



基于奇异摄动理论的刚柔耦合空间机器人位姿跟踪控制

许远飞, 叶哲, 邬树楠, 高远, 周威亚*

中山大学航空航天学院, 深圳 518107

*联系人, E-mail: zhouwy73@mail.sysu.edu.cn

收稿日期: 2025-05-02; 接受日期: 2025-08-29; 网络出版日期: 2025-10-20

国家自然科学基金(编号: 12472049, 62388101, 12202509)和深圳市科技计划资助项目(编号: 202206193000001, 20220816231330001)资助

摘要 针对存在参数不确定性和外部扰动的刚柔耦合空间机器人位姿跟踪控制问题, 本文提出一种基于奇异摄动理论的滑模-线性二次型调节器复合控制器. 基于Jourdain速度变分原理, 建立了包含参数不确定性和有界扰动的刚柔耦合空间机器人动力学模型. 为同时满足轨迹跟踪和弹性振动抑制需求, 通过奇异摄动分解将动力学模型解耦为表征刚性运动的慢变子系统和描述柔性振动的快变子系统. 针对慢变子系统, 设计具备有限时间收敛特性的自适应滑模变结构控制器, 同时引入径向基神经网络对系统不确定性及扰动进行估计, 并通过自适应增益补偿估计误差. 针对快变子系统, 基于最优控制理论设计线性二次型调节器. 仿真结果表明, 所设计的控制器在控制精度、鲁棒性以及振动抑制方面表现出色, 验证了所提控制方法的有效性.

关键词 空间机器人, 滑模控制, 奇异摄动理论, 自适应神经网络

PACS: 02.30.Yy, 07.05.Mh, 45.20.Jj, 45.40.Ln, 45.80.+r

1 引言

随着空间组装、在轨维修、轨道碎片清除等复杂航天任务需求的日益增加, 传统刚性空间机械臂在应对大范围运动、非合作目标捕获等新兴复杂场景时, 逐渐显现出适应性、自主性、灵活性不足的局限, 难以满足多样化的任务需求^[1-4]. 新一代空间机器人通过集成可展开太阳能帆板等柔性部件, 显著提升了系统的适应性和能源利用效率, 为空间任务的高效执行提供了新的解决方案. 然而, 在轨建造或操控过程中

此类柔性部件通常保持完全展开状态, 典型任务包括大型卫星天线、大口径空间望远镜以及空间太阳能电站等超大型航天结构的在轨建造与维护. 空间机器人因其大尺寸、轻量化的特性导致结构基频较低, 在弱阻尼空间环境中极易受机械臂运动激励而产生显著振动^[5]. 若未对柔性振动进行主动抑制, 即使在仅数米尺寸的实验构型中, 柔性附件的振动也会通过耦合路径扰动基座姿态与轨道位置^[6]. 此外, 空间机器人的刚性机械臂与柔性部件之间的动态耦合效应, 会导致系统动力学行为复杂. 作为具有多自由度、强耦合特性的

引用格式: 许远飞, 叶哲, 邬树楠, 等. 基于奇异摄动理论的刚柔耦合空间机器人位姿跟踪控制. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2026, 56: 104511

Xu Y F, Ye Z, Wu S N, et al. Singular perturbation-based pose tracking control for rigid-flexible coupled space robot (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2026, 56: 104511, doi: [10.1360/SSPMA-2025-0188](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2025-0188)

系统, 其跟踪控制面临诸多新的挑战^[7,8]. 因此, 面向在轨精准操作任务, 亟需一种能够适应空间机器人柔性特性的先进控制方法, 以提升机械臂在抓捕和操控任务中的稳定性.

针对空间机器人跟踪控制问题, 常用的控制方法主要包括比例-积分-微分(Proportional-integral-differential, PID)控制^[9]、模型预测控制^[10]、滑模控制^[11-13]、强化学习^[14]等. 王嵩等人^[12]基于径向基(Radial Basis Function, RBF)神经网络, 提出了一种非奇异终端滑模控制方法, 通过自适应增益机制确保误差收敛, 实现了空间机器人轨迹的稳定跟踪. Li等人^[15]提出了一种结合线性扩展状态观测器和模型预测控制的刚性机械臂轨迹跟踪控制方法, 具有较高的跟踪精度和抗干扰能力, 适用于在轨服务任务. Jia等人^[13]针对空间机器人的轨迹跟踪问题, 提出了分布式自适应滑模控制方法, 实现了对系统不确定性的鲁棒控制. Guo等人^[16]针对自由浮动的双臂空间机器人设计了非线性模型预测控制器, 有效解决了在模型不确定性和外部扰动下跟踪控制问题. 上述研究只考虑机械臂或刚性空间机器人的跟踪控制问题, 没有考虑柔性部件的影响, 而空间机器人固有的刚柔耦合效应对控制的影响不可忽略.

针对刚柔耦合空间机器人系统, 需要研究能够有效抑制柔性部件振动的控制器. 如何同时实现机械臂高精度轨迹跟踪与柔性结构振动抑制, 是目前面临的关键技术挑战^[17]. Fonseca等人^[18]针对含柔性太阳能帆板的卫星, 采用反作用轮和压电片, 基于PID控制设计了姿态与振动控制的复合控制方案. 杨今朝^[19]针对空间连续型机器人的一体化控制问题, 为有效抑制太阳帆板的振动, 在其表面安装了压电驱动器与应变传感器, 并提出了一种基于混合互补理论的复合控制方案. 虽然上述方法能够有效控制帆板振动, 但采用压电作动器的应用不仅导致能源效率降低, 还引入了附加质量、额外传感需求等系统集成挑战, 增加了在轨维护的复杂度. 为此, 本研究引入奇异摄动技术来解决这一问题.

奇异摄动控制是一种专门针对多时间尺度动态系统的先进控制方法, 对于刚性运动与柔性振动耦合的系统具有显著优势. 基于奇异摄动理论, 可将空间机器人耦合系统解耦为慢变和快变两个子系统, 并分别设计控制器, 在保证控制性能的同时显著降低计算复杂度^[20,21]. Khan等人^[20]针对柔性关节机器人存在的参

数变化、非线性、欠驱动等问题, 提出基于奇异摄动法和两个状态观测器的自适应积分滑模控制器. Qi等人^[22]针对柔性关节机械手在空间操作过程中存在的未知干扰和弹性振动问题, 提出了一种自适应模糊有限时间奇异摄动控制方法. Yang等人^[23]针对具有刚柔连杆的自由飞行空间机器人, 基于奇异摄动理论设计了轨迹跟踪和振动控制的复合控制方案. 谢立敏等人^[24]面向输入受限的漂浮基多柔性空间机器人系统, 基于奇异摄动理论提出一种结合鲁棒滑模模糊控制、速度差值反馈和线性二次最优控制的混合控制方法, 实现精确运动控制和振动抑制. 现有关于柔性空间机器人控制方面的研究已取得诸多成果, 但大多集中于柔性关节振动抑制问题, 且主要针对平面机械臂场景. 这与本文所关注的刚柔耦合系统, 在动力学建模与控制层面存在本质差异, 主要体现在结构柔性来源与耦合机制方面. 这种差异致使现有控制策略难以直接应用, 为高精度的位姿跟踪控制带来了新的挑战.

本文通过Jourdain速度变分原理建立刚柔耦合空间机器人动力学模型, 基于奇异摄动理论设计滑模-线性二次型调节器(Singular Perturbation-based Sliding Mode Linear Quadratic Regulator, SP-SMLQR)复合控制器. 最后, 通过仿真验证控制方法的有效性.

2 空间机器人动力学模型

图1所示为刚柔耦合空间机器人构型示意图, 本研究针对的刚柔耦合空间机器人由基座 B_1 、 n 自由度串联机械臂(B_2 - B_{n+1})及对称布局的柔性帆板(B_{n+2} , B_{n+3})组成, 其中柔性帆板作为系统能量供给单元, 机械臂用于实现在轨抓捕、组装等复杂操作.

为建立耦合动力学模型, 惯性坐标系 Σ_0 固定在虚体 B_0 上, 通过虚铰 H_1 (含3个转动自由度和3个平动自由度)描述基座运动特性. 基于固定点构建基座及机械臂各连杆固连坐标系 Σ_i ($i = 1, \dots, n+1$). 柔性帆板采用Craig-Bampton模态综合法, 建立以未变形质心为原点的浮动坐标系 Σ_i ($i = n+2, n+3$).

定义空间机器人的刚体坐标为

$$\mathbf{q} = [x_b, y_b, z_b, \alpha, \beta, \gamma, \theta_1, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n]^T (i = 1, \dots, n), \quad (1)$$

式中: x_b, y_b, z_b 和 α, β, γ 分别为基座的平动坐标和欧拉角; θ_i 为空间机器人的关节转动坐标.

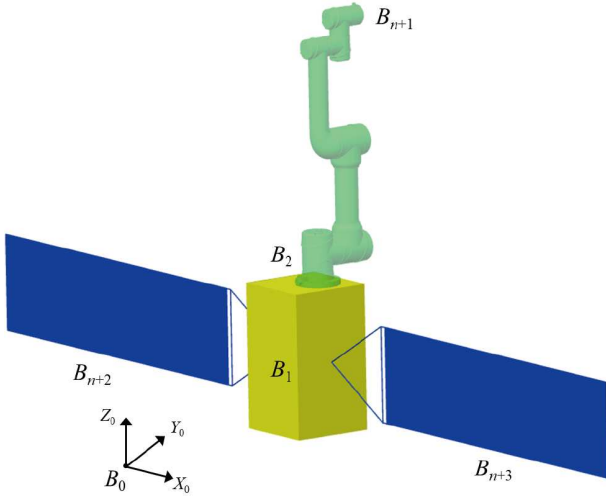


图 1 (网络版彩图)刚柔耦合空间机器人构型示意图
Figure 1 (Color online) Schematic diagram of rigid-flexible coupled space robot.

对于刚柔耦合空间机器人, 广义坐标由刚体坐标和模态坐标共同表示:

$$\mathbf{y} = [\mathbf{q}^T, \boldsymbol{\eta}^T]^T, \quad (2)$$

式中: $\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1^T, \boldsymbol{\eta}_2^T]^T$, $\boldsymbol{\eta}_i = [\eta_{i1}, \eta_{i2}, \dots, \eta_{is}]^T (i = 1, 2)$ 是柔性帆板的模态坐标, s 是模态坐标数.

基于Jourdain速度变分原理建立系统动力学模型, 其方程形式为^[25]

$$\begin{cases} \mathbf{z} + \mathbf{f}^{ev} - \mathbf{Z}\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{0}, \\ \mathbf{Z} = \mathbf{G}^T \mathbf{M} \mathbf{G}, \\ \mathbf{z} = \mathbf{G}^T (\mathbf{f} - \mathbf{M} \mathbf{g} \mathbf{1}_N), \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{M}$ 为广义质量矩阵; $\mathbf{z}$ 为科氏力、离心力等非线性项; $\mathbf{G}$ 和 $\mathbf{g}$ 为递归矩阵; $\mathbf{1}_N$ 是一个元素全为 1 的列向量; $\mathbf{f}^{ev}$ 为系统中的理想约束力, 如主动控制力; $\mathbf{f} = \mathbf{f}^o - \mathbf{f}^u - \mathbf{f}^w$ 为广义外力向量, $\mathbf{f}^w$, $\mathbf{f}^o$, $\mathbf{f}^u$ 分别为广义惯性阵、广义外力阵和广义变形力阵.

空间机器人在轨操作过程中, 结构质量分布变化、关节刚度波动、燃料消耗以及空间扰动等因素均可能导致系统不确定性, 进而影响系统的运动精度和装配稳定性. 为此, 在动力学方程中引入建模不确定项和扰动不确定项, 以更准确地描述系统的动态行为. 系统的动力学方程拓展为

$$(\mathbf{z} + \Delta \mathbf{z}) - (\mathbf{Z} + \Delta \mathbf{Z})\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{f}^{ev} + \boldsymbol{\tau}_d = \mathbf{0}, \quad (4)$$

式中: $\Delta \mathbf{Z}$ 为广义惯性质量矩阵的不确定项, $\Delta \mathbf{z}$ 为科氏

力、离心力等非线性不确定项, $\boldsymbol{\tau}_d$ 为扰动项.

根据式(4), 系统的动力学方程进一步改写为

$$\mathbf{Z}\ddot{\mathbf{y}} - \mathbf{z} - \boldsymbol{\tau} = \mathbf{f}^{ev}, \quad (5)$$

式中: $\boldsymbol{\tau} = \Delta \mathbf{z} + \boldsymbol{\tau}_d - \Delta \mathbf{Z}\ddot{\mathbf{y}}$, $\boldsymbol{\tau}$ 表示系统不确定项和外界干扰的集总扰动.

3 奇异摄动分解

针对空间机器人高精度位姿控制中轨迹跟踪与柔性振动抑制的双重需求, 本文基于奇异摄动理论, 将系统动力学按时间尺度分解为描述刚性运动的慢变子系统和表征柔性振动的快变子系统. 通过引入无量纲小参数实现刚柔时空解耦, 从而提升运动精度和振动抑制效果.

假设空间机器人未受到外力作用, 即外力向量 $\mathbf{f}^o = \mathbf{0}$, 此时系统的广义力向量 $\mathbf{f}$ 仅由广义惯性力 $\mathbf{f}^w$ 和广义变形力 $\mathbf{f}^u$ 组成:

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}) = -\mathbf{f}^w(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}) - \mathbf{f}^u(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}), \quad (6)$$

式中: $\mathbf{f}^w = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_q^w \\ \mathbf{f}_\eta^w \end{bmatrix}$, $\mathbf{f}^u = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\eta}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{K}\boldsymbol{\eta} \end{bmatrix}$, $\mathbf{C}$ 为模态阻尼矩阵;

$\mathbf{K}$ 为模态刚度矩阵.

联立式(3)和(6), 非线性项 $\mathbf{z}$ 可以写为

$$\mathbf{z} = -\begin{bmatrix} \mathbf{E}_1(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) \\ \mathbf{E}_2(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) \end{bmatrix} - \mathbf{G}^T \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{K}\boldsymbol{\eta} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_1(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) \\ \mathbf{E}_2(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) \end{bmatrix} = \mathbf{G}^T \mathbf{M} \begin{bmatrix} \mathbf{g}_q \\ \mathbf{g}_\eta \end{bmatrix} \mathbf{1}_N + \mathbf{G}^T \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\eta}} \end{bmatrix} + \mathbf{G}^T \begin{bmatrix} \mathbf{f}_q^w \\ \mathbf{f}_\eta^w \end{bmatrix}.$$

仅考虑作用于基座和关节的控制力/力矩, 将式(5)可表示为

$$\mathbf{Z} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) \\ \mathbf{E}_2(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) \end{bmatrix} + \mathbf{G}^T \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{K}\boldsymbol{\eta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_q \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

式中: $\mathbf{u}$ 为控制力/力矩向量; $\boldsymbol{\tau}_q$ 为扰动力/力矩向量.

令

$$\mathbf{Z}^{-1} = \mathbf{H}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}) & \mathbf{H}_{12}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}) \\ \mathbf{H}_{21}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}) & \mathbf{H}_{22}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}) \mathbf{G}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}) & \mathbf{P}_{12}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}) \\ \mathbf{P}_{21}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}) & \mathbf{P}_{22}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\eta}) \end{bmatrix},$$

式(8)改写为

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{H}_{11}(\mathbf{q}, \eta)\mathbf{u} - \mathbf{H}_{11}(\mathbf{q}, \eta)\mathbf{E}_1(\mathbf{q}, \eta, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\eta}) - \mathbf{H}_{12}(\mathbf{q}, \eta)\mathbf{E}_2(\mathbf{q}, \eta, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\eta}) - \mathbf{P}_{12}(\mathbf{q}, \eta)\mathbf{K}\eta + \mathbf{H}_{11}(\mathbf{q}, \eta)\boldsymbol{\tau}_q, \quad (9)$$

$$\ddot{\eta} = \mathbf{H}_{21}(\mathbf{q}, \eta)\mathbf{u} - \mathbf{H}_{21}(\mathbf{q}, \eta)\mathbf{E}_1(\mathbf{q}, \eta, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\eta}) - \mathbf{H}_{22}(\mathbf{q}, \eta)\mathbf{E}_2(\mathbf{q}, \eta, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\eta}) - \mathbf{P}_{22}(\mathbf{q}, \eta)\mathbf{K}\eta. \quad (10)$$

引入奇异摄动参数 $\mu = 1/k$ (k 为刚度矩阵 $\mathbf{K}$ 中的最小值). 定义 $\mathbf{x} = \mathbf{K}\eta$, 且 $\widehat{\mathbf{K}} = \mu\mathbf{K}$, 得到

$$\eta = \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{x}. \quad (11)$$

结合式(9)–(11)得到系统的奇异摄动模型:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}} = & \mathbf{H}_{11}(\mathbf{q}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{x})\mathbf{u} \\ & - \mathbf{H}_{11}(\mathbf{q}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{x})\mathbf{E}_1(\mathbf{q}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{x}, \dot{\mathbf{q}}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{x}}) \\ & - \mathbf{H}_{12}(\mathbf{q}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{x})\mathbf{E}_2(\mathbf{q}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{x}, \dot{\mathbf{q}}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{x}}) \\ & - \mathbf{P}_{12}(\mathbf{q}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{x})\mathbf{x} + \mathbf{H}_{11}(\mathbf{q}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{x})\boldsymbol{\tau}_q, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\ddot{\mathbf{x}} = & \mathbf{H}_{21}(\mathbf{q}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{x})\mathbf{u} - \mathbf{P}_{22}(\mathbf{q}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{x})\mathbf{x} \\ & - \mathbf{H}_{21}(\mathbf{q}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{x})\mathbf{E}_1(\mathbf{q}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{x}, \dot{\mathbf{q}}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{x}}) \\ & - \mathbf{H}_{22}(\mathbf{q}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{x})\mathbf{E}_2(\mathbf{q}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\mathbf{x}, \dot{\mathbf{q}}, \mu\widehat{\mathbf{K}}^{-1}\dot{\mathbf{x}}). \end{aligned} \quad (13)$$

由式(12)解耦的慢变子系统表示为

$$\ddot{\mathbf{q}}_s = \mathbf{C}(\mathbf{q}_s)\mathbf{u}_s + \mathbf{M}(\mathbf{q}_s, \dot{\mathbf{q}}_s) + \boldsymbol{\tau}_q, \quad (14)$$

式中: $\mathbf{q}_s$ 和 $\mathbf{u}_s$ 分别为系统进入准稳态过程中慢状态变量和控制力向量; $\boldsymbol{\tau}_q$ 为慢子系统的不确定项:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(\mathbf{q}_s) = & \mathbf{H}_{11}(\mathbf{q}_s) - \mathbf{P}_{12}(\mathbf{q}_s)\mathbf{P}_{22}^{-1}(\mathbf{q}_s)\mathbf{H}_{21}(\mathbf{q}_s), \\ \mathbf{M}(\mathbf{q}_s, \dot{\mathbf{q}}_s) = & \mathbf{P}_{12}(\mathbf{q}_s)\mathbf{P}_{22}^{-1}(\mathbf{q}_s)\mathbf{H}_{21}(\mathbf{q}_s)\mathbf{E}_1(\mathbf{q}_s, \dot{\mathbf{q}}_s) \\ & + \mathbf{P}_{12}(\mathbf{q}_s)\mathbf{P}_{22}^{-1}(\mathbf{q}_s)\mathbf{H}_{22}(\mathbf{q}_s)\mathbf{E}_2(\mathbf{q}_s, \dot{\mathbf{q}}_s) \\ & - \mathbf{H}_{11}(\mathbf{q}_s)\mathbf{E}_1(\mathbf{q}_s, \dot{\mathbf{q}}_s) \\ & - \mathbf{H}_{12}(\mathbf{q}_s)\mathbf{E}_2(\mathbf{q}_s, \dot{\mathbf{q}}_s). \end{aligned}$$

由式(13)解耦的快变子系统表示为

$$\begin{cases} \frac{d^2\zeta_0}{dt_f^2} = \mathbf{H}_{21}(\mathbf{q}_s, \mathbf{0})\mathbf{u}_f - \mathbf{P}_{22}(\mathbf{q}_s, \mathbf{0})\widehat{\mathbf{K}}\zeta_0, \\ \mathbf{u}_f = \mathbf{u} - \mathbf{u}_s, \end{cases} \quad (15)$$

式中: $\zeta_0 = \widehat{\mathbf{K}}^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s)$; $\mathbf{x}_s$ 为系统进入准稳态过程时的快变变量; $t_f = t / \sqrt{\mu}$ 为时间尺寸变量.

由此, 空间机器人系统被解耦为两个二阶子系统, 式(14)和(15)分别表征系统的慢变子系统和快变子系统. 原系统的控制律由快变子系统与慢变子系统控制律共同构成.

4 控制器设计及稳定性证明

4.1 控制器设计

滑模变结构控制(Sliding Mode Controller, SMC)凭借鲁棒性强、响应迅速特性和对模型参数依赖性低的优势, 在处理系统不确定性及外部扰动时表现出显著优势. 该方法通过构造滑模流形, 可使系统状态在有限时间内收敛至平衡点. 然而, 传统滑模控制存在高频抖振现象, 且在应对未知动态不确定性方面存在局限性, 制约了其在精密控制场景中的应用.

鉴于此, 本文针对慢变子系统中具有已知上界的时变参数不确定性及外部扰动, 采用RBF神经网络实时估计系统内部不确定项, 引入自适应增益项动态修正神经网络估计残差, 设计了一种融合滑模控制与RBF神经网络的控制律; 针对快变子系统柔性振动抑制需求, 设计了保证二次型性能指标的最优LQR控制器. 该复合控制策略通过慢变回路的结构不确定在线补偿与快变回路的精准抑制, 形成刚柔动态互补增强机制, 其系统控制框图如图2所示.

慢变子系统的误差向量 $\mathbf{e}_s$, $\dot{\mathbf{e}}_s$ 定义为

$$\begin{cases} \mathbf{e}_s = \mathbf{q}_s - \mathbf{q}_d, \\ \dot{\mathbf{e}}_s = \dot{\mathbf{q}}_s - \dot{\mathbf{q}}_d, \end{cases} \quad (16)$$

式中: $\mathbf{q}_d$ 为期望轨迹; $\dot{\mathbf{q}}_d$ 为期望速度.

综合考虑收敛速度和奇异问题, 设计滑模面为

$$\mathbf{s} = \mathbf{e}_s + c_1 \text{sgn}(\mathbf{e}_s)^\gamma + c_2 \text{sgn}(\dot{\mathbf{e}}_s)^\beta, \quad (17)$$

式中: c_1, c_2 为正常数; $1 < \beta < 2, \gamma > \beta$; $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数, $\text{sgn}(\cdot)^*$ 的表达式为

$$\begin{cases} \text{sgn}(x)^\alpha = |x|^\alpha \text{sgn}(x), \\ \frac{d}{dt}[\text{sgn}(x)^\alpha] = \alpha |x|^{\alpha-1} \dot{x}. \end{cases} \quad (18)$$

对式(17)求导, 并将式(14)代入, 得到

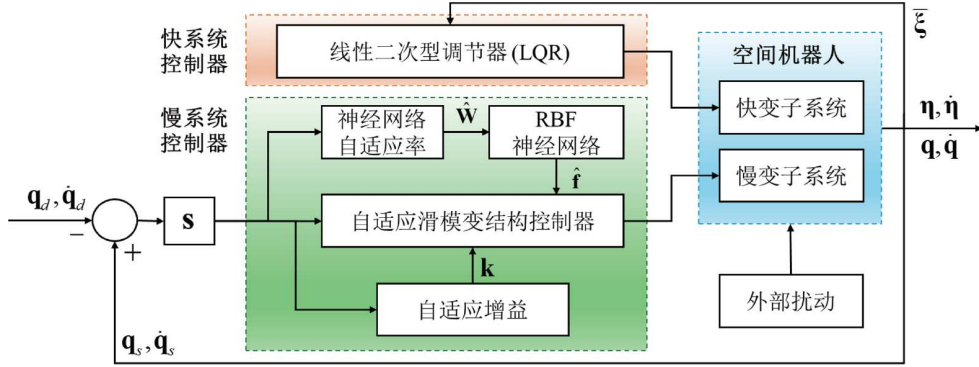


图 2 (网络版彩图)控制系统流程图

Figure 2 (Color online) Control system block diagram.

$$\dot{\mathbf{s}} = \dot{\mathbf{e}}_s + c_1 \gamma \text{diag}(|\dot{\mathbf{e}}_s|^{\gamma-1}) \dot{\mathbf{e}}_s + c_2 \beta \text{diag}(|\dot{\mathbf{e}}_s|^{\beta-1}) \times [\mathbf{C}(\mathbf{q}_s) \mathbf{u}_s + \mathbf{M}(\mathbf{q}_s, \dot{\mathbf{q}}_s) \dot{\mathbf{f}} - \ddot{\mathbf{q}}_d], \quad (19)$$

式中: $\hat{\mathbf{f}}$ 为 RBF 神经网络对系统不确定项的估计, 表示为

$$\hat{\mathbf{f}} = \hat{\mathbf{W}}^T \mathbf{h}(\mathbf{x}), \quad (20)$$

式中: $\hat{\mathbf{W}}$ 为神经网络估计的权重矩阵;

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = [h_1(\mathbf{x}), h_2(\mathbf{x}), \dots, h_k(\mathbf{x})]^T$$

为神经网络的径向基向量, 表示为

$$h_i(\mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|_2^2}{2b_i^2}\right), \quad (21)$$

式中: $\mathbf{x}$ 为神经网络的输入信号; b_i 为基函数宽度; $\mathbf{c}_i$ 为神经网络节点中心向量.

针对慢子系统设计如下控制律:

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2. \quad (22)$$

令 $\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{0}$ 得到等效控制律 $\mathbf{u}_1$:

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{q}_s) \left[\ddot{\mathbf{q}}_d - \frac{1}{c_2 \beta} \Gamma_s (\mathbf{1}_N + c_1 \gamma |\dot{\mathbf{e}}|^{\gamma-1}) \right] - \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{q}_s) \mathbf{M}(\mathbf{q}_s, \dot{\mathbf{q}}_s) - \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{q}_s) \hat{\mathbf{f}}, \quad (23)$$

式中: $\Gamma_s = \text{diag}(|\dot{\mathbf{e}}_s|^{2-\beta}) \text{diag}[\text{sgn}(\dot{\mathbf{e}}_s)]$.

设置切换控制律为

$$\mathbf{u}_2 = -\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{q}_s) [\mathbf{k}_0 \mathbf{s} + \text{diag}(\mathbf{k}_1) \text{sgn}(\mathbf{s})], \quad (24)$$

式中: $\mathbf{k}_0$ 为正定对角矩阵; $\mathbf{k}_1$ 为自适应增益, 其自适应

律为

$$\dot{\mathbf{k}}_1 = \eta c_2 \beta \text{diag}(|\dot{\mathbf{e}}_s|^{\beta-1}) |\mathbf{s}|, \quad (25)$$

式中: $\eta > 0$ 为自适应学习率.

为保证神经网络能够更好地学习不确定性, 设置神经网络的自适应律:

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}} = c_2 \beta \zeta \mathbf{h}^T \text{diag}(|\dot{\mathbf{e}}_s|^{\beta-1}), \quad (26)$$

式中: ζ 表示神经网络学习率, 是一个正定对角矩阵.

为得到快变子系统的状态方程, 定义状态变量:

$$\begin{cases} \xi_1 = \xi_0, \\ \xi_2 = \frac{d\xi_1}{dt_f}. \end{cases} \quad (27)$$

式(15)可以表示为

$$\begin{cases} \frac{d\xi_1}{dt_f} = \xi_2, \\ \frac{d\xi_2}{dt_f} = \mathbf{H}_{21}(\mathbf{q}_s, \mathbf{0}) \mathbf{u}_f - \mathbf{P}_{22}(\mathbf{q}_s, \mathbf{0}) \hat{\mathbf{K}} \xi_1. \end{cases} \quad (28)$$

令 $\bar{\xi} = [\xi_1^T \ \xi_2^T]^T$, 式(28)改写为

$$\frac{d\bar{\xi}}{dt_f} = \mathbf{A}_f \bar{\xi} + \mathbf{B}_f \mathbf{u}_f, \quad (29)$$

式中:

$$\mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{P}_{22}(\mathbf{q}_s, \mathbf{0}) \hat{\mathbf{K}} & \mathbf{0} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{H}_{21}(\mathbf{q}_s, \mathbf{0}) \end{bmatrix};$$

$\mathbf{I}$ 为单位矩阵.

根据 LQR 最优控制理论, 快变子系统的控制律设

计为

$$\mathbf{u}_f = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}_f^T\mathbf{P}\tilde{\boldsymbol{\xi}}, \quad (30)$$

式中: $\mathbf{P}$ 通过求解Riccati方程得到.

综上, 空间机器人位姿跟踪控制器表征为

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_s + \mathbf{u}_f, \quad (31)$$

式中: $\mathbf{u}$ 为控制向量, 包含基座的控制力/力矩以及机械臂各关节的驱动力矩.

4.2 稳定性证明

假设神经网络的最优估计为 $\mathbf{f}^*$, 最优估计权重为 $\mathbf{W}^*$, 则系统不确定项估计误差为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{f}^* - \hat{\mathbf{f}} = \mathbf{W}^{*T}\mathbf{h} - \hat{\mathbf{W}}^T\mathbf{h} + \boldsymbol{\varepsilon}^*, \quad (32)$$

式中: $\boldsymbol{\varepsilon}^*$ 为最优估计时的逼近误差; $|\boldsymbol{\varepsilon}^*| \leq \boldsymbol{\varepsilon}_N$, $\boldsymbol{\varepsilon}_N$ 为神经网络估计误差上界.

令 $\tilde{\mathbf{k}} = \boldsymbol{\varepsilon}_N - \mathbf{k}_1$, $\tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{W}^* - \hat{\mathbf{W}}$. 选择Lyapunov函数如下:

$$V = \frac{1}{2} \left(\mathbf{s}^T\mathbf{s} + \left\| \tilde{\mathbf{W}}\sqrt{\zeta^{-1}} \right\|_2^2 + \eta^{-1}\tilde{\mathbf{k}}^T\tilde{\mathbf{k}} \right). \quad (33)$$

式(33)对时间求导:

$$\dot{V} = \mathbf{s}^T\dot{\mathbf{s}} + \text{tr} \left(\tilde{\mathbf{W}}^T\zeta^{-1}\dot{\tilde{\mathbf{W}}} \right) + \eta^{-1}\dot{\tilde{\mathbf{k}}}^T\tilde{\mathbf{k}}. \quad (34)$$

将慢变子系统的控制律 $\mathbf{u}_s$ 代入式(19), 可得

$$\dot{\mathbf{s}} = \boldsymbol{\psi}[\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{k}_0\mathbf{s} - \text{diag}(\mathbf{k}_1)\text{sgn}(\mathbf{s})], \quad (35)$$

式中: $\boldsymbol{\psi} = c_2\beta\text{diag}(|\dot{\mathbf{e}}_s|^{\beta-1})$; $\boldsymbol{\psi}$ 为半正对角矩阵.

将式(35)代入式(34), 可得到

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \text{tr} \left(\tilde{\mathbf{W}}^T\zeta^{-1}\dot{\tilde{\mathbf{W}}} \right) + \eta^{-1}\dot{\tilde{\mathbf{k}}}^T\tilde{\mathbf{k}} \\ & + \mathbf{s}^T\boldsymbol{\psi} \left[\tilde{\mathbf{W}}^T\mathbf{h} + \boldsymbol{\varepsilon}^* - \mathbf{k}_0\mathbf{s} - \text{diag}(\mathbf{k}_1)\text{sgn}(\mathbf{s}) \right], \end{aligned} \quad (36)$$

式中: $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹.

考虑到 $\mathbf{s}^T\boldsymbol{\psi}\tilde{\mathbf{W}}^T\mathbf{h} = \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}^T\mathbf{h}\mathbf{s}^T\boldsymbol{\psi})$, $\dot{\tilde{\mathbf{W}}} = -\dot{\hat{\mathbf{W}}}$, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \text{tr} \left(\tilde{\mathbf{W}}^T\mathbf{h}\mathbf{s}^T\boldsymbol{\psi} - \tilde{\mathbf{W}}^T\zeta^{-1}\dot{\hat{\mathbf{W}}} \right) \\ & - \mathbf{s}^T\boldsymbol{\psi}[\mathbf{k}_0\mathbf{s} + \text{diag}(\mathbf{k}_1)\text{sgn}(\mathbf{s}) - \boldsymbol{\varepsilon}^*] + \eta^{-1}\dot{\tilde{\mathbf{k}}}^T\tilde{\mathbf{k}}. \end{aligned} \quad (37)$$

将式(26)代入式(37), 可得

$$\dot{V} = \eta^{-1}\dot{\tilde{\mathbf{k}}}^T\tilde{\mathbf{k}} - \mathbf{s}^T\boldsymbol{\psi}[\mathbf{k}_0\mathbf{s} + \text{diag}(\mathbf{k}_1)\text{sgn}(\mathbf{s}) - \boldsymbol{\varepsilon}^*]. \quad (38)$$

由于 $\boldsymbol{\varepsilon}_N$ 为神经网络估计误差上界, 则 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_N = 0$, 将式(25)代入式(38), 可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V} = & |\mathbf{s}|^T\boldsymbol{\psi}(\mathbf{k}_1 - \boldsymbol{\varepsilon}_N) \\ & - \mathbf{s}^T\boldsymbol{\psi}[\mathbf{k}_0\mathbf{s} + \text{diag}(\mathbf{k}_1)\text{sgn}(\mathbf{s}) - \boldsymbol{\varepsilon}^*]. \end{aligned} \quad (39)$$

由于 $\boldsymbol{\psi}$, $\mathbf{k}_0$ 均为非负对角矩阵, 式(39)改写为

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \mathbf{s}^T\boldsymbol{\psi}\boldsymbol{\varepsilon}^* - |\mathbf{s}|^T\boldsymbol{\psi}\mathbf{k}_1 - |\mathbf{s}|^T\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{\varepsilon}_N - \mathbf{k}_1) \\ \leq & \mathbf{s}^T\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{\varepsilon}^* - \boldsymbol{\varepsilon}_N) \leq 0. \end{aligned} \quad (40)$$

根据Lyapunov稳定性理论, 借助式(40)可以得出系统是全局渐近稳定的.

为证明有限时间稳定性, 设计Lyapunov函数为

$$V_1 = \frac{1}{2}\mathbf{s}^T\mathbf{s}. \quad (41)$$

V_1 为一个标量, 式(41)可以写为各项之和:

$$V_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n+6} s_i^2. \quad (42)$$

对式(41)求导:

$$\dot{V}_1 = \mathbf{s}^T\dot{\mathbf{s}}. \quad (43)$$

将式(35)代入式(43):

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & \mathbf{s}^T\boldsymbol{\psi}[\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{k}_0\mathbf{s} - \text{diag}(\mathbf{k}_1)\text{sgn}(\mathbf{s})] \\ = & \mathbf{s}^T\boldsymbol{\psi}\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{s}^T\boldsymbol{\psi}\mathbf{k}_0\mathbf{s} - \mathbf{s}^T\boldsymbol{\psi}\text{diag}(\mathbf{k}_1)\text{sgn}(\mathbf{s}) \\ \leq & |\mathbf{s}|^T\boldsymbol{\psi}\boldsymbol{\varepsilon}_0 - |\mathbf{s}|^T\boldsymbol{\psi}\mathbf{k}_1 \leq -|\mathbf{s}|^T\boldsymbol{\psi}\mathbf{k}_1. \end{aligned} \quad (44)$$

由式(25)可知, $\dot{\mathbf{k}}_1 \geq 0$. 设定 $\mathbf{k}_1$ 的初始值为 0, 则 $\mathbf{k}_1$ 中的元素不小于 0.

设 $\boldsymbol{\psi}\mathbf{k}_1 > \boldsymbol{\psi}_m > 0$, 式(44)可以写为

$$\dot{V}_1 \leq -|\mathbf{s}|^T\boldsymbol{\psi}\mathbf{k}_1 \leq -|\mathbf{s}|^T\boldsymbol{\psi}_m. \quad (45)$$

对于单个通道有

$$\dot{V}_{1i} \leq -s_i\psi_{mi} \leq -\sqrt{2V_{1i}}\psi_{mi} \quad (46)$$

通过式(46)可以得出系统能够在有限时间内实现稳定.

为了有效削弱抖振现象, 在控制律的设计中通常会采用其他函数来代替符号函数. $\text{softsgn}(s)$ 函数具有优良的平滑特性和较快的收敛速度, 能够为系统提供稳定的非线性特性, 其表达式如下:

$$\text{softsgn}(s) = \frac{s}{1+|s|}. \quad (47)$$

由此, 慢变子系统的控制律表示为如下形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_s = & \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{q}_s) \left[\ddot{\mathbf{q}}_d - \frac{1}{c_2 \beta} \Gamma_s \left(\mathbf{1}_N + c_1 \gamma |\mathbf{e}|^{\gamma-1} \right) \right] \\ & - \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{q}_s) \mathbf{M}(\mathbf{q}_s, \dot{\mathbf{q}}_s) - \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{q}_s) \hat{\mathbf{f}} \\ & - \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{q}_s) [\mathbf{k}_0 \mathbf{s} + \text{diag}(\mathbf{k}_1) \text{softsgn}(\mathbf{s})]. \end{aligned} \quad (48)$$

5 数值仿真

图3展示了空间刚柔耦合机器人的固连坐标系, 空间机器人动力学相关参数如表1所示. 其中, 第*i*个关节的旋转轴方向定义为 Z_i ; 从坐标系 Σ_i 的原点到质心 C_i 的矢量定义为 $\mathbf{a}_i$; 从质心 C_i 到坐标系 Σ_{i+1} 的原点的矢量定义为 $\mathbf{b}_i$; $\mathbf{I}_i$ 表示 B_i 的转动惯量. 这些参数均在对应固连坐标系 Σ_i 中表示. RBF神经网络采用24-150-12结构, 其中输入层包含基座的位置与姿态角及其一阶导数、机械臂6个关节角及其角速度; 隐含层设置150个高斯径向基节点, 输出层对应于网络估计的12维广义力向量. 神经网络的初始权重 $\mathbf{W} = \mathbf{0}$. 此外, 两个柔性帆板的尺寸均为5 m×2 m×0.025 m, 其弹性模量是3 GPa, 泊松比为0.3, 阻尼比为0.001.

系统初始状态设定如下: 基座位姿(位置坐标与欧拉角)及机械臂各关节角均置零, 即 $\mathbf{q} = \mathbf{0}$. 控制目标为驱动基座位姿与机械臂各关节角分别跟踪至期望值 $[0.1 \text{ m}, 0.1 \text{ m}, 0.1 \text{ m}, 30^\circ, -30^\circ, 40^\circ]^\text{T}$ 和 $[45^\circ, 45^\circ, 47^\circ, -38^\circ, -46^\circ, -37^\circ]^\text{T}$. 为实现上述多自由度跟踪控制目标, 采用五次多项式对机械臂的关节轨迹进行规划, 以

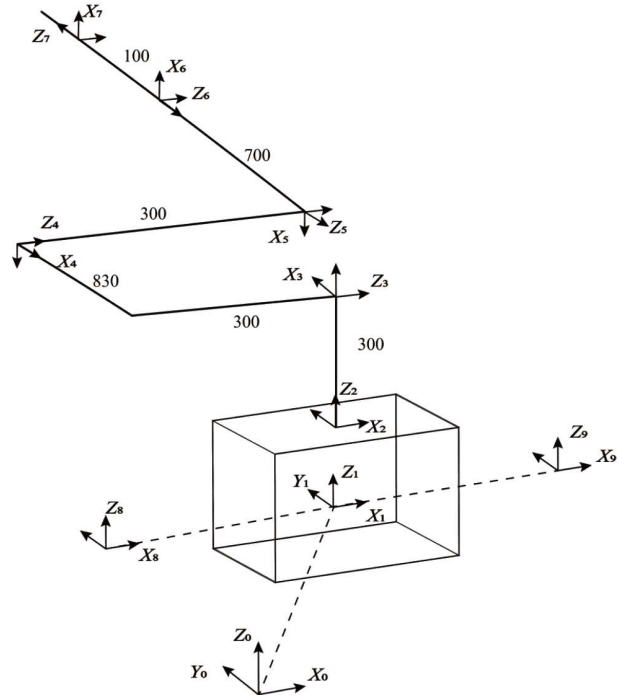


图3 (网络版彩图)空间机器人固连坐标系
Figure 3 (Color online) Body-fixed coordinate frame of space robot.

生成平滑且连续的运动路径. 仿真时间设定为50 s, 其中前20 s为轨迹规划执行期, 后30 s用于评估系统稳态跟踪性能. 控制器参数如表2所示.

此外, 假设基座受到的外部干扰力/力矩均为 $d_{\text{base}} = 0.015 \sin 0.5t + 0.05 \sin 0.01t$, 机械臂各关节受到的力矩为 $d_{\text{arm}_i} = 0.04 \sin 0.5t + 0.02 \sin 0.01t$. 在闭环数值仿真中, 将建模不确定性和外部扰动统一表示为系统总扰动向量 $\boldsymbol{\tau} = [\mathbf{d}_{\text{base}}^\text{T}, \mathbf{d}_{\text{arm}}^\text{T}]^\text{T}$, 其中 $\mathbf{d}_{\text{base}}, \mathbf{d}_{\text{arm}} \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$. 该扰

表1 空间机器人参数

Table 1 Space robot parameters

参数	基座	杆1	杆2	杆3	杆4	杆5	杆6
m (kg)	400	30	25	10	8	6	8
a_{ix} (m)	0	0	0.27	0	0	0	0
a_{iy} (m)	0	0	0	0	0	-0.03	0
a_{iz} (m)	0	0.15	-0.251	0.15	-0.35	0	0.07
b_{ix} (m)	0	0	0.5598	0	0	0	0
b_{iy} (m)	0	0	0	0	0	-0.0662	0
b_{iz} (m)	0.5	0.15	-0.049	0.15	-0.35	0	0.16
I_{xx} (kg m ²)	133	0.75	0.4630	0.21	0.4996	0.066	0.21
I_{yy} (kg m ²)	133	0.75	4.5265	0.21	0.4996	0.0344	0.21
I_{zz} (kg m ²)	133	0.375	4.2255	0.0588	0.0392	0.0520	0.09

表 2 控制器参数

Table 2 Controller parameters

参数	数值
c_1	8
c_2	6
γ	1.3
β	1.2
$\mathbf{k}_0$	diag(0.6,0.6,0.6,0.9,0.9,0.7,0.7,0.7,0.6,0.8,0.6)
η	8×10^4
ζ	8×10^5
b_i	1.5
c_i	$[-6,6]$

动项将直接引入控制系统, 用于验证所提控制策略的鲁棒性能.

根据上述设置进行仿真计算, 并将其仿真结果与普通滑模控制进行了对比.

图4展示了空间机器人的位姿跟踪误差. 从图中可以看出, 所提出的SP-SMLQR控制器全程将误差维持在较小范围, 表明其对机器人轨迹跟踪具有较强稳定性. 此稳定性主要源于RBF神经网络对系统不确定性的估计与补偿, 以及自适应滑模增益调节机制对系统

稳定运行的保障.

图5是SP-SMLQR复合控制器的输出情况. 可以看到, 其控制力/力矩曲线呈现出高度的平滑特性. 借助奇异摄动理论将系统动态解耦为快、慢两个时间尺度子系统, 滑模控制器仅需要处理刚性运动, 成功规避了因高频柔性模态耦合引发的振动问题. 与此同时快变子系统采用的LQR控制器, 凭借其固有的连续线性控制特性, 确保了振动抑制过程的平滑性. 此外, RBF神经网络对慢变子系统不确定性的在线估计进一步降低了滑模控制的切换增益需求, 使控制力/力矩幅值保持稳定.

为验证所设计控制器对帆板振动抑制的有效性, 本文设计了对比仿真方案: 针对未进行奇异摄动分解的空间机器人系统, 采用传统SMC作为对照组. 通过比较传统SMC与SP-SMLQR两种方案的控制效果, 重点展示基于奇异摄动分解的复合控制器在柔性帆板振动抑制方面的独特优势.

将动力学方程式(5)改写为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_q \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (49)$$

根据式(49)可以得到

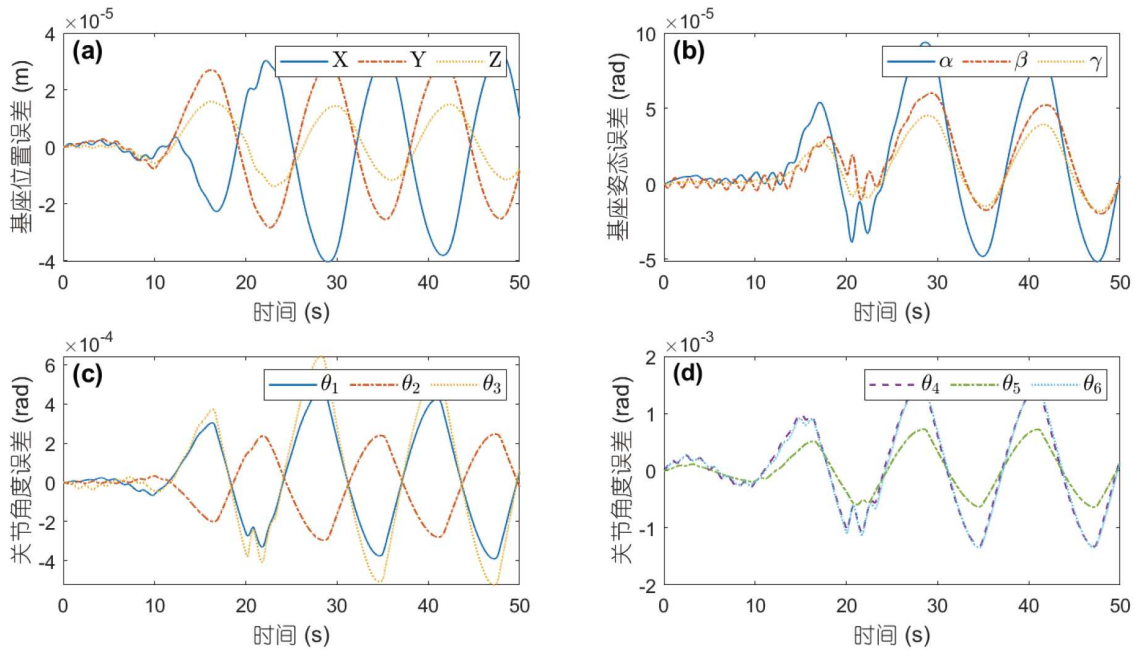


图 4 (网络版彩图)空间机器人位姿跟踪误差. (a) 基座位置; (b) 基座姿态; (c) 机械臂关节角1-3; (d) 机械臂关节角4-6

Figure 4 (Color online) Tracking errors of space robot. (a) Base position; (b) base attitude; (c) the robotic arm joint angles 1-3; (d) the robotic arm joint angles 4-6.

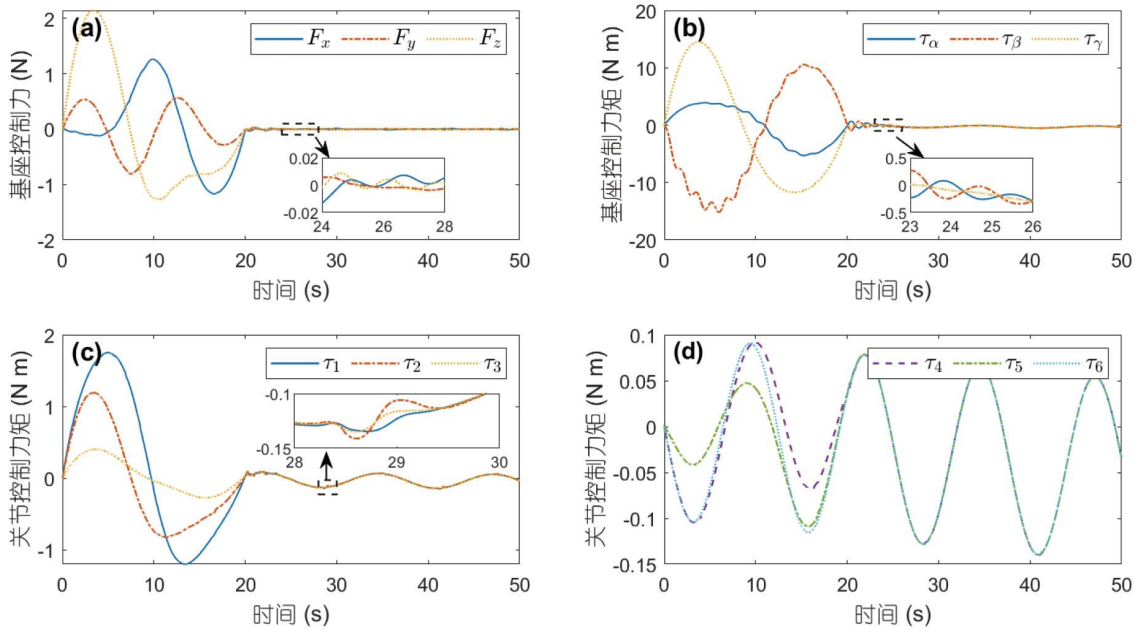


图 5 (网络版彩图)空间机器人控制力/力矩. (a) 基座控制力; (b) 基座控制力矩; (c) 机械臂关节1–3控制力矩; (d) 机械臂关节4–6控制力矩

Figure 5 (Color online) Control forces/torques of the space robot. (a) Control force of the base; (b) control torque of the base; (c) control torques of the robotic arm joints 1–3; (d) control torques of the robotic arm joints 4–6.

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{Z}_{11}^{-1}(\mathbf{u} + \mathbf{z}_1) + \mathbf{d}, \quad (50)$$

$$\text{式中: } \mathbf{d} = \mathbf{Z}_{11}^{-1}(\boldsymbol{\tau}_q - \mathbf{Z}_{12}\ddot{\mathbf{q}}).$$

为式(50)设计与慢变子系统控制方案相似的滑模控制器, 其控制器输出表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{\text{smc}} = & \mathbf{Z}_{11} \left[\ddot{\mathbf{q}}_d - \frac{1}{c_2\beta} \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{1}_N + c_1\gamma|\dot{\mathbf{e}}|^{\gamma-1}) \right] \\ & - \mathbf{z}_1 - \mathbf{Z}_{11}\hat{\mathbf{f}} - \mathbf{Z}_{11}[\mathbf{k}_0\mathbf{s} + \text{diag}(\mathbf{k}_1)\text{sgn}(\mathbf{s})], \end{aligned} \quad (51)$$

$$\text{式中: } \boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}(|\dot{\mathbf{e}}|^{2-\beta})\text{diag}[\text{sgn}(\dot{\mathbf{e}})].$$

图6对比了SP-SMLQR与SMC对帆板边缘节点末端位移的影响. 从图可得, SP-SMLQR方法可使末端节点位移在约25 s内达到稳定状态, 而SMC方法在长达50 s的仿真时间内仍未实现完全收敛. 相比之下, SP-SMLQR展现出两倍于SMC的收敛速率, 显著提升了系统动态响应效率. 结果表明SP-SMLQR在振动抑制方面优势显著, 这主要源于其LQR控制器对柔性模态的有效调控. 基于奇异摄动分解建立的刚柔动态解耦模型, 使系统能够针对性地抑制高频振动; 而传统SMC方法由于未构建动态解耦框架, 无法有效消除帆板振动.

图7进一步对比了两种控制器在机器人关节控制

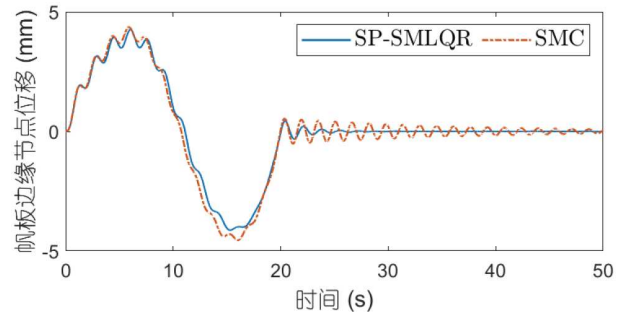


图 6 (网络版彩图)帆板边缘节点位移对比

Figure 6 (Color online) Comparison of displacements of the sailboard edge nodes.

精度的性能差异, 可见SP-SMLQR的关节角度跟踪误差较SMC降低了一个数量级. 这得益于为快变子系统设计的LQR最优控制器: 其通过实时补偿柔性振动对关节运动的动态耦合效应, 显著提升了在轨组装任务中的操作精度.

6 结论

本文针对刚柔耦合空间机器人的位姿跟踪控制问题开展研究, 基于Jourdain速度变分原理建立了考虑参

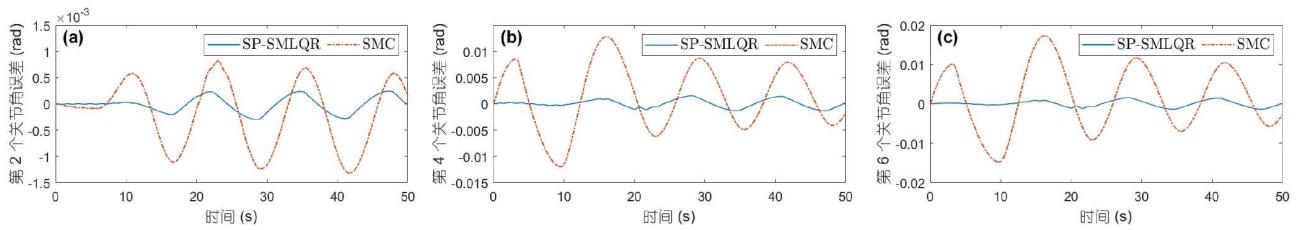


图 7 (网络版彩图)机械臂关节角误差对比。(a) 关节角2; (b) 关节角4; (c) 关节角6

Figure 7 (Color online) Comparison of joint angle errors of robotic arm. (a) Joint angle 2; (b) joint angle 4; (c) joint angle 6.

数不确定性和外部扰动的系统动力学模型, 并以此为基础提出了SP-SMLQR控制方法。仿真结果表明: (1) 基于奇异摄动分解构建刚柔解耦控制框架, 有效消除柔性振动与刚性运动的动态耦合效应; (2) 设计的自适应神经网络补偿机制可实时估计系统不确定性并有效补偿外部扰动; (3) 相较于传统SMC, 所提控制方法

将轨迹跟踪误差降低一个数量级, 收敛速度提升了两倍, 同时实现柔性振动有效抑制, 验证了控制器的优越性能。该项研究提高了空间机器人在轨操作的稳定性, 可为在轨装配、空间碎片清理等任务提供技术保障。未来, 将构建实验平台开展地面试验, 以进一步验证控制算法的有效性。

参考文献

- 1 Moghaddam B M, Chhabra R. On the guidance, navigation and control of in-orbit space robotic missions: A survey and prospective vision. *Acta Astronaut*, 2021, 184: 70–100
- 2 Flores-Abad A, Ma O, Pham K, et al. A review of space robotics technologies for on-orbit servicing. *Prog Aerospace Sci*, 2014, 68: 1–26
- 3 Asri E G, Zhu Z H. An introductory review of swarm technology for spacecraft on-orbit servicing. *Int J Mech Sys Dyn*, 2024, 4: 3–21
- 4 Meng G, Han L L, Zhang C F. Research progress and technical challenges of space robot (in Chinese). *Int J Mech Syst Dyn*, 2021, 42: 8–32 [孟光, 韩亮亮, 张崇峰. 空间机器人研究进展及技术挑战. *航空学报*, 2021, 42: 8–32]
- 5 Boning P, Dubowsky S. Coordinated control of space robot teams for the on-orbit construction of large flexible space structures. *Adv Robotics*, 2010, 24: 303–323
- 6 Yang S, Zhang Y, Chen T, et al. Assembly strategy for modular components using a dual-arm space robot with flexible appendages. *Aerospace*, 2022, 9: 819
- 7 Du Y F. Research on dynamic modeling and vibration control for flexible space robot (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Harbin: Harbin Institute of Technology. 2020 [杜严锋. 柔性空间机器人动力学建模及振动控制研究. 博士学位论文. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学. 2020]
- 8 Dai Y, Xiang C, Zhang Y, et al. A review of spatial robotic arm trajectory planning. *Aerospace*, 2022, 9: 361
- 9 Mahamood R M, Aweda J O, Ajao K R, et al. PID controller design for two link flexible manipulator. *Lautech J Eng Technol*, 2015, 9: 17–22
- 10 Zhang A L, Lin Z Y, Wang B, et al. Trajectory tracking control for collaborative robotic arms with SEA based on force compensation in Cartesian space (in Chinese). *Control Decis*, 2025, 40: 1807–1816 [张安龙, 林志赞, 王博, 等. 基于笛卡尔空间力补偿的柔性关节协作机械臂轨迹跟踪控制. *控制与决策*, 2025, 40: 1807–1816]
- 11 Shang D, Li X, Yin M, et al. Vibration suppression for two-inertia system with variable-length flexible load based on neural network compensation sliding mode controller and angle-independent method. *IEEE ASME Trans Mechatron*, 2022, 28: 848–859
- 12 Wang S, Wang S Q, Zhang L. Neural-network-based adaptive sliding-mode trajectory tracking control of space robot manipulating space target (in Chinese). *J Astronaut*, 2023, 44: 254–265 [王嵩, 王蜀泉, 张龙. 空间机器人神经网络自适应滑模目标操控轨迹跟踪控制. *宇航学报*, 2023, 44: 254–265]
- 13 Jia Y, Xu S. Decentralized adaptive sliding mode control of a space robot actuated by control moment gyroscopes. *Chin J Aeronautics*, 2016, 29: 688–703
- 14 Liu S, Wu S N, Liu Y F, et al. Autonomous reinforcement learning control for space robot to capture non-cooperative targets (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2019, 49: 109–118 [刘帅, 邬树楠, 刘宇飞, 等. 空间机器人抓捕非合作目标的自主强化学习控制. *中国科学: 物理学*

力学 天文学, 2019, 49: 109–118]

- 15 Li Y, Xu Z, Yang X, et al. Identification and high-precision trajectory tracking control for space robotic manipulator. [Acta Astronaut](#), 2024, 214: 484–495
- 16 Guo Z, Ju H, Lu C, et al. Dynamic modeling and improved nonlinear model predictive control of a free-floating dual-arm space robot. [Appl Sci](#), 2024, 14: 3333
- 17 Zhou Z C, Wang X L, Qu G J. Dynamic modeling and control of large flexible spacecraft combination (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2019, 49: 62–73 [周志成, 王兴龙, 曲广吉. 大型空间柔性组合航天器动力学建模与控制. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, 49: 62–73]
- 18 da Fonseca I M, Rade D A, Goes L C S, et al. Attitude and vibration control of a satellite containing flexible solar arrays by using reaction wheels, and piezoelectric transducers as sensors and actuators. [Acta Astronaut](#), 2017, 139: 357–366
- 19 Yang J Z. Dynamic modeling and integrated control of space continuum robots (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Dalian: Dalian University of Technology. 2022 [杨今朝. 空间连续型机器人动力学建模与一体化控制. 博士学位论文. 大连: 大连理工大学. 2022]
- 20 Khan R F A, Rsetam K, Cao Z, et al. Singular perturbation-based adaptive integral sliding mode control for flexible joint robots. [IEEE Trans Ind Electron](#), 2022, 70: 10516–10525
- 21 Zheng K, Zhang Q, Zeng S. Trajectory control and vibration suppression of rigid-flexible parallel robot based on singular perturbation method. [Asian J Control](#), 2022, 24: 3006–3021
- 22 Qi R, Lam H K, Liu J, et al. Adaptive fuzzy finite-time singular perturbation control for flexible joint manipulators with state constraints. [IEEE Trans Syst Man Cybern Syst](#), 2024, 54: 7521–7527
- 23 Yang X, Ge S S. Dynamics and tracking control for a free-flying space robot with rigid-flexible links. In: *Proceedings of the 2014 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA)*. 2014. 394–399
- 24 Xie L M, Yu X Y. Trajectory tracking hybrid control and vibration suppression of free-floating multi-flexible space robot with limited input (in Chinese). [Chin J Space Sci](#), 2023, 43: 369–380 [谢立敏, 于潇雁. 输入受限的漂浮基多柔性空间机器人轨迹跟踪的混合控制及振动主动抑制. 空间科学学报, 2023, 43: 369–380]
- 25 Yu Z-W, Liu X-F, Li H-Q, et al. Dynamics and control of a 6-DOF space robot with flexible panels. [Proc Institution Mech Engineers Part G-J Aerospace Eng](#), 2017, 231: 1022–1034

Singular perturbation-based pose tracking control for rigid-flexible coupled space robot

XU YuanFei, YE Zhe, WU ShuNan, GAO Yuan & ZHOU WeiYa*

School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-sen University, Shenzhen 518107, China

**Corresponding author (email: zhouwy73@mail.sysu.edu.cn)*

This paper investigates the pose tracking control problem of a rigid-flexible coupled space robot subject to parameter uncertainties and external disturbances. A novel singular perturbation-based sliding mode-linear quadratic regulator (LQR) composite controller is proposed, which integrates sliding mode control (SMC) and an LQR to achieve robust and precise tracking. The rigid-flexible coupled dynamic model of the space robot, that accounts for both uncertainties and bounded disturbances, is derived using Jourdain's principle. To simultaneously ensure trajectory tracking accuracy and vibration suppression, the dynamic model is decomposed via SP theory into a slow subsystem governing rigid motion and a fast subsystem describing flexible dynamics. A finite-time convergent adaptive sliding mode controller is developed for the slow subsystem, enhanced with a radial basis function (RBF) neural network for uncertainty estimation, while adaptive compensation is employed to mitigate estimation errors. For the fast subsystem, an LQR-based optimal controller is designed to guarantee rapid stabilization of elastic vibrations. Numerical simulations demonstrate that the designed controller achieves excellent performance in terms of control accuracy, robustness, and vibration suppression, thereby validating the effectiveness of the proposed control method.

space robot, sliding mode control, singular perturbation theory, adaptive neural networks

PACS: 02.30.Yy, 07.05.Mh, 45.20.Jj, 45.40.Ln, 45.80.+r

doi: [10.1360/SSPMA-2025-0188](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2025-0188)