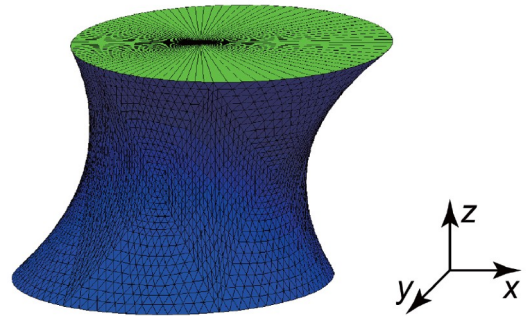


图1 (网络版彩图)剪切作用下两平行板间液桥的三维重构模型

Figure 1 (Color online) Three-dimensional reconstruction model of the liquid bridge between two parallel plates under shear.

表1 SE模拟参数方案

Table 1 Surface Evolver simulation parameter scheme

Number	V (μL)	h (mm)	u (mm)
1	3	1.5	0.1–0.8
2	4	1.5	0.1–0.8
3	5	1.5	0.1–0.8
4	3	1–2	0.4

2.2 液桥力理论模型

一般情况下, 液桥具有旋转轴对称的液面轮廓, 人们可以通过求解Young-Laplace方程获取液面信息, 进而得到液桥力. 然而, 外界施加的剪切物理场作用会导致液面轮廓产生严重的扭曲变形, 轴对称状态被破坏, 难以直接在数学层面上解析液面几何. 因此, Tanaka等人^[20]将液面轮廓简化为倾斜矩形柱, 基于最小能量原则推导了液桥切向力 F_T 的近似表达式

$$F_T = 2\gamma_{LA} \frac{wu}{\sqrt{u^2 + h^2}}, \quad (1)$$

其中, γ_{LA} 为液体表面张力, w 为接触线宽度. Mastrange-li等人^[21]在倾斜圆柱模型基础上, 将液桥切向力近似为

$$F_T = \pi w \gamma_{LA} \frac{u}{2h}. \quad (2)$$

虽然上述两种理论模型为液桥切向力提供了简单表达式, 但二者均未考虑液桥的颈部特征, 且未建立法向力与液面轮廓参数间的定量关系. 对此, 本文利用图2(a)中的双圆台模型近似液桥几何, 半径为 r 的颈部位

$$E = \gamma_{LA} S_{LA} + \gamma_{SL} S_{SL} + \gamma_{SA} S_{SA}, \quad (3)$$

其中, γ_{SL} 和 γ_{SA} 分别是固液和固气界面张力, S_{LA} , S_{SL} 和 S_{SA} 分别是气液、固液和固气接触面积, 且 $S_{SL} = 2\pi R^2$, $S_{SA} = S_S - S_{SL}$, S_S 表示固体面积, $S_{LA} = 2(S_1 - S_2)$, S_1 和 S_2 分别是底面半径为 R 和 r 的斜圆锥侧面积, 如图2(b)所示. 采用微积分分析 S_1 , 三角形面积微元 dA 计算为

$$dA = \frac{H(Rd\alpha)}{2}, \quad (4)$$

其中, $d\alpha$ 是底面上的角度微元, H 是三角形微元的高. 定义坐标原点 O 与圆锥顶点间的向量为 $\mathbf{v}$, $\mathbf{v} = (u_1, 0, h_1)$, 原点 O 与底面边缘上一点间的向量为 $\mathbf{p}$, $\mathbf{p} = (R\cos\alpha, R\sin\alpha, 0)$, $\mathbf{v} - \mathbf{p}$ 对应三角形微元的一个边, $\mathbf{p}$ 的单位切向量为 $\mathbf{t}$, $\mathbf{t} = (-\sin\alpha, \cos\alpha, 0)$, 则 H 可以表示为

$$H = \|\mathbf{v} - \mathbf{p}\| \sqrt{1 - \left(\frac{(\mathbf{v} - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{t}}{\|\mathbf{v} - \mathbf{p}\| \cdot \|\mathbf{t}\|} \right)^2}. \quad (5)$$

将向量 $\mathbf{v}$, $\mathbf{p}$ 和 $\mathbf{t}$ 代入式(5), 可以得到

$$H = \sqrt{(R - u_1 \cos\alpha)^2 + h_1^2}. \quad (6)$$

结合式(4)和(6), S_1 可以计算为

$$\begin{aligned} S_1 &= \int_0^{2\pi} \frac{R \sqrt{(R - u_1 \cos\alpha)^2 + h_1^2}}{2} d\alpha \\ &= \frac{Rh_1}{2} \int_0^{2\pi} \sqrt{\left(\frac{R - u_1 \cos\alpha}{h_1} \right)^2 + 1} d\alpha. \end{aligned} \quad (7)$$

令 $x = \left(\frac{R - u_1 \cos\alpha}{h_1} \right)^2$, 式(7)可以写为

$$S_1 = \frac{Rh_1}{2} \int_0^{2\pi} \sqrt{x + 1} d\alpha. \quad (8)$$

根据泰勒展开式可得 $\sqrt{x + 1} \approx 1 + \frac{x}{2}$, 因此式(8)可以简化为

$$\begin{aligned} S_1 &\approx \frac{Rh_1}{2} \int_0^{2\pi} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R - u_1 \cos\alpha}{h_1} \right)^2 \right] d\alpha \\ &\approx \frac{\pi R (4h_1^2 + 2R^2 + u_1^2)}{4h_1}. \end{aligned} \quad (9)$$

同理, S_2 可以表示为

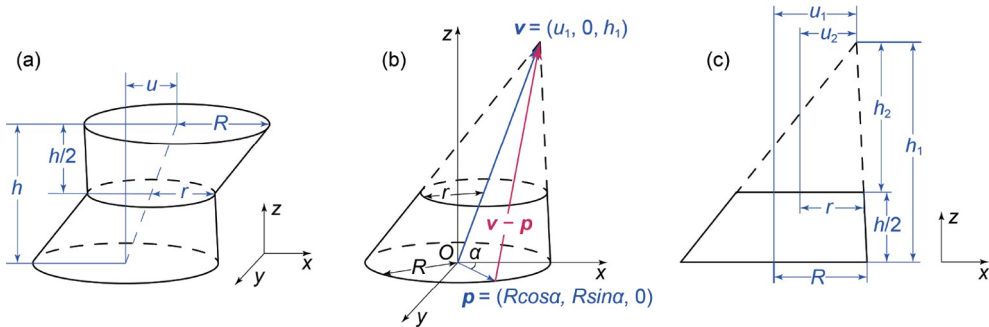


图 2 (网络版彩图) (a) 双圆台模型; (b) 斜圆台三维图; (c) 斜圆台在 xz 平面的二维投影

Figure 2 (Color online) (a) Dual truncated cone model; (b) 3D image of the oblique truncated cone; (c) 2D projection of the oblique truncated cone on the xz plane.

$$S_2 \approx \frac{\pi r(4h_2^2 + 2r^2 + u_2^2)}{4h_2}, \quad (10)$$

其中, h_2 是底面半径为 r 的斜圆锥的高, u_2 是其顶点相对底面中心的偏移量(x 方向), 如图2(c)所示. 不难看出, $h_2/h_1 = u_2/u_1 = r/R$, $h_1 - h_2 = h/2$, $u_1 - u_2 = u/2$, 因此, 可以得到以下关系:

$$\begin{cases} h_1 = \frac{Rh}{2(R-r)}, \\ h_2 = \frac{rh}{2(R-r)}, \\ u_1 = \frac{Ru}{2(R-r)}, \\ u_2 = \frac{ru}{2(R-r)}. \end{cases} \quad (11)$$

根据最小能量原理求解液桥切向力 F_T :

$$F_T = -\frac{\partial E}{\partial u} = -\gamma_{LA} \frac{\partial S_{LA}}{\partial u} = -2\gamma_{LA} \frac{\partial (S_1 - S_2)}{\partial u}. \quad (12)$$

将式(9)–(11)代入式(12)可得

$$F_T = -\pi(R+r)\gamma_{LA} \frac{u}{2h}. \quad (13)$$

同理, 液桥法向力 F_N 可以表示为

$$F_N = -\frac{\partial E}{\partial h} = -\left(\gamma_{LA} \frac{\partial S_{LA}}{\partial h} + \gamma_{SL} \frac{\partial S_{SL}}{\partial h} + \gamma_{SA} \frac{\partial S_{SA}}{\partial h}\right). \quad (14)$$

区别于式(12), 式(14)中的 S_{SL} 和 S_{SA} 是关于 R 的函数, 且 R , r 均与 h 相关, 因此 S_{SL} 和 S_{SA} 关于 h 的偏导不是 0. 由于液体体积 V 是常量, 所以 $\partial V / \partial h = 0$, 易得以下关系:

$$\begin{cases} \frac{\partial R}{\partial h} = -\frac{r^2}{h(R+r)}, \\ \frac{\partial r}{\partial h} = -\frac{R^2}{h(R+r)}. \end{cases} \quad (15)$$

结合式(9)–(11), (14), (15) 和杨氏方程, 可以得到 F_N 的表达式为

$$\begin{cases} F_N = F_{N0} + F_{Nu}, \\ F_{N0} = -2\pi\gamma_{LA} \left(\frac{4Rr^2(R-r)}{h(R+r)\sqrt{h^2 + 4(R-r)^2}} + \frac{2Rr^3 - 4R^2r^2 + (Rh^2 + 2R^3)r}{h^2(R+r)} \right), \\ F_{Nu} = -2\pi\gamma_{LA} \frac{R^3 - r^3}{4h^2(r^2 - R^2)} u^2, \end{cases} \quad (16)$$

其中, F_{N0} 对应剪切位移 $u=0$ mm 时的法向力, F_{Nu} 反映了 u 对法向力的影响程度. 当 $R=r$ 时, 式(16)不再适用, 此时可以基于倾斜圆柱模型求解法向力. 实际工况中 R 与 r 相等的情况很少, 大多数液桥可以通过式(16)进行理论计算. 此外, 式(13)和(16)的计算结果一般为负值, 这对应能量函数 E 的负梯度方向, 为便于与 SE 模拟结果对比, 根据式(13)和(16)得到的 F_T 和 F_N 在下文中取正值.

3 结果与讨论

3.1 剪切作用下液面轮廓的演变

在给定液桥高度(1.5 mm)、接触线宽度(2 mm)和液体体积(3, 4, 5 μ L)条件下, 模拟液面轮廓和固液界面力随剪切位移而演变. 图3(a)展示了液体体积为 3 μ L 时, 不同剪切位移条件下的液面几何. 可以看出, 由于在模拟过程中我们限制接触线始终钉扎在平板边缘, 所以固液接触尺寸保持恒定. 但随着剪切位移增大, 液桥接触角在钉扎作用下出现明显的滞后行为, 左侧接触角 θ_l 逐渐减小, 右侧接触角 θ_r 逐渐增大, 即滞后角 $(\theta_r - \theta_l)$ 与滞后系数 $(\cos\theta_l - \cos\theta_r)$ 逐渐增大. 如图3(b)所示, 随着液桥横截面与底面间的距离 z 增大, 圆形截面的半径先减小后增大, 在液桥颈部达到了最小值, 且截面轮廓关于颈部位置上下对称, 这也证明了本文双圆台模型的合理性.

为了定量描述接触角变化, 参考 Promraksa 和 Chen^[27] 的方法获得接触角 θ_l 和 θ_r . 图4为不同体积液桥滞后角 $(\theta_r - \theta_l)$ 与滞后系数 $(\cos\theta_l - \cos\theta_r)$ 分别随剪切位移的变化曲线, 且 $(\theta_r - \theta_l)$ 与 $(\cos\theta_l - \cos\theta_r)$ 均与剪切位移间存在线性正相关性, 拟合决定系数 R^2 均优于 0.993. 线性拟合表达式的截距均在 0 左右, 这也对应了当剪切位移为 0 时, 液桥左右两侧接触角相等的事实.

3.2 剪切作用下液桥切向力的变化规律

图5为不同剪切位移下液桥切向力的 SE 模拟结果. 切向力随剪切位移单调递增, 且二者可以使用线性函数很好地拟合, $R^2 > 0.996$. 结合式(1), (2) 和图4(d) 可以得出结论, 随剪切位移线性递增的接触角滞后导致了切向力单调增大, 这也与 Tanaka 等人^[20] 的实验结果相一致. 值得注意的是, 准静态条件下的液桥剪切行为可以视为弹性系统, 固液界面切向力 F_T 与剪切位移 u

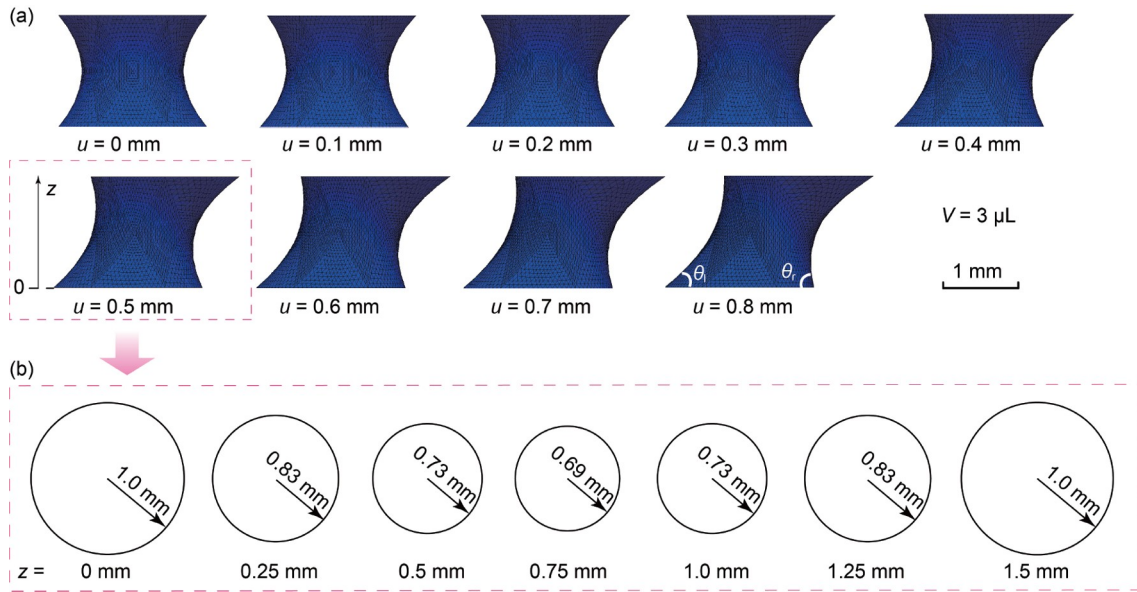


图 3 (网络版彩图) (a) 不同剪切位移条件下的液面轮廓; (b) $u=0.5$ mm 时的横截面轮廓

Figure 3 (Color online) (a) Meniscus contours at different shear displacements; (b) cross-sectional contour at $u=0.5$ mm.

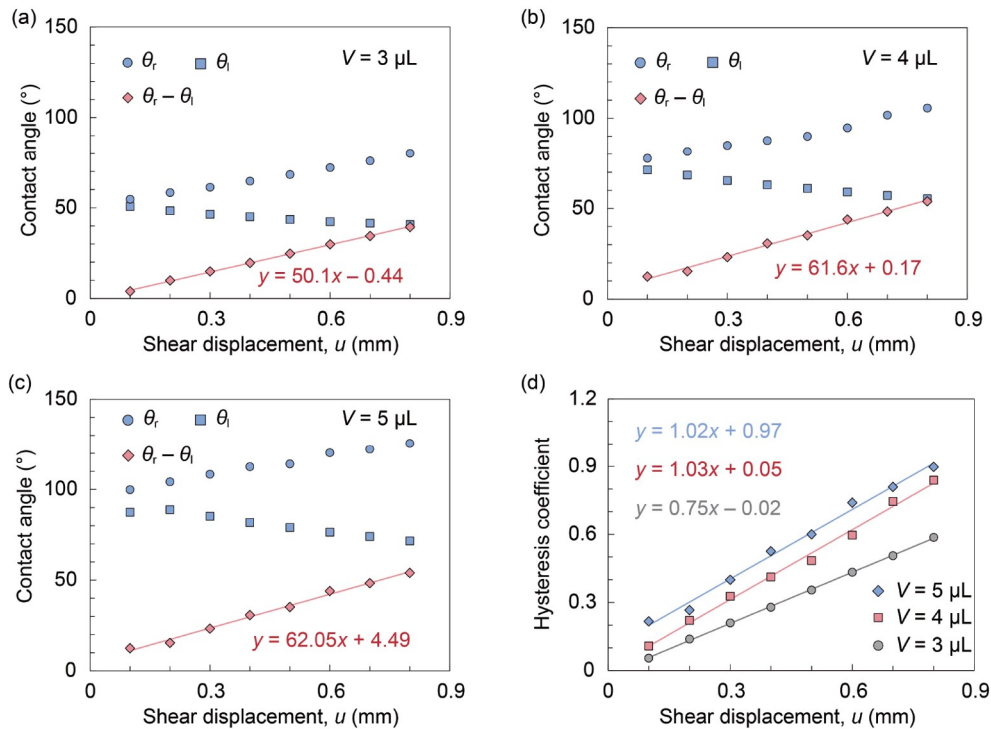


图 4 (网络版彩图) (a)–(c) 接触角和(d) 滞后系数随剪切位移的变化

Figure 4 (Color online) Evolution of (a)–(c) contact angle and (d) hysteresis coefficient with shear displacement.

间的线性拟合斜率为液桥刚度, 表示液桥受到外力作用时抵抗切向变形的能力。结果显示液体体积越大, 切向力的增幅和变化速率越显著, 即切向刚度越大。

其中, 体积 $5 \mu\text{L}$ 的液桥切向刚度达到了 0.13 N/m 。

式(1), (2)和(13)均反映了液面轮廓参数与液桥切向力间的量化联系, 为进一步比较不同理论模型的可

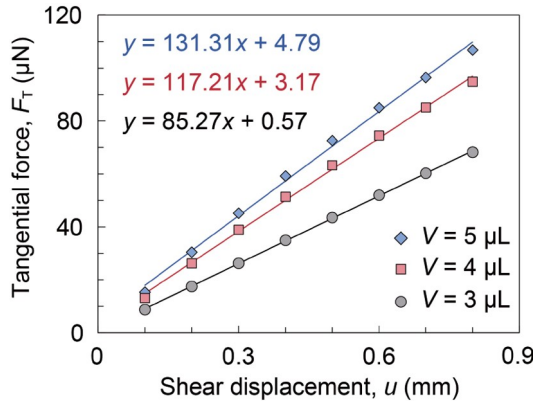


图 5 (网络版彩图)液桥切向力随剪切位移的演变

Figure 5 (Color online) Evolution of liquid bridge tangential force with shear displacement.

信度,我们在图6(a)中绘制了液桥切向力的理论值与SE模拟结果,其中液体体积为3 μL ,高度为1.5 mm.可以看出,无论是理论值还是模拟值,切向力都与剪切位移线性正相关.然而,三个理论模型得到的切向力计算结果都明显大于SE模拟结果,基于双圆台模型的计算值最接近模拟值,即式(13).这种差异性是由于模型对液桥轮廓进行了大幅简化处理,双圆台模型的优势在于额外考虑了液桥颈部收缩特性.可以用SE模拟与理论模型的比值量化比较二者的差距,这个无量纲比值也被称为形状系数,该系数越接近1,表明理论结果越接近真实值.图6(b)展示了不同模型的切向力形状系数 k_T ,倾斜矩形柱模型的 k_T 均值为 0.477 ± 0.017 ,倾斜圆柱模型的 k_T 均值为 0.576 ± 0.005 ,双圆台模型的 k_T 均值为 0.684 ± 0.004 .实际上,不同液桥的 k_T 会有显著差距,如

当液体体积 $V=5 \mu\text{L}$ 时,液面轮廓更为接近圆柱,此时倾斜圆柱模型和双圆台模型的 k_T 均介于0.9–1之间,但倾斜矩形柱模型的 k_T 为 0.796 ± 0.004 ,这是因为它将液桥横截面简化为了矩形,与真实横截面轮廓相差较大.

3.3 剪切作用下液桥法向力的变化规律

图7(a)展示了液桥剪切过程中法向力的SE模拟结果,这里的正值表示液桥对固体表面是吸引力作用.对于固定液体体积的液桥,其法向力随着剪切位移的增大呈现出递减趋势,且通过二次函数可以很好地拟合二者的负相关关系, R^2 大于0.999. 进一步分析拟合曲线可以发现,曲线的对称轴均在 $u=0 \text{ mm}$ 附近,对应最大法向力,其截距正是轴对称液桥的法向力,也就是相同条件下轴对称液桥的法向力总是大于非轴对称液桥.实际上,以上拟合曲线的分析与双圆台模型完全吻合,式(16)给出了法向力与剪切位移的二次函数关系,且对称轴对应 $u=0 \text{ mm}$.图7(b)以体积为3 μL 的液桥为例,比较双圆台模型与SE模拟结果间的差距.尽管二者在数值上相差约13 μN ,相对误差为5%,但二者随剪切位移的变化规律完全相同.类似地,定义法向力模拟结果与理论结果的比值为形状系数 k_N ,统计发现,图7(b)对应的 k_N 均值为 0.949 ± 0.014 .对于体积为4和5 μL 的液桥, k_N 均值分别达到了 0.923 ± 0.003 和 1.115 ± 0.004 ,因此双圆台模型可以较好地预测液桥法向力.

3.4 液体体积与液桥力的关系

纵向分析图5和图7(a)中的模拟结果,可以发现相

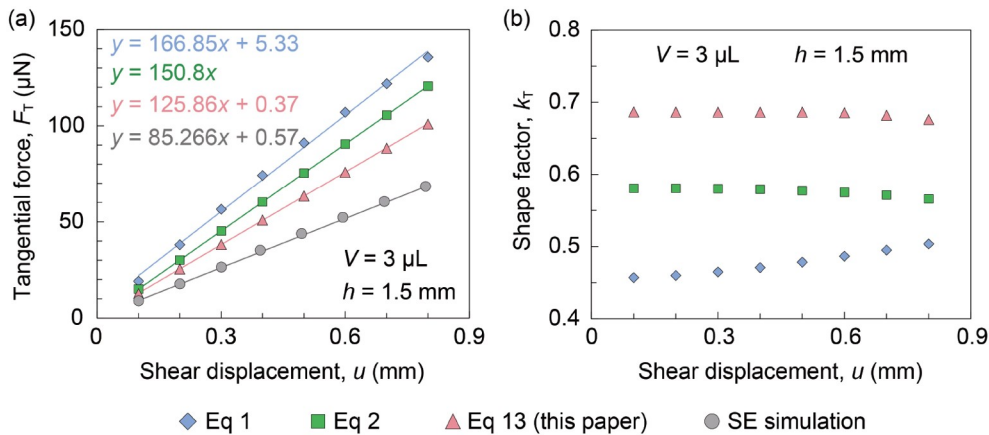


图 6 (网络版彩图) (a) 切向力模拟值、理论值和(b) 形状系数随剪切位移的演变

Figure 6 (Color online) Evolution of (a) simulated, theoretical values and (b) shape factors of tangential force with shear displacement.

同剪切变形条件下, 液体体积对液面轮廓和固液界面力具有显著影响. 图8(a)以4个剪切位移为例, 定量比较了不同体积液桥的切向力差异. 结果表明液体体积与液桥切向力之间存在显著的正相关关系. 进一步, 我们统计了液面轮廓信息, 发现尽管不同体积液桥的接触线宽度始终为2 mm, 但其颈部半径 r 和接触角滞后系数($\cos\theta_i - \cos\theta_r$)随液体体积呈现出单调递增趋势,

这导致了切向力的单调递增, 如图8(b)所示. 此外, 定义液桥在 $u=0$ mm时的初始接触角为 θ , 结果表明随着液体体积由3 μL 增加至5 μL , θ 由51.94°线性递增至96.16°, 这是因为在模拟过程中接触线半径和液桥高度保持恒定, 增加液体体积会导致液面由“内凹”逐渐转变为“外凸”. 当以 θ 作为自变量时, 滞后系数、切向力分别与 θ 之间存在一种正相关关系, 如图8(c)所示.

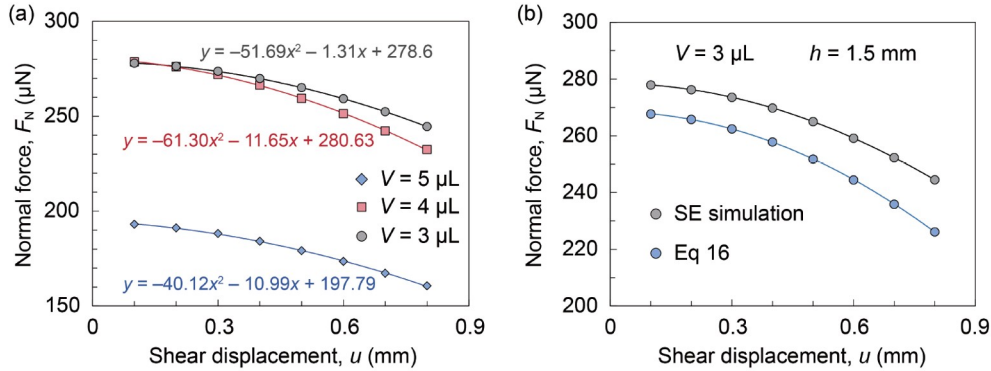


图 7 (网络版彩图) (a) 液桥法向力随剪切位移的演变; (b) 法向力理论值和模拟值的比较

Figure 7 (Color online) (a) Evolution of the liquid bridge normal force with shear displacement; (b) comparison of the theoretical and simulated values for the normal force.

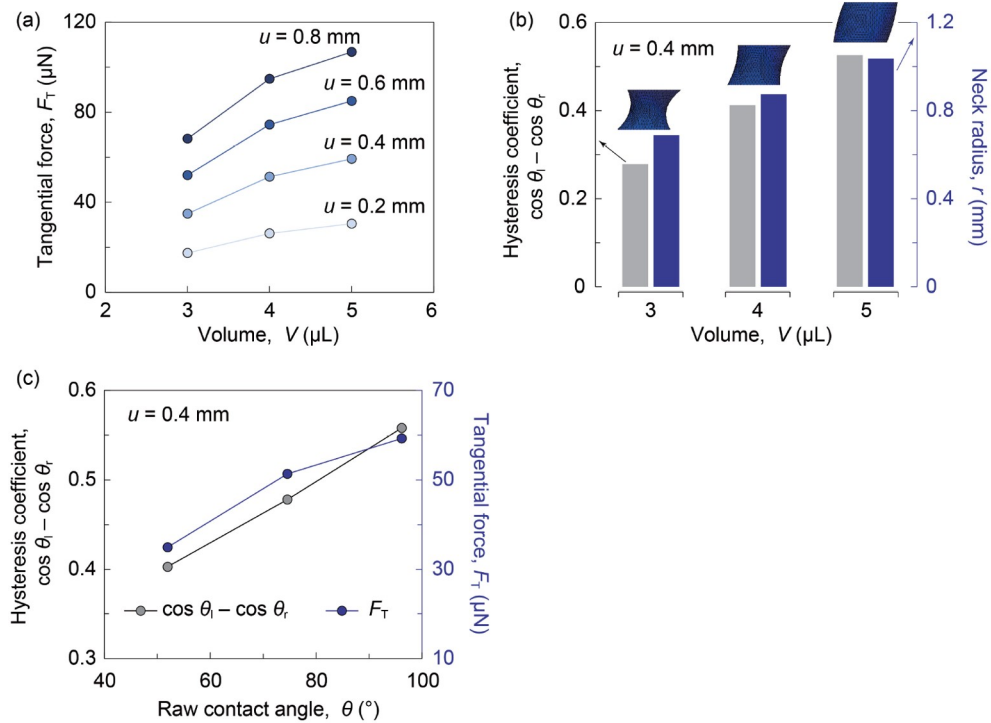


图 8 (网络版彩图) (a) 液桥切向力、(b) 滞后系数和颈部半径随液体体积的变化; (c) 不同初始接触角下的滞后系数和切向力

Figure 8 (Color online) Evolution of (a) liquid bridge tangential force, (b) hysteresis coefficient and neck radius with liquid volume; (c) hysteresis coefficient and tangential force at different raw contact angles.

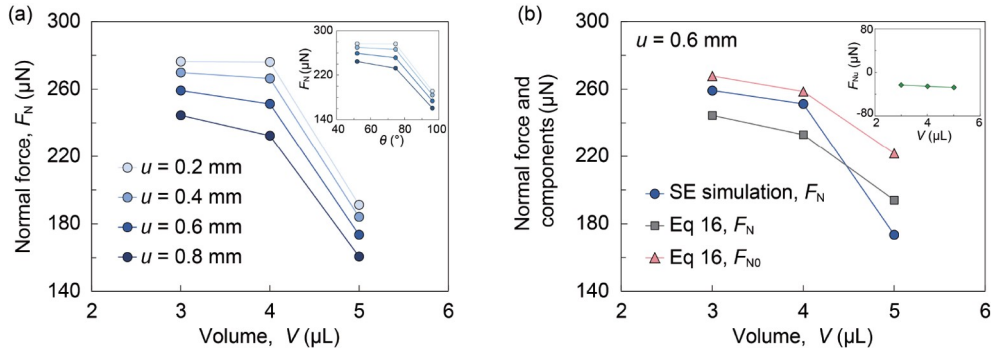


图 9 (网络版彩图) (a) 法向力随液体体积和接触角(插图)的变化; (b) 法向力及其分量随液体体积的变化, 插图表示分量 F_{Nu}
Figure 9 (Color online) (a) Evolution of normal force with liquid volume and contact angle (inset); (b) evolution of normal force and components with liquid volume. The inset represents component F_{Nu} .

也就是说, 对于剪切变形程度相同的液桥, 其初始接触角越大, 固液界面切向黏附效应越强.

图9(a)为不同体积液桥法向力的模拟结果均值, 随着液体体积增大, 法向力逐渐降低, 并且降低的速率逐渐加快. 如图9(a)插图所示, 法向力与初始接触角之间也呈现出类似的负相关性, 这可以简单理解为表面越亲水, 固液界面法向黏附效应越强. 进一步, 以 $u = 0.6$ mm 为例, 对比模拟值与基于式(16)得到的理论值, 结果在图9(b). 二者随液体体积的变化规律基本一致, 且3, 4和5 μL 的形状系数 k_N 分别为1.06, 1.08和0.90, 这也再次证明了双圆台模型的有效性. 分析式(16)的两个分量: F_{Nu} 和 F_{N0} , 可以发现在剪切位移不变的条件下, F_{Nu} 对体积变化不敏感, $F_{Nu} = -25.58 \pm 2.23 \mu\text{N}$, 而 F_{N0} 出现了与 F_N 相同的变化规律, 且变化幅度也基本吻合, 这说明了液体体积对法向力的影响是由于分量 F_{N0} 的变化.

实际上, 式(16)中分量 F_{N0} 反映了 $u=0$ mm时轴对称液桥的法向力 F_N^* . 大量研究表明 F_N^* 包括毛细压差力 F_P 和表面张力分量 F_S 两部分, 通常表示为

$$F_N^* = F_P + F_S = -\pi R^2 \Delta P + 2\pi R \gamma_{LA} \sin \theta, \quad (17)$$

其中, R 和 θ 分别为固液接触半径和接触角, ΔP 为气液界面内外压差. 在此基础上, 我们利用MATLAB软件拟合分析了轴对称液桥的液面轮廓, 结合式(17)分别求解了 F_P 和 F_S , 如图10所示. 模拟过程中液桥子午剖面的平均曲率始终为负值, 这意味着液面内外压差对上下固体表面施加了一种排斥力, 即 $F_P < 0$, 而 F_S 则表现为吸引力, 且随着液体体积增加, F_P 和 F_S 的作用都逐渐增强. 但 F_P 的变化幅度始终大于 F_S , 导致液桥法

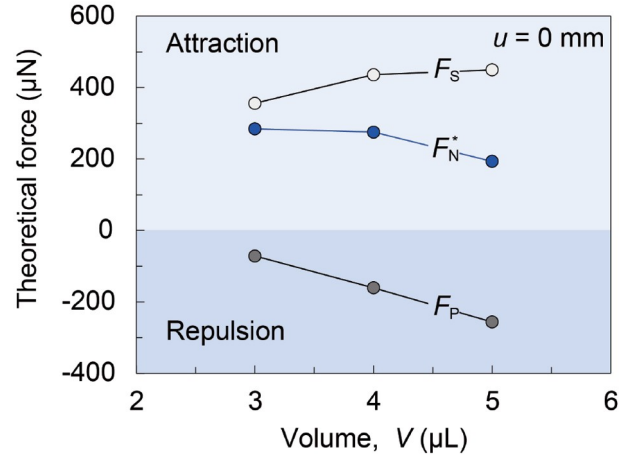


图 10 (网络版彩图)轴对称液桥法向力理论值随液体体积的变化

Figure 10 (Color online) Evolution of the theoretical normal force with liquid volume when the liquid bridge is axisymmetric.

向力 F_N^* 整体上呈现出随体积递减的趋势, 这与刘奉银等人^[18]的结果相同.

3.5 不同分离距离液桥的力学特性

为了揭示两平行板分离距离对液面轮廓和液桥力的影响, 固定液桥体积 $V=3 \mu\text{L}$, 剪切位移 $u=0.4$ mm, 依次分析液桥高度 $h=1-2$ mm的SE模拟结果. 图11(a)表明滞后系数、颈部半径和初始接触角均随液桥高度的增加而递减, 这是因为液体体积固定, 钉扎在两平板边缘的三相接触线也始终未发生移动, 为保证液桥表面积趋向于最小状态, 其接触角和液面宽度做出了适应性缩小. 进一步, 前面的结果已经表明液桥切向力分别与接触角滞后、颈部半径线性正相关. 因此, 随液

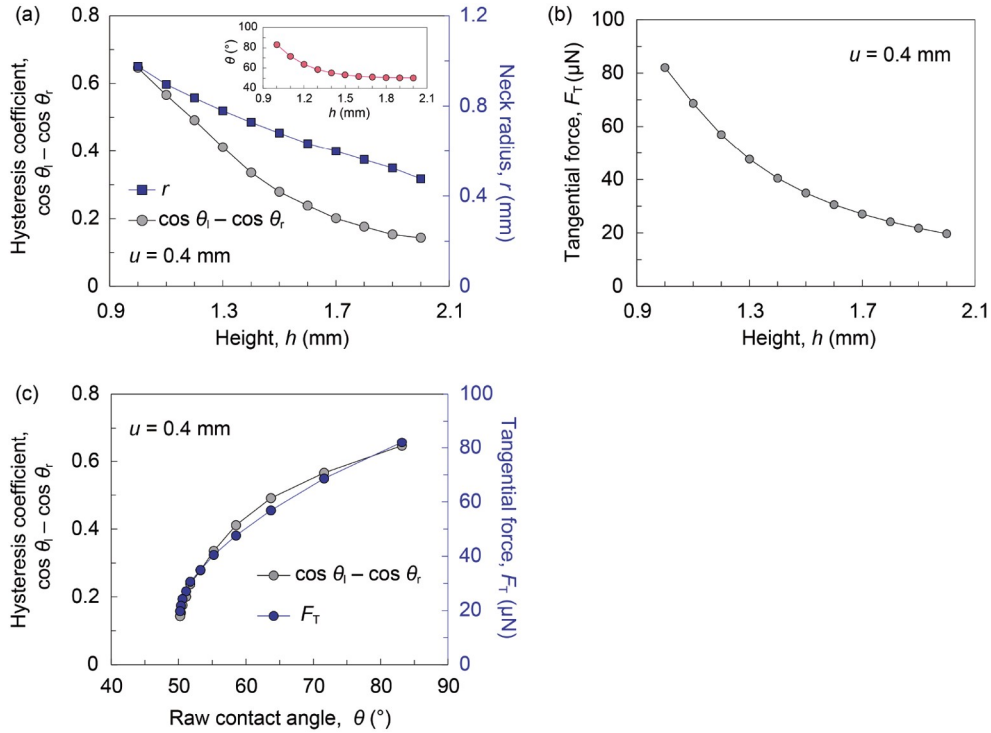


图 11 (网络版彩图) (a) 滞后系数、颈部半径、初始接触角(插图)以及(b) 切向力随液桥高度的变化; (c) 不同初始接触角下的滞后系数和切向力

Figure 11 (Color online) Evolution of (a) hysteresis coefficient, neck radius, raw contact angle (inset) and (b) tangential force with liquid bridge height; (c) hysteresis coefficient and tangential force at different raw contact angles.

桥高度递减的滞后系数和颈部半径共同导致了切向力的下降, 而且下降速率逐渐减小, 如图11(b)所示. 此外, 将初始接触角作为横坐标, 发现滞后系数、切向力均随接触角的增大而递增, 这种趋势与图8(c)一致, 且图11(c)显示递增速率逐渐降低.

在改变两平板垂直间距的过程中, 液桥法向力的模拟结果同样出现了明显变化. 如图12(a)所示, 随着液桥高度增加, 法向力出现了先增加后降低的有趣趋势, 最大达到了314 μN, 对应液桥高度 $h=1.2$ mm. 为解释这种演变规律, 我们基于式(16)和SE模拟输出的液面轮廓参数计算了界面法向力, 计算值与模拟结果的变化趋势保持一致, 平均相对误差小于7%, 形状系数 k_N 介于0.94–1.14之间. 当把法向力分解为 F_{Nu} 和 F_{N0} 时, 结果表明随着液桥高度由1 mm增加至2 mm, F_{Nu} 由 -27.12 μN单调变化至 -5.28 μN, 变化率呈现出递减趋势, 这说明分离距离越小, 液桥法向力对剪切位移越敏感. 同时, 我们统计发现每单位高度变化量对 F_{N0} 的平均影响约是 F_{Nu} 的12倍, 且 F_{N0} 随液桥高度的演变规律与 F_N 基本相同. 由于 F_{N0} 对应剪切位移为0, 因此可以

利用式(17)计算轴对称液桥在不同分离距离条件下的毛细压差 F_p 、表面张力分量 F_s 和法向力 F_N^* , 如图12(b)所示. 负的子午剖面平均曲率导致 F_p 始终对两平板起到排斥作用, 且 F_p 也出现了与法向力相同的变化趋势, 先递增后递减, 在 $h=1.2$ – 1.3 mm处达到最大值. F_s 与液桥高度间的负相关性则是因为接触角随液桥高度的增加而递减. 因此, 可以得出结论: 液桥法向力的变化趋势是由于液面内外压差和表面张力的综合作用, 且液面内外压差占据主导地位.

4 结论

(1) 当两平行板间存在剪切位移时, 液桥的轴对称状态被破坏. 在接触角滞后作用下, 液桥切向力与剪切位移线性正相关, 法向力与剪切位移间存在类二次函数相关性. 剪切位移为0处, 法向力达到一个极大值.

(2) 液体体积和两平行板间距显著影响液面轮廓和液桥力. 接触角滞后系数和液桥颈部半径均会随着液体体积的增加或分离距离的减小而增大, 进而共同

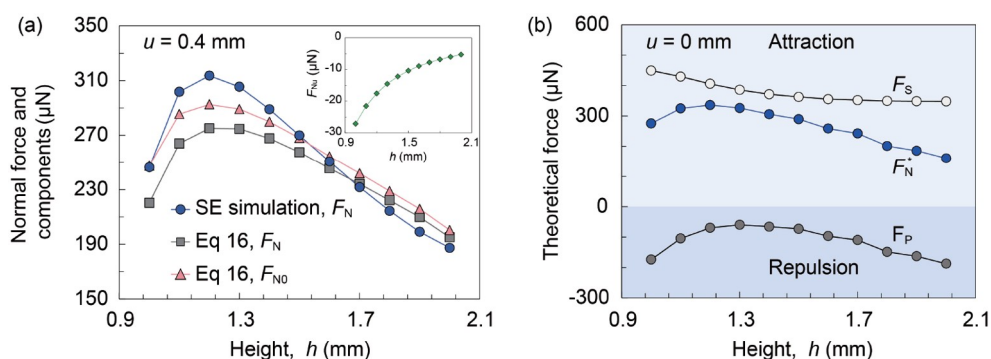


图 12 (网络版彩图) (a) 法向力及其分量随液桥高度的变化, 插图表示分量 F_{N0} . (b) 轴对称液桥法向力理论值与液桥高度的关系

Figure 12 (Color online) (a) Evolution of the normal force and components with the liquid bridge height. The inset represents component F_{N0} . (b) Theoretical values of the normal force versus the liquid bridge height when the bridge is axisymmetric.

导致液桥切向力的递增, 且切向力与初始接触角间存在一种正相关关系. 对于液桥法向力, 它随液体体积的增加而减小, 随分离距离的增加呈现出先增大而后减小的趋势. 结合理论模型发现法向力的变化规律是液面内外压差和表面张力分量的共同作用, 且液面内外压差占据主导地位.

(3) 由不同理论模型得到的切向力计算值与SE模拟结果保持相同的变化趋势, 但两者在数值上仍有差

距, 这是因为理论模型对液面轮廓进行了简化处理, 可以利用形状系数来量化反映其简化程度. 形状系数越接近于1, 模型越接近真实液面, 计算值与模拟结果间的差距也就越小. 研究表明本文提出的双圆台模型计算值最接近模拟值. 此外, 双圆台模型同样可以很好地预测液桥法向力, 这为研究液桥黏附如何影响接触界面摩擦、受限空间微量流体流动等奠定了一定的理论基础.

参考文献

- Meng F, Liu Q, Shi Z, et al. Tree frog-inspired structured hydrogel adhesive with regulated liquid. *Adv Mater Inter*, 2021, 8: 2100528
- Shiratori T, Sakamoto J, Kanazawa Y, et al. Micro-adhesive structure inspired by tree frog toe pads fabricated by femtosecond laser processing of PVA sponge. *Appl Phys Lett*, 2023, 123: 041603
- Wei Z, He M F, Zhao W B, et al. Thermodynamic analysis of liquid bridge for fixed volume in atomic force microscope. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2013, 56: 1962–1969
- Gao T Y, Zhang K S, Ye J X, et al. Effect of interface wettability and roughness on sliding friction behavior of PDMS (in Chinese). *Tribology*, 2023, 43: 750–757 [高天燕, 张开森, 叶家鑫, 等. 界面润湿性和粗糙度对橡胶滑动摩擦行为的影响. *摩擦学学报*, 2023, 43: 750–757]
- Gennes P-G, Brochard-Wyart F, Quere D. *Capillarity and Wetting Phenomena: Drops, Bubbles, Pearls, Waves*. New York: Springer, 2004
- Qi C, Yang X, Yao J, et al. Effect of charged spray evaporation of desulfurization wastewater on fine particle removal efficiency of electrostatic precipitator. *Process Saf Environ Protect*, 2023, 179: 99–107
- Zhou Y, Shi Q, Huang Z, et al. Particle agglomeration and control of gas-solid fluidized bed reactor with liquid bridge and solid bridge coupling actions. *Chem Eng J*, 2017, 330: 840–851
- Zhang Z, Zhang S. A method for humidifying fine particles of coking coal: Agglomeration characteristics and dust dynamics analysis. *Powder Tech*, 2021, 394: 1039–1049
- Wang Z J. Research on Self-assembly Technology of Microchips Based on Surface Tension (in Chinese). Dissertation for Master Degree. Xi'an: Shaanxi University of Science & Technology, 2019 [王政杰. 基于表面张力的微芯片自组装技术的研究. 硕士学位论文. 西安: 陕西科技大学, 2019]
- Feng J, Qiu Y, Gao H, et al. Crystal self-assembly under confinement: Bridging nanomaterials to integrated devices. *Acc Chem Res*, 2024, 57: 222–233

- 11 Wang F C, Qian J H, Fan J C, et al. Molecular transport under extreme confinement. [Sci China-Phys Mech Astron](#), 2022, 65: 264601
- 12 Wu L, Guo Z, Liu W. Surface behaviors of droplet manipulation in microfluidics devices. [Adv Colloid Interface Sci](#), 2022, 308: 102770
- 13 Mortazavi B, Zinatizadeh A A. Advancements in nanofluidics: Unveiling the dynamics of nanoconfined water and its implications for emerging technologies. [Sci China-Phys Mech Astron](#), 2024, 67: 104731
- 14 Haines W B. Studies in the physical properties of soils: II. A note on the cohesion developed by capillary forces in an ideal soil. [J Agric Sci](#), 1925, 15: 529–535
- 15 Fisher R A. On the capillary forces in an ideal soil; correction of formulae given by W. B. Haines. [J Agric Sci](#), 1926, 16: 492–505
- 16 Lian G, Seville J. The capillary bridge between two spheres: New closed-form equations in a two century old problem. [Adv Colloid Interface Sci](#), 2016, 227: 53–62
- 17 Xiao F, Jing J, Kuang S, et al. Capillary forces on wet particles with a liquid bridge transition from convex to concave. [Powder Tech](#), 2020, 363: 59–73
- 18 Liu F Y, Jiang J X, Li D D. Study on the evolution of liquid bridge force between flaky particles (in Chinese). [Chin J Theor Appl Mech](#), 2022, 54: 1660–1668 [刘奉银, 姜景希, 李栋栋. 片状颗粒间液桥力变化规律的计算研究. [力学学报](#), 2022, 54: 1660–1668]
- 19 Moghadam A, Tafreshi H V. On liquid bridge adhesion to fibrous surfaces under normal and shear forces. [Colloids Surfs A-Physicochem Eng Aspects](#), 2020, 589: 124473
- 20 Tanaka K, Iwamoto K. Effective shear displacement on lateral adhesion force of a liquid bridge between separated plates. [Tribol Lett](#), 2016, 64: 9
- 21 Mastrangeli M, Valsamis J B, van Hoof C, et al. Lateral capillary forces of cylindrical fluid menisci: A comprehensive quasi-static study. [J Micromech Microeng](#), 2010, 20: 075041
- 22 Lee M, Kim B, Kim J, et al. Noncontact friction via capillary shear interaction at nanoscale. [Nat Commun](#), 2015, 6: 7359
- 23 Song Q, Liu K, Sun W, et al. Lateral and normal capillary force evolution of a reciprocating liquid bridge. [Langmuir](#), 2021, 37: 11737–11749
- 24 Brakke K A. The surface evolver. [Exp Math](#), 1992, 1: 141–165
- 25 Butt H J, Kappl M. Normal capillary forces. [Adv Colloid Interface Sci](#), 2009, 146: 48–60
- 26 Wang J P, Gallo E, François B, et al. Capillary force and rupture of funicular liquid bridges between three spherical bodies. [Powder Tech](#), 2017, 305: 89–98
- 27 Promraksa A, Chen L J. Modeling contact angle hysteresis of a liquid droplet sitting on a cosine wave-like pattern surface. [J Colloid Interface Sci](#), 2012, 384: 172–181

Shear mechanical characterization of a liquid bridge between two parallel plates via Surface Evolver simulation

ZHANG ShengMing¹, ZHAO Wei², YUAN JianJun¹ & SONG QingRui^{1*}

¹ College of Intelligent Equipment, Shandong University of Science and Technology, Tai'an 271000, China;

² Shandong Fiberglass Group Co., Ltd., Linyi 276400, China

*Corresponding author (email: songqr@sdust.edu.cn)

Liquid bridge shear behavior is widely present in rough interface contact, particle aggregation and synthesis, microchip self-assembly and other mechanical, chemical industry, environmental and biological related fields, which has a significant impact on the service performance of associated systems and equipment. In this paper, the evolution of meniscus contour and solid-liquid interfacial force of a confined liquid bridge between two parallel plates under shear is investigated by using Surface Evolver software simulation. A dual truncated cone theory model is established based on the principle of minimum energy, and the model results are compared with the simulations. The results show that the contact angle hysteresis and tangential force increase linearly with the growth of the bridge shear displacement, while the normal force decreases monotonically as a quadratic function. The tangential force of the liquid bridge exhibits an increasing trend with increasing liquid volume or lowering the vertical space between the two flat plates due to the combined effects of the neck radius and contact angle hysteresis. With the increasing spacing between the two flat plates, the normal force changes in a decreasing and then increasing manner depending on the vertical component of surface tension and the relative magnitude of the pressure difference between the inside and outside of the meniscus. While the dual truncated cone theory model adequately captures the overarching trend in liquid bridge force, it simplifies the real meniscus contour, thus introducing a certain gap between the theoretical predictions and simulated outcomes. This gap can be mitigated by incorporating a dimensionless shape factor, with values closer to 1 indicating a more precise representation of the model.

liquid bridge, shear displacement, contact angle hysteresis, Surface Evolver simulation, meniscus contour

PACS: 47.55.nk, 47.55.np, 68.08.Bc

doi: [10.1360/SSPMA-2024-0197](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2024-0197)