



超导量子计算中的逻辑门误差问题

宋紫璇^{1†}, 骆凯^{2†}, 相梁¹, 崔江煜³, 郭秋江¹, 翁文康^{2*}

1. 浙江大学杭州国际科创中心, 浙江大学, 杭州 311215

2. 南方科技大学量子科学与工程研究院, 深圳 518000

3. 中国科学技术大学近代物理系, 合肥 230026

*联系人, E-mail: yung@sustech.edu.cn

†同等贡献

收稿日期: 2024-11-05; 接受日期: 2024-12-20; 网络出版日期: 2025-01-20

国家自然科学基金(编号: 12274368)和浙江省自然科学基金(编号: LR24A040002)资助项目

摘要 降低量子逻辑门操作误差是现阶段量子计算技术发展的关键挑战. 面对这一挑战, 本文聚焦于超导量子电路, 对量子逻辑门误差展开讨论. 首先介绍了量子逻辑门的基本概念、误差来源和主流标定方法, 并着重讨论了量子逻辑门并行操作时的串扰误差. 此外, 本文归纳了影响系统稳定性的关键因素, 为超导量子计算的工程化发展提供了参考依据.

关键词 超导量子计算, 量子逻辑门, 误差标定, 串扰

PACS: 03.65.-w, 03.67.Lx, 85.25.Cp

1 引言

物理学家Feynman在1982年提出, “自然界本身是量子的, 而对自然界的模拟最好也是通过量子力学的方式来实现”, 这形成了对量子计算机最初的构想^[1]. 从那时起, 科研人员对量子计算展开了多方面的研究, 在理论和实验上不断取得里程碑式的突破. 时至今日, 量子计算相关的理论算法、工程技术和应用开发齐头并进, 正处于“产业化的前夜”, 被认为能使人类计算能力实现颠覆式跃升, 有望解决许多当今超级计算机无法处理的复杂问题, 包括物流优化、金融定价、人工智能、数据解密等.

目前, 主流的超导量子处理器所能集成的物理比

特数以百计, 且已在一些任务上展现出了相较于经典计算机的量子优越性^[2-4]. 但是必须指出的是, 无论是在比特数目还是操控精度, 目前的技术还不能满足可容错的通用量子计算的要求. 一般认为, 现在还处于中等规模有噪声的量子计算(Noisy Intermediate-Scale Quantum Computing, NISQ)时代^[5]. 在此阶段, 人们迫切希望实现一些量子计算机可以解决但经典计算机无能为力的关键应用, 以突出NISQ设备的优势. 相关的研究方向包括对物理问题和化学分子的量子模拟、组合优化算法、量子机器学习等. 虽然前景令人期待, 但NISQ阶段的量子计算设备要产生实际价值仍需克服很多重大挑战, 例如提高量子比特数目、操作精度, 以及发展抗噪声的量子算法等.

引用格式: 宋紫璇, 骆凯, 相梁, 等. 超导量子计算中的逻辑门误差问题. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2025, 55: 240302
Song Z X, Luo K, Xiang L, et al. Errors of quantum gates in superconducting quantum circuits (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2025, 55: 240302, doi: [10.1360/SSPMA-2024-0531](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2024-0531)

可以实现量子计算的技术路线有很多, 如光量子、离子阱、中性原子、超导量子电路等, 其中超导量子电路由于在设计、扩展、测控等方面有较大优势, 被认为是最具前景的量子计算实现方案之一. 第一, 基于宏观量子现象的超导量子电路易于集成和扩展, 可以利用现有的微纳加工技术来制备超导量子芯片. 第二, 超导量子电路可以通过成熟的微波技术实现测控, 其操作时间为几十纳秒量级, 使量子算法可以在较短时间内完成, 从而保证计算效率. 第三, 尽管与基于自然粒子(例如离子阱、中性原子体系)的量子比特相比, 超导量子比特的相干时间通常更短, 但通过不断的技术改进, 近几年超导量子比特的相干时间已经有了显著提升. 国内外许多相关科技公司和科研机构都把超导量子计算确立为首选方案, 投入了大量的研发资源, 用于推动其技术的快速迭代和相关生态的发展.

推进量子计算机实用化的关键技术是提高操控精度, 本文针对超导量子电路中的量子逻辑门展开了讨论, 首先介绍了逻辑门的基本概念和分类, 并进一步描述了误差类型、度量和主流实验标定方法, 分析了误差的产生机制, 最后对超导量子平台的稳定性进行了简单的讨论.

2 量子逻辑门

量子计算中常用量子逻辑门(量子门)来描述对量子比特的操作, 根据操作的比特数目不同, 可以将量子门分为单比特量子门、两比特量子门以及多比特量子门. 理论证明, 单比特量子门和两比特量子门可以组合成任意的多比特量子门, 构成通用量子门集合^[6,7]. 因此, 本文主要讨论超导量子处理器上的单比特和两比特量子门.

2.1 单比特量子门

常见的单比特量子门有I, X, Y, Z, H等, 使用布洛赫球(如图1)可以直观地理解这些操作. 例如, X门在布洛赫球上对应绕x轴旋转180°, 实现 $|0\rangle$ 态和 $|1\rangle$ 态的翻转, 类似于经典电路中的非门. Y门和Z门则是将量子态分别绕y轴和z轴旋转180°.

对于超导量子比特, 一般用共振的微波驱动信号翻转量子比特的激发状态(即绕着xy平面上的轴经向旋转), 相应的驱动哈密顿量为

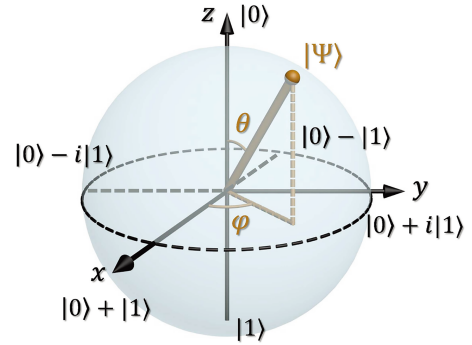


图1 (网络版彩图)量子态的布洛赫球表示. 球上的每个点均对应一个量子比特的状态. 图中 $|\Psi\rangle$ 与z轴的夹角为 θ , 投影到xy平面上与x轴的夹角为 φ , 对应的量子态为 $\cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle$

Figure 1 (Color online) Bloch sphere representation of quantum states. Each point on the sphere corresponds to a quantum state. The angle between $|\Psi\rangle$ and the z-axis is θ , the angle between the projection on the xy plane and the x-axis is φ , corresponding to the quantum state $\cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle$.

$$H(t) = \Omega(t)e^{-i(\omega_d t + \varphi)} a^\dagger + \Omega^*(t)e^{i(\omega_d t + \varphi)} a, \quad (1)$$

其中, a 和 $a^\dagger$ 分别表示比特的湮灭算符和产生算符, $\Omega(t)$ 表示驱动强度, 且驱动频率 $\omega_d/2\pi$ 等于比特频率 $\omega_{10}/2\pi$. 通过改变驱动相位 φ 可以实现单比特门绕xy平面的任意旋转操作, 矩阵表示为

$$R_{XY}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -i \sin \frac{\theta}{2} e^{-i\varphi} \\ -i \sin \frac{\theta}{2} e^{i\varphi} & \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix}, \quad \theta = \int \Omega(t) dt. \quad (2)$$

用快速偏置信号控制量子比特相位的变化(即绕着z轴纬向旋转), 相应的哈密顿量为

$$H(t) = Z(t)a^\dagger a. \quad (3)$$

其中 $Z(t)$ 表示偏置强度, 对应的量子门操作为

$$R_Z(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\theta} \end{bmatrix}, \quad \theta = \int Z(t) dt. \quad (4)$$

另外, 实验上还可以通过改变微波驱动的相位 φ 实现虚拟Z门, 实现原理是 $R_{XY}(\theta_2, \varphi)R_Z(\theta_1) = R_Z(\theta_1)R_{XY}(\theta_2, \varphi - \theta_1)$, 即可以将线路中已有的Z操作转移到XY操作之后, 而被转移的Z操作可以继续向后传递.

2.2 两比特量子门

常见的两比特量子门有交换类门(SWAP, iSWAP, $\sqrt{\text{SWAP}}$)、受控Z门(CZ门)和受控非门(CNOT 门). 在两比特受控门中, 需要区分控制比特和目标比特, 只有在控制比特状态为 $|1\rangle$ 时, 目标比特才会发生相应的变化. 例如, CNOT门的效果为: 若控制比特状态处于 $|0\rangle$ 态, 则目标比特状态保持不变; 若控制比特状态处于 $|1\rangle$ 态, 则对目标比特做X门操作.

更一般地, 可以将交换类门和受控相位门结合起来, 组成费米子模拟门(fSim门)^[8], 其矩阵表示为

$$U_{\text{fSim}(\theta, \phi)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -i \sin(\theta) & 0 \\ 0 & -i \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-i\phi} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

因此可以将CZ门表示为 $U_{\text{fSim}(0, \pi)}$, iSWAP门表示为 $U_{\text{fSim}(\pi/2, 0)}$, $\sqrt{\text{SWAP}}$ 门表示为 $U_{\text{fSim}(\pi/4, 0)}$.

3 量子门的误差

实际的量子门操作是不完美的, 即实验上实现的量子门与理想酉矩阵存在偏差. 实验误差主要可以分为两大类: 非相干和相干误差. 其中, 非相干误差指由于环境噪声导致的比特退相干, 相干误差则包括比特本身或者测控设备带来的各种控制误差. 如读者感兴趣, 可以使用量子模拟器对不同的量子门误差进行仿真以做更深入的了解^[9].

3.1 退相干误差

退相干是量子系统受到外部环境影响而逐渐失去量子相干性的一种现象, 在实验上表现为能量弛豫和退相位. 在环境为白噪声、弱耦合的条件下, 单比特的退相干模型可以表示为^[10]

$$\mathcal{G}(\rho) = \begin{bmatrix} 1 - \rho_{11}e^{-t/T_1} & \rho_{01}e^{-t/T_2} \\ \rho_{10}e^{-t/T_2} & \rho_{11}e^{-t/T_1} \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^3 M_i \rho M_i^\dagger, \quad (6)$$

其中 $\mathcal{G}$ 是量子退相干通道, ρ 表示量子态的密度矩阵, T_1 和 T_2 分别表示能量弛豫时间和退相位时间, 且有 $\frac{1}{T_2} = \frac{1}{2T_1} + \frac{1}{T_\phi}$, T_ϕ 表示与环境进行非耗散相互作用产

生的退相位时间. M_i 为Kraus算子, 满足 $\sum_{i=0}^3 M_i^\dagger M_i = I$, 定义概率 $p_0 = 1 - e^{-t/T_1}$, $p_1 = \frac{1}{2}e^{-t/T_1} [1 - e^{-t(1/T_2 - 1/T_1)}]$, 有

$$\begin{aligned} M_0 &= \sqrt{1 - p_0 - p_1}(|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|), \\ M_1 &= \sqrt{p_0}|0\rangle\langle 0|, \\ M_2 &= \sqrt{p_0}|0\rangle\langle 1|, \\ M_3 &= \sqrt{p_1}(|0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|). \end{aligned} \quad (7)$$

另外, 量子门保真度的计算可以使用^[11]

$$F = \frac{1}{D(D+1)} \left[\text{Tr} \left(\sum_i M_i^\dagger M_i \right) + \sum_i |\text{Tr}(M_i)|^2 \right], \quad (8)$$

其中 $D = 2^n$ 表示希尔伯特空间的维度.

对于操作时间为 t_g 的量子门, 如果只考虑退相干的影响, 将式(7)代入式(8), 可以得到单比特量子门保真度为

$$F_{1 \text{ qubit}} = 1 - \frac{t_g}{3} \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_\phi} \right), \quad (9)$$

另外, 两比特量子门所能达到的保真度为^[12]

$$F_{2 \text{ qubit}} = 1 - \frac{4t_g}{5} \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_\phi} \right). \quad (10)$$

3.2 相干误差

理想情况下, 我们可以通过解析或者数值设计理想的量子逻辑门控制波形来实现高保真度的量子门. 但在实际应用中, 电子设备产生的波形通过非理想的信道传输, 会导致实际波形与理想波形之间不可避免地存在偏差, 例如, 频谱泄漏、方波信号失真、信号时序错误和脉冲串扰等. 波形控制的不完美性导致了量子门操作过程中的相干误差, 包括由于比特有限非谐性导致的量子态向更高能级泄漏的态泄漏误差以及多个量子门并行操作带来的串扰误差等.

3.2.1 态泄漏

态泄漏误差指量子态泄漏到计算子空间以外的误差. 为了定量描述泄漏误差, 可以引入两个度量: 泄漏率 L_1 和渗流率 L_2 ^[13]. 泄漏率表征了量子态泄漏到计算子空间外的速率, 而渗流率则代表量子态进入计算子空间的速率.

对于单比特门, 一般只考虑量子态从 $|1\rangle$ 态泄漏到 $|2\rangle$ 态的情况, 且这部分误差可以通过优化控制波形

抑制到非常小. 对于两比特门, 比如CZ门, 则需要考虑如下几种泄漏发生的机制^[14].

(1) 在CZ门的能级循环交换中($|11\rangle \rightarrow |02\rangle \rightarrow |11\rangle$), $|11\rangle$ 态和 $|02\rangle$ 态之间可能会交换不完全, 导致量子态泄漏到 $|02\rangle$ 态.

(2) CZ门执行过程中, 量子比特的能级移动和其他近邻比特的能级发生交错, 可能由于残余耦合造成量子态泄漏.

(3) 在二维网格状的超导量子芯片上, 非邻近对角比特具有残留耦合, CZ门执行过程中可能导致它们的能级相距太近, 发生量子态泄漏.

3.2.2 频谱泄漏

超导量子比特的激发频率一般为4–8 GHz, 高于大部分商用数模转换器的采样频率. 实际中常用正交混频技术来产生激发量子比特所需的脉冲, 即数模转换器产生的基带信号和载波信号经过IQ混频器, 得到比特驱动频率点附近的单边信号. 但是由于混频器件的不完美, 输出信号中还会伴有载波和镜像频率的泄漏^[15]. 为了抑制不相关的频率信号对比特的影响, 例如初态激发等, 需要借助频谱仪等微波测量设备来校准混频系统, 抑制泄漏信号的功率.

除此之外, 有限时长的控制脉冲本身也会导致频谱泄漏. 我们希望量子门的作用时间尽可能短, 从而在有限的相干时间内完成更多操作, 但是短时间的微波脉冲信号的频谱展宽较大, 当信号带宽接近比特非谐时, 会将比特从 $|1\rangle$ 态激发到 $|2\rangle$ 态, 发生严重的量子态泄漏. 为了解决这一问题, 人们提出了一系列如DRAG (Derivative Removal by Adiabatic Gate)修正等优化控制手段^[16,17], 并取得了很好的实验效果^[18–20]. 比特和耦合器的偏置方波信号同样面临频谱泄漏的问题, 这主要会影响两比特门的演化, 实验上也可以通过优化波形来抑制这种现象^[21–24].

3.2.3 波形失真

由于传输线上不同微波器件的滤波效应, 以及数模转换器带宽有限和阻抗不匹配带来的多次信号反射等原因, 用于动态调节比特频率的快速偏置信号会出现失真, 即信号的包络会出现过冲、下冲、振铃、上升沿缓慢、方波不平等畸变现象. 短时间的信号失

真会影响门的精度和稳定性, 长时间的失真则会使后来的量子门受到先前运行的量子门的影响. 尽管采用Net-Zero波形等策略可以在一定程度上抑制长时间的方波失真^[25], 但是如何保持控制信号的马尔可夫性仍然是需要解决的问题. 室温部分的失真主要来自低通滤波效应, 我们可以使用高分辨率示波器记录信号的阶梯响应, 并采用预加重的方式在一定带宽内对信道的频率响应做补偿. 低温部分的信号失真直接作用到量子芯片上, 无法直接探测, 可以把比特当作波形探测器, 并根据比特对控制方波的频率响应来标定失真参数^[26–28].

3.2.4 时序错误

多比特量子门要求不同的控制脉冲同时作用在每个比特上, 这样才能使目标哈密顿量的多个参数同时改变. 另一方面, 对微波串扰信号的精确校准也要求补偿信号和串扰信号同步变化. 但芯片接线和外部电子设备可能会导致多通道控制脉冲在不同时间到达目标比特, 因此, 测量和补偿这些信号的相对延迟, 使比特的控制脉冲同步非常重要. 具体实施中, 可以选择一条控制线作为其他所有控制线同步的参考, 例如选择中心量子比特的快速直流偏置线作为参考, 依次校准它的微波驱动信号线, 以及它周围的耦合器/量子比特的直流偏置信号线和量子比特的微波驱动信号线. 这个同步过程从中心开始并向边缘移动, 直到整个芯片的耦合器和量子比特的控制线完成同步^[27,29].

3.2.5 串扰误差

在量子计算中, 如果量子门之间是无串扰的, 即任意一个量子门操作不会受到其他量子门的影响, 每个量子门所涉及的量子比特、耦合器和控制信号线等能够视作一个独立系统, 那么相应的量子门误差则主要来源于前面所述的各个误差来源. 然而对于实际器件, 量子门并行执行过程中, 不同门对应的量子比特、耦合器之间可能会相互影响, 从而引入额外的误差. 一般而言, 串扰误差来源大致分为两类: 一类来源于经典控制信号之间的串扰, 包括直流偏置信号和微波驱动信号; 另一类来源于量子比特间的寄生相互作用. 本小节将对这两类误差来源做简单介绍, 并在第4节介绍串扰误差对并行两比特量子门的影响.

快速偏置信号(Z)串扰. 由于比特物理距离较近、信号隔离度不够高等原因, 施加在比特 Q_i 上的快速偏置信号 a_i 不仅会到达目标比特, 还可能会在一些其他比特 $\{Q_j\}$ 上诱导出对应的小信号 $\{a'_j\} = \{M_{ji}a_i\}$, 其中 M_{ji} 为实数, 代表 Q_i 的偏置信号对 Q_j 的串扰系数. 文献[27]提出了一种在实验上标定Z串扰系数的方法, 其思想是利用Ramsey的方式测量 Q_j 由于Z方波串扰而额外积累的相位. 通过改变施加到 Q_j 的方波幅度来抵消串扰. 具体的实验波形和数据如图2所示.

微波驱动信号(XY)串扰. 施加在比特 Q_i 上的微波驱动信号 $\tilde{a}_i$ 不仅会驱动目标比特, 还可能会在其他比特 $\{Q_j\}$ 上诱导出相同频率的微波小信号 $\{\tilde{a}'_j\} = \{\tilde{M}_{ji}\tilde{a}_i\}$, 其中 $\tilde{M}_{ji} = |M_{ji}|e^{-i\phi_{ij}}$, 实数 $|M_{ji}|$ 和 ϕ_{ij} 分别代表微波串扰

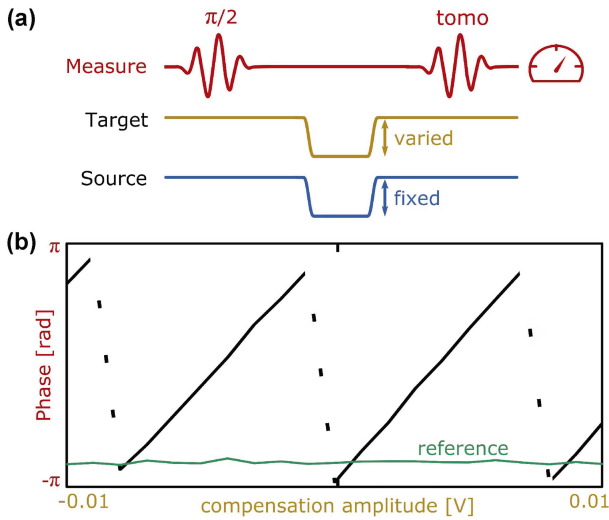


图 2 (网络版彩图) (a) 校准Z串扰的波形序列. 固定 Q_i 的脉冲幅度, 改变 Q_j 补偿脉冲的幅度, 利用图示波形测量 Q_j 积累的相位. (b) Q_j 积累的相位与补偿脉冲的关系. 正确的补偿幅度由测量相位(黑线)和参考相位(绿线)相交的位置给出, 此时补偿信号和信号幅度的比值对应串扰矩阵的元素 M_{ji} . 其中参考相位是源信号幅值设为0的情况下得到的相位. 图片取自文献[27]的图S7

Figure 2 (Color online) (a) Pulse sequence used to calibrate crosstalk between Z-bias lines. For a fixed pulse height on the source line Q_i , we vary the height of the compensation pulse on the target line Q_j and measure the qubit phase. (b) The relationship between the phase of the target qubit Q_j and the compensation pulse on the target line. The correct compensation amplitude corresponds to where the measured phase (black line) is equal to the reference phase (green line). The ratio of the compensation amplitude and the source pulse height is the matrix element M_{ji} of crosstalk. The reference phase is measured when the pulse amplitude on the source line set to 0. Adapted from Figure S7 of ref. [27].

的幅度串扰系数和相位串扰系数. 根据比特 Q_j 的激发频率和串扰信号频率的相对关系, 实验上探测和校准XY串扰的方法有如下几种.

(1) 当微波串扰信号接近 Q_j 的激发频率时, 可以观测到 Q_j 的Rabi振荡. 改变补偿信号的幅值和相位能够使Rabi振荡消失, 从而得到串扰补偿参数[30].

(2) 当微波串扰信号接近 Q_j 的第二激发频率时, 可以观测到其 $|2\rangle$ 态占据数的上升. 文献[14]通过多次叠加微波脉冲(π -pulse)并优化脉冲的间隔, 放大了串扰引起的比特向 $|2\rangle$ 态的泄漏, 这种方法能够并行探测XY串扰, 并有效消除其引发的 $|2\rangle$ 态泄漏.

(3) 当微波串扰信号远离 Q_j 的激发频率时, 即色散区间, 根据AC-stark效应, 非共振微波驱动会导致 Q_j 产生大约 $\frac{\Omega^2}{2\Delta}$ 的频偏. 文献[31]介绍了基于spin-echo实验的检测频偏和校准微波串扰的方法.

量子比特间的寄生相互作用. 量子比特之间残余耦合的存在会引起多比特相互作用, 通常称为旁观者误差(Spectator Error). 减小旁观者误差的一个有效办法是使用可调耦合器来关闭比特之间的相互耦合, 在实现两比特量子门时再打开耦合. 然而, 单比特量子门运行时最优的耦合器偏置可能不同于两比特量子门消除旁观者误差的偏置, 并且这种消除可能取决于量子比特所处的状态. 通过耦合器的动态偏置, 可以进一步减少两比特量子门操作期间的残留耦合[32].

4 并行两比特门的串扰

第3.2.5节已经介绍了串扰误差的基本概念, 并着重介绍了控制信号的串扰, 本节以两比特CZ门为例, 详细介绍引起串扰误差的主要因素及可能的误差效果.

4.1 比特的残余耦合

由比特(Q)-耦合器(C)-比特(Q)组成的可调耦合系统QCQ是目前超导量子处理器采用的主流架构之一. 通过施加一个快速偏置信号调节耦合器的频率, 能够快速打开或关断近邻比特间的耦合. 这种结构有效地缓解了量子比特频率排布拥挤问题和近邻比特间寄生耦合问题, 并能够实现快速、高精度的两比特量子逻辑门[33]. 然而, 在实际的超导量子处理器中, 非近邻比特间的耦合仍然存在, 无法完全关断. 横

向的XY残余耦合会引起比特之间能量的交换, 纵向的ZZ耦合则会引起比特之间的相位关联, 这些误差在多比特希尔伯特空间中属于相干误差, 但是对于单个比特来说, 则表现为非相干误差^[2]. 下面以Transmon量子比特为例, 介绍这两种误差的模型及标定方法.

4.1.1 XX+YY相互作用——比特间的能量交换

图3(a)是基于Transmon超导量子比特的可调耦合系统, 其中可调耦合器也属于Transmon比特, 耦合器和比特之间通过电容耦合. 系统的哈密顿量可以表示为

$$H = H_0 + H_{\text{int}}, \quad (11)$$

其中, H_0 表示两个比特和可调耦合器的哈密顿量, H_{int} 表示相互作用项, 跟比特与比特、比特与耦合器之间的耦合电容相关. 当比特和耦合器频率、耦合强度参数合适的情况下, 两比特间的等效耦合能够完全关断. 如图3(b)所示, 当耦合器频率 $\omega_c \sim 5.5$ GHz时, $\tilde{g} \sim 0$.

(1) 动态近邻耦合.

不合理的设计或制备误差可能会导致不合理的芯

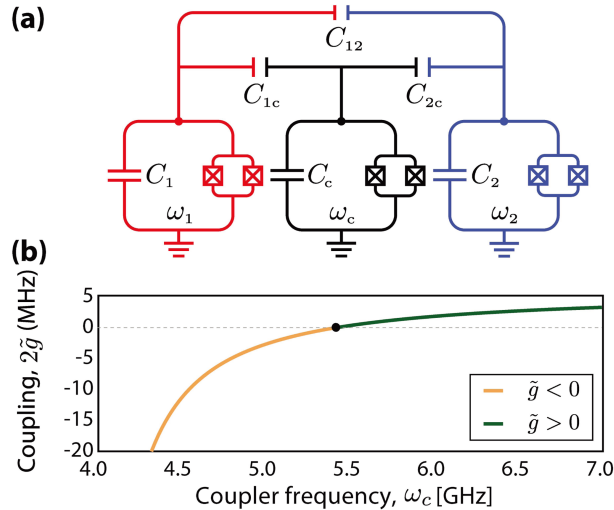


图3 (网络版彩图) (a) 基于Transmon比特的QCQ系统等效电路图. (b) 等效耦合强度 $2\tilde{g}$ 和耦合器频率 ω_c 的依赖关系, 黑点表示耦合关断时的耦合器频率. 图片取自文献[33]的图2

Figure 3 (Color online) (a) Equivalent circuit diagram of the QCQ system based on Transmon qubits. (b) Dependency relationship between the effective coupling strength $2\tilde{g}$ and the coupling resonator frequency ω_c , with black dots indicating the resonator frequency when the coupling is turned off. Adapted from Figure 2 of ref. [33].

片参数, 使得比特间的近邻(Nearest-Neighbor, NN)耦合无法完全关断. 因此, 制备高质量的超导量子处理器往往需要多次测试和迭代, 这是实现高精度量子线路的基础条件. 进一步, 两比特门同步执行时会引起动态的NN耦合, 这是因为运行两比特门(例如CZ和iSWAP门)需要移动比特的频率, 使得已在静态工作点关断的NN耦合在做门的动态过程中不再为0. 这会导致做门的比特之间或与其他等待的比特之间发生量子态的交换, 例如, 比特之间的单光子交换 $|01\rangle \leftrightarrow |10\rangle$ 或 $|11\rangle \leftrightarrow |02\rangle$ 等.

(2) 非近邻寄生耦合.

这类难以消除的非近邻寄生耦合广泛存在于二维网格架构的超导量子处理器中. 由于对角(或次对角)比特之间存在寄生电容, 因此产生了寄生耦合, 且这些寄生耦合无法通过调节耦合器来完全消除. 如图4^[34]所示, 假设次近邻(Next-Nearest-Neighbor)比特 Q_1 和 Q_3 , Q_2 和 Q_4 直接耦合强度相等且分别处于近似共振状态, 即 $\omega_1 = \omega_3 = \omega$, $\omega_2 = \omega_4 = \omega'$, 那么等效的对角耦合强度为 $\tilde{g}_{13} = g_{13} + \frac{2\tilde{g}}{\Delta}$, 其中, $\tilde{g}$ 是这4个比特平均的等效近邻耦合强度, $\Delta = \omega - \omega'$. 文献[35]通过拟合实验数据, 标定了芯片中所有对角耦合强度 g_{13}^* , 均值约为0.4 MHz. 文献[14]的附录IV.A4中提到他们的样品中残余对角耦合引起的 $|01\rangle \leftrightarrow |10\rangle$ 的交换相互作用在0.2 MHz量级.

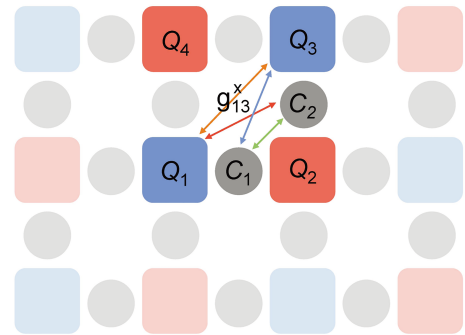


图4 (网络版彩图) 二维网格架构的量子比特排布图. 红色和蓝色矩形表示不同频率的比特, 灰色圆形表示可调耦合器, 箭头表示杂散耦合. 图片修改自文献[34]的图6

Figure 4 (Color online) Layout of the 2D qubit array in a square lattice. Red and blue squares represent qubits in different frequencies, gray circles denote tunable couplers, arrows indicate stray couplings. Adapted from Figure 6 of ref. [34].

4.1.2 ZZ相互作用——比特间的相位纠缠

除横向XY相互作用外, 图3(a)所示的模型中同样存在纵向的ZZ相互作用. 在瞬时本征基矢下, 如果只关注比特的计算空间, 截取后的系统哈密顿量为^[34]

$$H = \bar{\omega}_1 |\widetilde{100}\rangle\langle\widetilde{100}| + \bar{\omega}_2 |\widetilde{001}\rangle\langle\widetilde{001}| + (\bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2 + \zeta) |\widetilde{101}\rangle\langle\widetilde{101}|, \quad (12)$$

其中, $\bar{\omega}_i$ 是瞬时本征态 $|\widetilde{100}\rangle$ 和 $|\widetilde{001}\rangle$ 的频率, ζ 是与耦合器频率相关的ZZ耦合相互作用强度. 这种ZZ相互作用源于QCQ系统中的裸态 $|101\rangle$ 受到了其他双光子裸态如 $|011\rangle^0$, $|020\rangle^0$ 等的能级排斥. 在不同参数区间下, 其来源主导因素有所不同, 具体分析见文献^[34]. 在执行iSWAP门(从色散区间到共振区间)的过程中, 比特的能级频率相互靠近, 比特的残余ZZ相互作用会增大并引起一个额外的控制相位. 在并行执行单比特门或两比特门的过程中(色散区间), 不同门的比特之间残余的ZZ相互作用会带来持续的相位纠缠. 残余的ZZ串扰会严重影响量子线路如表面纠错码运行的精度^[36], 实验上可以通过Ramsey等方式直接测量一对比特之间存在的残余ZZ耦合强度. 关于抑制残余ZZ相互作用的调控方法和比特设计可参考文献^[12, 30, 34, 37–39].

4.2 残余驱动信号串扰

除了来自量子比特间残余的相互作用之外, 外部的控制信号串扰也会干扰量子门的并行操作, 这类串扰是经典的, 主要包括高频微波驱动(XY)信号和低频快速偏置信号(Z)信号的串扰. 尽管实验上可以通过测量串扰矩阵, 计算补偿信号来抵消大部分串扰信号(参考第3.2.5节), 但是仍然存在一些非常小的串扰信号无法很好地在实验上精确标定(例如耦合器Z信号之间的串扰), 亦或是补偿后仍有部分残余(例如XY驱动对比特 $|2\rangle$ 态的激发).

4.2.1 快速偏置信号串扰

Z脉冲之间的串扰会改变两比特门的控制信号的幅值, 这导致在同步做门时耦合器或量子比特的目标频率点发生变化. 耦合器和量子比特的频率偏差会带来诸多误差, 譬如量子态向非计算空间的泄漏, 还有CPHASE门的控制相位 ϕ 的误差、iSWAP-like门的交换角度 θ 的误差、单比特积累的动态相

位 $\Delta_-/\Delta_{\text{off}}/\Delta_+$ 的误差等, 以上误差的效果可以参考以下广义两比特门的矩阵形式:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i(\Delta_+ + \Delta_-)} \cos \theta & -ie^{i(\Delta_+ - \Delta_{\text{off}})} \sin \theta & 0 \\ 0 & -ie^{i(\Delta_+ + \Delta_{\text{off}})} \sin \theta & e^{i(\Delta_+ - \Delta_-)} \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i(2\Delta_+ - \phi)} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

对于同一对两比特门, 当周围比特在做不同的门时, 所受到的外界信号串扰的影响也不同, 为了消除这种影响, 可以在有其他量子门控制信号串扰的环境下校准两比特门的控制参数, 并根据实际电路层维护门的控制参数, 以提升量子线路的整体精度^[40].

4.2.2 量子态高能级泄漏的扩散

当串扰信号频率接近比特高能级之间的能级差时, 可能引起比特向更高能级激发, 另外, 比特的读取及两比特门的控制误差也会引起量子态的泄漏. 而在量子纠错或其他多层量子线路中, 需要重复执行多层两比特门, 泄漏到更高能级的量子态可能持续较长时间, 并且扩散到相邻的比特上, 这将造成量子门在时间和空间上更广泛的相干误差. 针对这个问题, 文献^[41, 42]提出了一些抑制态泄漏的方法.

5 误差的度量与标定

5.1 误差度量

由于量子门操作是非理想的, 在理想的酉变换之外还需加上噪声通道才能更好地描述实际系统中量子态的变化. 在真实的量子线路中, 误差类型多种多样, 可能存在时间或者空间上的相关性, 可能与具体实验平台相关, 在实验和理论上很难精确地度量、标定和分析, 需要的代价也比较大. 因此, 普遍的做法是假定噪声是完全随机的, 用去极化模型作为一个通用语言去刻画和近似这些误差, 并进行相关的理论分析和实验估计.

去极化模型假设每次操作都有一定的概率发生错误的态翻转或相位翻转, 经历若干次随机量子门操作后, 量子态最终会均匀地分布到维度为 $D = 2^n$ 的希尔伯特空间中, 可以用公式表示为

$$\rho \rightarrow (1 - e_d)\rho + e_d \times I/D, \quad (14)$$

其中 e_d 是比特去极化的速率. 值得注意的是, 去极化模型中有概率使量子态保持不变, 表现为不发生错误.

为了描述发生在每个比特上的错误, 且不必考虑因为态空间(量子比特数)变化带来的影响, 我们常采用泡利误差 e_P 来衡量量子门的误差. 它的定义是对于任意施加在单比特上的门, 将会有 $e_P/3$ 的概率产生一个额外的X, Y, Z 泡利操作, 对应于发生态翻转和(或)相位翻转错误. 把上述定义扩展到多比特系统, 去极化和泡利错误率的转换关系为^[2]

$$e_d = e_P / (1 - 1/D^2). \quad (15)$$

在实验上, 常用随机基准测试(Randomized Benchmarking, RB)^[43]和交叉熵基准测试(Cross Entropy Benchmarking, XEB)^[44]标定去极化衰减常数 p (详见第5.2.1节和第5.2.3节), 然后计算去极化误差 e_d 、平均误差 e_a 和泡利误差 e_P , 它们与去极化衰减常数 p 的关系为^[2]

$$\begin{aligned} e_d &= 1 - p, \\ e_a &= (1 - p)(1 - 1/D), \\ e_P &= (1 - p)(1 - 1/D^2). \end{aligned} \quad (16)$$

5.2 标定方法

标定量子门保真度的方法有很多, 比如量子过程层析(Quantum Process Tomography)^[45]可标定出量子门对每个基矢的完整映射. 然而, 当比特数目增多时, 其消耗的资源与时间呈指数增长, 而且通过层析操作得到的错误率不仅包含操作过程中的错误, 也包含量子态制备和读取的错误, 难以准确标定高精度量子门的性能. 为了在实验上高效、精确地标定量子门误差, 目前主流的标定方法为随机基准测试和交叉熵基准测试, 以及这两种方法的延伸, 比如泄漏基准测试和纯度基准测试.

5.2.1 随机基准测试

随机基准测试的主要思想是从Clifford门集合^[46]中随机均匀选取量子门组成序列, 通过拟合RB序列保真度与序列长度 m 的关系来得到量子门的平均误差, 并将不同序列结果平均以消除随机误差. 在标定一个特定的量子门时, 需要两种操作序列: 一个是参考

序列(Standard RB, SRB), 另一个是参考序列与该特定量子门的组合, 称为实验序列或交叉序列(Interleaved RB, IRB). 通过比较两个序列的结果, 可以提取出该特定量子门的保真度.

实验具体过程如下^[47]:

(1) 从Clifford群中随机选取 m 个量子门 $C_1, \dots, C_m$, 并计算这些门的逆操作 $C_{m+1} = (C_m \dots C_1)^\dagger$, 最终组成参考序列 $C_{m+1}C_m \dots C_1$.

(2) 将量子比特制备到 $|0\rangle$ 态, 施加长度为 $m+1$ 的参考序列, 测量量子比特处于 $|0\rangle$ 态的概率 $P_{|0\rangle}(m)$.

(3) 将第(1)步与第(2)步重复 k 次, 每次选取不同的 m 个量子门, 对测量得到的概率取平均值, 得到 $P_{|0\rangle}(m) = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^k P_{|0\rangle}(m)_i$.

(4) 重复以上(1)–(3)步, 取一系列不同长度 $\{m\}$ 的随机序列, 对每个 m 都选取 k 个不同序列, 对 k 求平均后得到基态概率与长度 m 对应的关系 $P_{|0\rangle}^{\text{ref}}(m)$. 以上即为参考序列的实验步骤.

(5) 实验序列的实验步骤与以上第(1)–(4)步基本一致, 不同的是, 在选取量子门 $C_1, \dots, C_m$ 后, 需要在每个量子门 C_m 后插入待标定的量子门, 以Y门为例, 量子线路如图5所示, 然后计算该序列的逆操作, 确定最终的执行序列, 并重复其他步骤, 得到基态概率 $P_{|0\rangle}^{\text{gate}}(m)$.

对测到的概率 $P_{|0\rangle}^{\text{ref}}(m)$ 与 $P_{|0\rangle}^{\text{gate}}(m)$, 我们可以使用随机基准测试的衰减模型进行拟合:

$$P_{|0\rangle}(m) = Ap^m + B, \quad (17)$$

其中, A 和 B 是拟合参数, 吸收了初态制备和末态读取的误差; p 为拟合得到的每个Clifford门的去极化衰减常数(详见第5.1节). 在超导量子计算中, 每个Clifford门都会被分解为实验上易于实现的X, Y, Z门的组合, 根据具体分解方式的不同, 往往会将 p 除以相应的系数来计算每个物理门的平均保真度.

参考序列 (SRB)



实验序列 (IRB)



图5 使用RB标定Y门的操作序列

Figure 5 RB sequences for the characterization of Y gate.

对于求特定门保真度的两组操作序列, 拟合分别得到 p^{ref} 和 p^{gate} , 可计算特定量子门的平均误差^[47]为

$$\epsilon_{\text{gate}} = \frac{D-1}{D} \left(1 - \frac{p^{\text{gate}}}{p^{\text{ref}}} \right), \quad (18)$$

其中 $D = 2^n$ 为希尔伯特空间的维度, 对于单比特系统, $D = 2$.

5.2.2 泄漏基准测试

为了在实验上标定态泄漏误差(见第3.2.1节)的大小, 可以将RB推广至泄漏基准测试(Leakage Randomized Benchmarking, LRB)^[13]. LRB基于以下两个假设:

- (1) 计算子空间与泄漏子空间不相干;
- (2) 泄漏子空间的占据数是去极化的.

这些假设保证了标定过程是具有马尔可夫性质的. 在满足这些假设时, 可以执行与前文RB相同的实验, 只是将测量的物理量替换为计算子空间的总占据数 $P_{\#}(m)$, 然后拟合衰减曲线:

$$P_{\#}(m) = C\lambda_1^m + B, \quad (19)$$

以得到泄漏率 L_1 与渗流率 L_2 :

$$L_1 = (1-B)(1-\lambda_1), \quad L_2 = B(1-\lambda_1), \quad (20)$$

其中 $B, C \geq 0$. 利用 λ_1 可以拟合推广后的RB衰减模型:

$$P_{|0\rangle}(m) = A_0 p^m + B_0 + C_0 \lambda_1^m, \quad (21)$$

其中, $0 \leq B_0 \leq B$, $0 \leq A_0 \leq 1$, 且 $A_0 + B_0 + C_0 \leq 1$. 与RB衰减模型式(17)相比, 式(21)增加了最后一项修正项来描述泄漏所带来的影响, 当泄漏较少时, 即 $p \gg \lambda_1$ 且 $B \gg C$, 可近似认为 $C_0 = 0$, 则式(21)退化为式(17).

5.2.3 交叉熵基准测试

交叉熵基准测试是另一种常用的估计量子门保真度的方法, 它通过给量子比特施加随机电路, 观测末态的概率分布, 并与理想的概率分布对比, 以估计量子门的保真度.

XEB的执行过程与RB相似, 具体电路如图6所示, 其中 $U(\theta, \phi)$ 是待标定的两比特门, 空白的方块代表从 $SU(2)$ 群中随机选取的单比特门. 与RB略有不同的是, 在拟合 p 时, 需要将生成的电路同时输入到量子计

算机和经典计算机, 得到计算子空间内所有基矢的实验概率分布和理想概率分布, 它们满足如下等式:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{k} \sum_k \sum_q p_e(q, k, m) (D p_s(q, k, m) - 1) \\ &= p^m \frac{1}{k} \sum_k \sum_q p_s(q, k, m) (D p_s(q, k, m) - 1), \end{aligned} \quad (22)$$

其中, k 为随机电路的个数, m 为量子线路的长度, $p_e(q, k, m)$ 表示在第 k 个随机电路中当量子线路长度为 m 时实验上测量到量子态 $|q\rangle$ 的概率, $p_s(q, k, m)$ 则表示理想情况测到量子态 $|q\rangle$ 的概率.

XEB实验还可以用于标定量子门的实际参数, 通过微调数值模拟中目标量子门的参数信息, 使模拟结果和实验结果尽量接近, 来得到实际量子门的具体参数.

RB与XEB有很多相似之处, 它们都可以用于标定量子门的保真度, 但在实际使用过程中, 它们有各自的优点与局限性, 表1^[48]对比了RB与XEB的性质, 以便我们在不同的场景下选择合适的标定方法.

5.2.4 纯度基准测试

第3.1节中已经介绍了退相干误差, 它带来的影响使量子态从纯态向混态转变, 一般可以用量子态的纯度来估计这部分误差. 将式(14)重写为

$$\rho = p|\psi\rangle\langle\psi| + (1-p)\times \# / D, \quad (23)$$

其中, p 表示量子态保持在纯态 $|\psi\rangle$ 的概率, $1-p$ 表示退相干的概率, 该量子态的纯度可以表示为

$$\text{Purity} = \frac{D}{D-1} \left(\text{Tr}(\rho^2) - \frac{1}{D} \right) = p^2, \quad (24)$$

纯度为1和0分别表示纯态和完全混态.

使用态层析技术可以测量全密度矩阵 ρ 并量化量子态纯度, 然而, 随着量子比特数量的增加, 态层析的测量成本指数增长. Google量子实验室在2019年提出

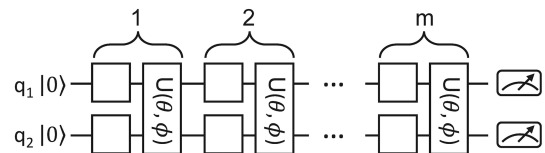


图6 基于两比特门 $U(\theta, \phi)$ 构建的随机电路
Figure 6 Random circuit based on a two-qubit gate $U(\theta, \phi)$.

表 1 RB与XEB的对比

Table 1 Comparison of RB and XEB

方法	适用范围	优点	缺点
RB	Clifford量子线路	数值模拟代价小; 所需随机线路数量比XEB少	只能标定Clifford量子线路; 由于编译问题(随着比特数量增加, 编译的电路深度迅速增长)而难以扩展 ^[48]
XEB	通用量子线路	随机插入的量子门不局限于Clifford群; 可以使用同一组数据计算纯度(详见第5.2.4节); 可以通过数值优化拟合得到目标量子门的参数信息	需要较多的随机电路才能得到一个较为准确的结果; 要求量子电路可数值模拟

了一种效率更高的方法SPB (Speckle Purity Benchmarking), 可以从XEB的实验数据中提取得到状态的纯度, 而不需要额外的实验测量^[2].

量子态纯度与量子态概率分布具有一定的联系. 当 $p = 0$ 时, 量子态处于希尔伯特空间中任意基矢的概率均为 $1/D$, 概率值的分布为处于 $1/D$ 的 δ 函数, 方差为0; 当 $p = 1$ 时, 概率值的分布遵循Porter-Thomas分布, 方差为 $\frac{D-1}{D^2(D+1)}$. 对实际测量的量子态, XEB实验得到的概率分布 P_m 处于上述两个分布之间, 其方差 $\text{Var}(P)$ 等于 p^2 与Porter-Thomas分布的方差相乘, 因此可以使用以下公式计算得到量子态的纯度:

$$\text{Purity} = \text{Var}(P) \frac{D^2(D+1)}{D-1}. \quad (25)$$

通过拟合纯度随XEB量子门数量增加的衰减曲线, 可以得到每轮量子门的平均退相干误差.

在没有非相干误差的情况下, 有 $\sqrt{\text{Purity}} = \mathcal{F}_{\text{XEB}} = p$, 即XEB和SPB的结果一致. 实际实验中, 由于各种噪声和控制误差会引起系统退相干, 所以往往XEB计算得到的误差大于SPB误差.

6 参数波动误差

优化量子逻辑门的操控精度, 本质上是一个寻求量子计算系统控制参数最优集合的过程, 这一过程预设了一个核心条件, 即系统参数在优化期间需保持稳定. 对量子电路的稳定控制和测量也是VQE, QAOA等量子变分算法^[49,50]需要满足的重要条件之一. 然而, 在实际的超导量子计算平台中, 系统参数往往处于动态变化之中, 在一定的偏差范围内, 系统维持稳定的时间可能只有数秒, 也可能持续数月之久, 所以, 提高系统的稳定性和找到最优参数同样重要, 甚至更加困难. 引起系统参数漂移的因素诸多, 常见的如芯片材料中

的TLS移动^[51]、电报噪声^[52]、同步时钟稳定性^[53]等. 下面列出一些关于超导量子比特参数漂移的研究结果, 包括比特相干时间波动、量子门参数波动和高能事件.

6.1 相干时间波动

量子比特退相干是指量子比特在外部环境的影响下, 其相干性逐渐减弱并最终丧失的过程, 更详细的解释见第3.1节. 这一现象主要是环境噪声等因素导致的, 且会随着环境噪声、测控系统的变化而变化. 一般认为, 比特相干时间的显著变化是样品中的TLS移动导致的, 当TLS的频率与比特相近时, 比特退相干时间会急剧减小. 图7展示了 T_1 随比特频率和时间的变化, 图中深红色区域表示相干时间很短的频率和时间, 通过定位和规避TLS所在频率, 可以有效提高量子线路稳定性^[2,30].

6.2 量子门参数波动

除比特退相干之外, 比特的相干控制参数, 如驱动频率、驱动强度等参数也会随时间漂移. 图8展示了频率可调超导量子比特的频率在数小时内的漂移情况. 图9^[54]展示了超导量子处理器上实现X门的控制脉冲幅度在数小时内的变化情况. 一般来说, 参数在一定区域内的波动对量子门精度的影响不大, 系统仍可保持其稳定性.

6.3 高能事件

除了单个比特上的波动之外, 研究人员还观察到多比特乃至整个芯片级别的误差波动. 来自谷歌的团

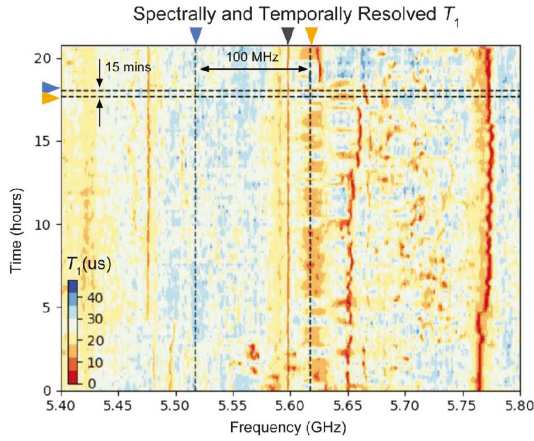


图 7 (网络版彩图)量子比特 T_1 随频率和时间的变化. 图片取自文献[51]的图2

Figure 7 (Color online) Variation of the qubit T_1 with frequency and time. Adapted from Figure 2 of ref. [51].

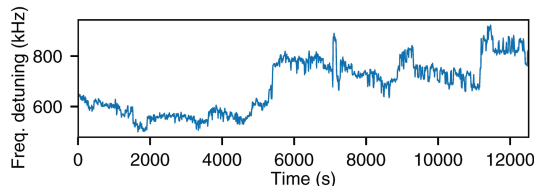


图 8 (网络版彩图)量子比特频率随时间的变化. 图片取自文献[30]的图11

Figure 8 (Color online) Variation of the qubit frequency with time. Adapted from Figure 11 of ref. [30].

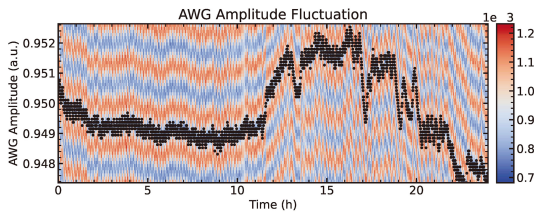


图 9 (网络版彩图) X门控制脉冲幅度随时间的变化. 图片取自文献[54]的图S4

Figure 9 (Color online) The dependence of X-pulse amplitude on time. Adapted from Figure S4 of ref. [54].

队在持续的量子纠错实验中观察到了多比特错误率暴涨然后逐渐恢复到正常水平的现象, 整个周期持续不到100 ms, 称为高能事件. 图10展示了该事件的数据结果. 该事件可能导致芯片上准粒子激发概率增大, 发生电荷隧穿, 改变比特能级结构, 从而增大操作错误率^[55], 文献[56]提出可以通过优化芯片设计来抑制准

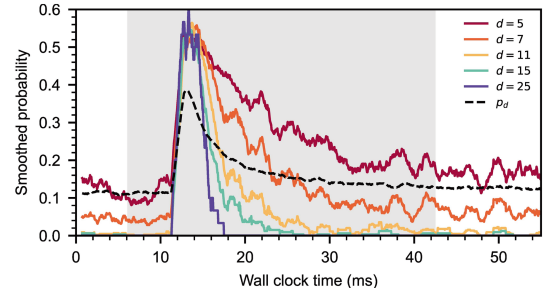


图 10 (网络版彩图)高能事件展示. 图片取自文献[14]的图S12

Figure 10 (Color online) An example of a high-energy event. Adapted from Figure S12 of ref. [14].

粒子的影响. 另外, 来自芝加哥大学的蒋良团队^[57]还提出可用分布式纠错来应对这种芯片级别的错误.

7 总结

超导量子计算平台作为目前主流的量子计算物理实现平台之一, 已经能在单块芯片上集成几十到上百比特. 为了推动量子计算实用化, 实现可纠错的逻辑量子比特, 还需进一步提高比特数量和操控精度. 为此, 本文梳理了超导量子计算平台中量子门常见的误差类型, 介绍了定量描述方法和标定方法, 并分析了误差来源, 供读者参考.

量子计算机想要超越经典计算机, 即实现所谓的量子优越性, 尚有许多挑战需要应对. 一方面, 需要在理论上严格证明量子算法的复杂度相较于经典算法有优势; 另一方面, 还要在量子硬件上实现量子算法所要求的比特数目和操控精度. 尽管有些实验声称用量子计算机演示了经典计算机无法严格求解的问题, 但是缺乏严格的复杂度证明. 在某些问题上, 已经证明量子算法有加速效果, 但是实验上无法达到相应的要求. 因此, 实现量子计算优势需要的硬件资源取决于所执行的具体任务和方法, 暂时没有一个确切的结论. 文献[2,4]和文献[58]分别展示了在量子计算机上实现采样问题和大数的质因数分解所需的硬件资源.

总而言之, 虽然近年来量子计算领域取得了显著进展, 但从现有硬件水平到广泛实现量子优势之间还存在较大差距, 目前仍未实现具有实际应用价值的量子优越性. 如何在提高比特数量的同时, 同步提高控制精度, 仍然面临巨大挑战, 是最终实现量子计算实用化的关键. 而这一切, 需要科学界和工业界的共同努力.

参考文献

- 1 Feynman R P. Simulating physics with computers. *Int J Theor Phys*, 1982, 21: 467–488
- 2 Arute F, Arya K, Babbush R, et al. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor. *Nature*, 2019, 574: 505–510
- 3 Kim Y, Eddins A, Anand S, et al. Evidence for the utility of quantum computing before fault tolerance. *Nature*, 2023, 618: 500–505
- 4 Wu Y, Bao W S, Cao S, et al. Strong quantum computational advantage using a superconducting quantum processor. *Phys Rev Lett*, 2021, 127: 180501
- 5 Preskill J. Quantum computing in the NISQ era and beyond. *Quantum*, 2018, 2: 79
- 6 Hamann S E, Haycock D L, Klose G, et al. Resolved-sideband Raman cooling to the ground state of an optical lattice. *Phys Rev Lett*, 1998, 80: 4149–4152
- 7 Perrin H, Kuhn A, Bouchoule I, et al. Sideband cooling of neutral atoms in a far-detuned optical lattice. *Europhys Lett*, 1998, 42: 395–400
- 8 Foxen B, Neill C, Dunsworth A, et al. Demonstrating a continuous set of two-qubit gates for near-term quantum algorithms. *Phys Rev Lett*, 2020, 125: 120504
- 9 Xu X S, Cui J Y, Cui Z D, et al. MindSpore quantum: A user-friendly, high-performance, and AI-compatible quantum computing framework. arXiv: [2406.17248](https://arxiv.org/abs/2406.17248)
- 10 Michael A N, Isaac L C. Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition. Cambridge: Cambridge University Press, 2011
- 11 Pedersen L H, Møller N M, Mølmer K. Fidelity of quantum operations. *Phys Lett A*, 2007, 367: 47–51
- 12 Ding L, Hays M, Sung Y, et al. High-fidelity, frequency-flexible two-qubit fluxonium gates with a transmon coupler. *Phys Rev X*, 2023, 13: 031035
- 13 Wood C J, Gambetta J M. Quantification and characterization of leakage errors. *Phys Rev A*, 2018, 97: 032306
- 14 Acharya R, Aleiner I, Allen R, et al. Suppressing quantum errors by scaling a surface code logical qubit. *Nature*, 2023, 614: 676–681
- 15 Chen Y, Sank D, O'Malley P, et al. Multiplexed dispersive readout of superconducting phase qubits. *Appl Phys Lett*, 2012, 101: 182601
- 16 Motzoi F, Gambetta J M, Rebentrost P, et al. Simple pulses for elimination of leakage in weakly nonlinear qubits. *Phys Rev Lett*, 2009, 103: 110501
- 17 Gambetta J M, Motzoi F, Merkel S T, et al. Analytic control methods for high-fidelity unitary operations in a weakly nonlinear oscillator. *Phys Rev A*, 2011, 83: 012308
- 18 Chow J M, DiCarlo L, Gambetta J M, et al. Optimized driving of superconducting artificial atoms for improved single-qubit gates. *Phys Rev A*, 2010, 82: 040305
- 19 Lucero E, Kelly J, Bialczak R C, et al. Reduced phase error through optimized control of a superconducting qubit. *Phys Rev A*, 2010, 82: 042339
- 20 Chen Z, Kelly J, Quintana C, et al. Measuring and suppressing quantum state leakage in a superconducting qubit. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 020501
- 21 Martinis J M, Geller M R. Fast adiabatic qubit gates using only σ_z control. *Phys Rev A*, 2014, 90: 022307
- 22 Wang T, Zhang Z, Xiang L, et al. Experimental realization of a fast controlled-Z gate via a shortcut to adiabaticity. *Phys Rev Appl*, 2019, 11: 034030
- 23 Li S, Castellano A D, Wang S, et al. Realisation of high-fidelity nonadiabatic CZ gates with superconducting qubits. *npj Quantum Inf*, 2019, 5: 84
- 24 Zong Z, Sun Z, Dong Z, et al. Optimization of a controlled-Z gate with data-driven gradient-ascent pulse engineering in a superconducting-qubit system. *Phys Rev Appl*, 2021, 15: 064005
- 25 Rol M A, Battistel F, Malinowski F K, et al. Fast, high-fidelity conditional-phase gate exploiting leakage interference in weakly anharmonic superconducting qubits. *Phys Rev Lett*, 2019, 123: 120502
- 26 Gustavsson S, Zwier O, Bylander J, et al. Improving quantum gate fidelities by using a qubit to measure microwave pulse distortions. *Phys Rev Lett*, 2013, 110: 040502
- 27 Neill C, Roushan P, Kechedzhi K, et al. A blueprint for demonstrating quantum supremacy with superconducting qubits. *Science*, 2018, 360: 195–199
- 28 Rol M A, Ciorciaro L, Malinowski F K, et al. Time-domain characterization and correction of on-chip distortion of control pulses in a quantum processor. *Appl Phys Lett*, 2020, 116: 054001
- 29 Xu S, Sun Z Z, Wang K, et al. Digital simulation of projective non-abelian anyons with 68 superconducting qubits. *Chin Phys Lett*, 2023, 40:

060301

- 30 Sung Y, Ding L, Braumüller J, et al. Realization of high-fidelity CZ and ZZ-free iSWAP gates with a tunable coupler. *Phys Rev X*, 2021, 11: 021058
- 31 Nuerbolati W, Han Z, Chu J, et al. Canceling microwave crosstalk with fixed-frequency qubits. *Appl Phys Lett*, 2022, 120: 174001
- 32 Zajac D, Stehlik J, Underwood D, et al. Spectators errors in multiqubit tunable coupling architectures. arXiv: 2108.11221
- 33 Yan F, Krantz P, Sung Y, et al. Tunable coupling scheme for implementing high-fidelity two-qubit gates. *Phys Rev Appl*, 2018, 10: 054062
- 34 Chu J, Yan F. Coupler-assisted controlled-phase gate with enhanced adiabaticity. *Phys Rev Appl*, 2021, 16: 054020
- 35 Xiang L, Chen J, Zhu Z, et al. Enhanced quantum state transfer by circumventing quantum chaotic behavior. *Nat Commun*, 2024, 15: 4918
- 36 Andersen C K, Remm A, Lazar S, et al. Repeated quantum error detection in a surface code. *Nat Phys*, 2020, 16: 875–880
- 37 Mundada P, Zhang G, Hazard T, et al. Suppression of qubit crosstalk in a tunable coupling superconducting circuit. *Phys Rev Appl*, 2019, 12: 054023
- 38 Xu Y, Chu J, Yuan J, et al. High-fidelity, high-scalability two-qubit gate scheme for superconducting qubits. *Phys Rev Lett*, 2020, 125: 240503
- 39 Ni Z, Li S, Zhang L, et al. Scalable method for eliminating residual ZZ interaction between superconducting qubits. *Phys Rev Lett*, 2022, 129: 040502
- 40 Xu S, Sun Z Z, Wang K, et al. Non-abelian braiding of Fibonacci anyons with a superconducting processor. *Nat Phys*, 2024, 20: 1469–1475
- 41 McEwen M, Kafri D, Chen Z, et al. Removing leakage-induced correlated errors in superconducting quantum error correction. *Nat Commun*, 2021, 12: 1761
- 42 Miao K C, McEwen M, Atalaya J, et al. Overcoming leakage in quantum error correction. *Nat Phys*, 2023, 19: 1780–1786
- 43 Knill E, Leibfried D, Reichle R, et al. Randomized benchmarking of quantum gates. *Phys Rev A*, 2008, 77: 012307
- 44 Boixo S, Isakov S V, Smelyanskiy V N, et al. Characterizing quantum supremacy in near-term devices. *Nat Phys*, 2018, 14: 595–600
- 45 Chuang I L, Nielsen M A. Prescription for experimental determination of the dynamics of a quantum black box. *J Modern Opt*, 1997, 44: 2455–2467
- 46 Kelly J S. Fault-Tolerant Superconducting Qubits. Dissertation for Doctoral Degree. Santa Barbara: University of California, 2015
- 47 Magesan E, Gambetta J M, Johnson B R, et al. Efficient measurement of quantum gate error by interleaved randomized benchmarking. *Phys Rev Lett*, 2012, 109: 080505
- 48 Proctor T J, Carignan-Dugas A, Rudinger K, et al. Direct randomized benchmarking for multiqubit devices. *Phys Rev Lett*, 2019, 123: 030503
- 49 Harrigan M P, Sung K J, Neeley M, et al. Quantum approximate optimization of non-planar graph problems on a planar superconducting processor. *Nat Phys*, 2021, 17: 332–336
- 50 Rabinovich D, Campos E, Adhikary S, et al. Robustness of variational quantum algorithms against stochastic parameter perturbation. *Phys Rev A*, 2024, 109: 042426
- 51 Klimov P V, Kelly J, Chen Z, et al. Fluctuations of energy-relaxation times in superconducting qubits. *Phys Rev Lett*, 2018, 121: 090502
- 52 O'Malley P J J, Kelly J, Barends R, et al. Qubit metrology of ultralow phase noise using randomized benchmarking. *Phys Rev Appl*, 2015, 3: 044009
- 53 Ball H, Oliver W D, Biercuk M J. The role of master clock stability in quantum information processing. *npj Quantum Inf*, 2016, 2: 16033
- 54 Li Z, Liu P, Zhao P, et al. Error per single-qubit gate below 10^{-4} in a superconducting qubit. *npj Quantum Inf*, 2023, 9: 111
- 55 Wilen C D, Abdullah S, Kurinsky N A, et al. Correlated charge noise and relaxation errors in superconducting qubits. *Nature*, 2021, 594: 369–373
- 56 Pan X, Zhou Y, Yuan H, et al. Engineering superconducting qubits to reduce quasiparticles and charge noise. *Nat Commun*, 2022, 13: 7196
- 57 Xu Q, Seif A, Yan H, et al. Distributed quantum error correction for chip-level catastrophic errors. *Phys Rev Lett*, 2022, 129: 240502
- 58 Gidney C, Ekerå M. How to factor 2048 bit RSA integers in 8 hours using 20 million noisy qubits. *Quantum*, 2021, 5: 433

Errors of quantum gates in superconducting quantum circuits

SONG ZiXuan^{1†}, LUO Kai^{2†}, XIANG Liang¹, CUI JiangYu³,
GUO QiuJiang¹ & YUNG ManHong^{2*}

¹*ZJU-Hangzhou Global Scientific and Technological Innovation Center, Zhejiang University, Hangzhou 311215, China*

²*Shenzhen Institute for Quantum Science and Engineering, Southern University of Science and Technology, Shenzhen 518000, China*

³*Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*

**Corresponding author (email: yung@sustech.edu.cn)*

Analyzing and mitigating the errors of quantum gates presents a critical challenge in quantum computing. This article reviews the errors of quantum gates in superconducting quantum circuits, starting with an introduction to the basic concepts of quantum gates, including error sources and benchmarking methods. It subsequently discusses the crosstalk errors induced by quantum gates operating in parallel. Finally, the article summarizes the primary factors affecting system stability, and provides a reference for pushing forward the industrialization of superconducting quantum computing.

superconducting quantum computing, quantum gate, error characterization, crosstalk

PACS: 03.65.-w, 03.67.Lx, 85.25.Cp

doi: [10.1360/SSPMA-2024-0531](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2024-0531)