



中能重离子碰撞的自旋动力学研究

徐骏*

同济大学物理科学与工程学院, 上海 200092

*联系人, E-mail: junxu@tongji.edu.cn

收稿日期: 2024-10-15; 接受日期: 2024-11-18; 网络出版日期: 2025-05-19

中国科学院战略性先导科技专项(B类) (编号: XDB34030000)、国家自然科学基金(编号: 12375125, 11922514, 11475243)和中央高校基本科研业务费专项资金资助项目

摘要 本文介绍了本课题组基于自旋依赖的玻尔兹曼输运模型开展中能重离子碰撞自旋动力学研究的进展. 从自旋依赖的玻尔兹曼方程出发, 用试验粒子方法得到了自旋依赖的核子运动学方程, 并引入了自旋相关的核子-核子散射. 在核自旋-轨道耦合相互作用的影响下, 不同自旋的核子在中能重离子碰撞中具有不同动力学行为. 观测到了在垂直于反应平面方向的整体自旋极化和在束流方向上的局域自旋极化, 以及不同自旋态核子的横向流和椭圆流的显著差异. 进一步地, 发展了自旋依赖的并合模型, 并讨论了不同自旋态轻核的产额与集体流. 研究还发现, 自旋-轨道耦合相互作用的引入对自旋平均观测量(如自旋平均的横向流)也会产生一定的影响. 本文的工作有助于从新的角度认识中能重离子碰撞的动力学过程, 并对开展相关实验给出重要参考和预言.

关键词 重离子碰撞, 自旋-轨道耦合, 自旋极化, 集体流, 并合模型

PACS: 25.70.-z, 75.76.+j, 24.70.+s, 25.75.Ld, 21.60.Gx

1 引言

重离子碰撞是产生高温高密核物质的重要实验方法, 也是研究核力性质的主要手段之一. 在以往的研究中, 人们更多地关注自旋平均的观测量以及自旋平均的相互作用. 近期, 相对论重离子碰撞中的自旋和手征动力学引起了人们的关注并成为研究热点. 在高温高密的环境中, 产生的夸克可以近似看作是无质量的, 按其动量与自旋方向是否一致可以将其定义为左手征夸克和右手征夸克. 在非对心相对论重离子碰撞中, 产生了垂直于反应平面方向的磁场和涡旋场, 与不同手征的夸克相互作用, 会产生一系列手征反常和自旋极化

现象^[1-3]. 在相对论重离子对撞机和欧洲大型强子对撞机上, 观测到了手征反常现象可能引发的电荷分离及手征磁波信号^[4-6]. 理论上预言的超子自旋极化和矢量介子自旋排列^[7,8], 也先后在相对论重离子对撞机上被观测到^[9,10].

相比于相对论重离子碰撞, 中能重离子碰撞中的自旋动力学尚未引起足够的关注. 对于由核子自由度支配的中能重离子碰撞, 包含了非平衡态的动力学过程, 需要使用输运模型开展输运模拟研究^[11-13]. 在这些输运模型的理论框架中, 主要考虑自旋平均的核子-核子散射及自旋平均的势场, 数值求解自旋平均的输运方程, 通常未考虑核子的自旋自由度和核力中的

引用格式: 徐骏. 中能重离子碰撞的自旋动力学研究. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2025, 55: 122003

Xu J. Study spin dynamics in intermediate-energy heavy-ion collisions (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2025, 55: 122003, doi: 10.1360/SSPMA-2024-0479

自旋相关相互作用. 核自旋-轨道相互作用对理解原子核的壳结构和幻数至关重要^[14-16], 核张量力也在一定程度上影响着原子核的壳结构^[17-19]. 从核力的普适性来讲, 核自旋-轨道相互作用和核张量力也会影响重离子碰撞的动力学^[20]. 基于含时的Hartree-Fock方程对低能核反应进行的研究中, 人们发现核自旋-轨道相互作用会引起核反应中的自旋激发和耗散增强, 这些效应会提高熔合反应的阈能并增大熔合反应的截面^[21-23], 而核张量力对熔合反应动力学也有一定的次级效应^[24,25]. 可见, 在输运过程中, 自旋-轨道相互作用所引发的“自旋霍尔效应”^[26-28]是一种普适的效应.

本文主要综述本课题组在中能重离子碰撞自旋动力学方面的研究成果. 从自旋依赖的玻尔兹曼输运方程出发, 用试验粒子方法得到了自旋依赖的核子运动学方程, 并以此为基础研究核自旋-轨道相互作用引发的自旋动力学. 基于该理论框架, 观测到了类似相对论重离子碰撞中的自旋极化现象, 以及类似低能核反应中的耗散增强效应.

2 理论框架

本节主要介绍自旋依赖的玻尔兹曼-乌林-乌伦贝克(Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck, BUU)输运模型理论框架. 从自旋依赖的玻尔兹曼-弗拉索夫(Boltzmann-Vlasov, BV)方程出发, 利用试验粒子方法推导出了自旋依赖的运动学方程^[29]. 在自旋依赖的BUU输运模型中, 基于格点哈密顿量方法对自旋依赖的运动学方程进行了优化, 并引入了自旋依赖的核子-核子散射及泡利阻塞. 进一步地, 考虑了自旋依赖的轻核产生机制, 对以往的并合模型进行了拓展.

2.1 自旋依赖的运动学方程

从BV方程出发, 利用试验粒子方法在领头阶得到粒子的运动学方程, 是BUU输运理论的基础^[30,31]. 这里将从自旋依赖的BV方程出发, 利用类似的方法得到自旋依赖的运动学方程.

对于自旋为1/2的粒子, 自旋依赖的BV方程可以写作^[32,33]

$$\frac{\partial \hat{f}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} [\hat{\varepsilon}, \hat{f}] + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\partial \hat{f}}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\partial \hat{f}}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial \mathbf{p}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \hat{f}}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial \hat{f}}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial \mathbf{r}} \right) = 0, \quad (1)$$

$$- \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \hat{f}}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial \hat{f}}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial \mathbf{r}} \right) = 0, \quad (1)$$

这里单粒子能量 ε 和相空间分布函数 $\hat{f}$ 均为 2×2 的矩阵:

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \hat{\mathbf{I}} + \mathbf{h}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (2)$$

$$\hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \hat{\mathbf{I}} + \mathbf{g}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (3)$$

其中, $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ 是泡利矩阵, $\hat{\mathbf{I}}$ 是 2×2 的单位矩阵. 这里 $\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ 和 $f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ 分别是自旋平均的单粒子能量和相空间分布函数, 而 $\mathbf{h}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ 和 $\mathbf{g}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ 分别表示对应的自旋依赖部分. 自旋依赖的相空间分布函数一般可由波函数作魏格纳变换得到^[34,35]

$$f_{\sigma, \sigma'}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \int d^3 s e^{-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{s} / \hbar} \psi_{\sigma'}^* \left(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{s}}{2}, t \right) \psi_{\sigma} \left(\mathbf{r} + \frac{\mathbf{s}}{2}, t \right), \quad (4)$$

这里 $\sigma(\sigma') = 1$ 代表自旋向上, -1 代表自旋向下. 各矩阵元与式(2)中的分布函数有如下对应关系:

$$2f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = f_{1,1}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + f_{-1,-1}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad (5)$$

$$2g_x(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = f_{-1,1}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) + f_{1,-1}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad (6)$$

$$2g_y(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = -i[f_{-1,1}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) - f_{1,-1}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)], \quad (7)$$

$$2g_z(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = f_{1,1}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) - f_{-1,-1}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t). \quad (8)$$

自旋依赖的BV方程(1)可以拆分为标量部分和矢量部分的方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{p}} &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{p}} - \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{r}} + \frac{2\mathbf{g} \times \mathbf{h}}{\hbar} &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

假设

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = n f_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad (11)$$

这里 n 为单位矢量, 可以看作是单粒子的自旋期望取向. 当 n 随时间的变化比 $\mathbf{r}$ 和 $\mathbf{p}$ 快得多时, 式(11)是一个好的近似. 将式(11)代入式(9)和(10), 得到

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} + \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{p}} \cdot \mathbf{n} \right) \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}}$$

$$-\left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{n}\right) \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{p}} \approx 0, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_1}{\partial t} \mathbf{n} + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}}\right) \mathbf{n} - \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{p}}\right) \mathbf{n} + \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{p}} \\ & - \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{r}} + \left(\frac{2\mathbf{n} \times \mathbf{h}}{\hbar} + \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t}\right) f_1 \approx 0. \end{aligned} \quad (13)$$

一般来说, 泊松括号 $\{f_0, \mathbf{h}\} = (\partial f_0 / \partial \mathbf{r}) \cdot (\partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{p}) - (\partial f_0 / \partial \mathbf{p}) \cdot (\partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{r})$ 远小于 $\mathbf{h}$ 或 $\{f_0, \varepsilon\}$, 于是式(13)可以按平行及垂直于 $\mathbf{n}$ 方向的分量分解为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_1}{\partial t} \mathbf{n} + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}}\right) \mathbf{n} - \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{p}}\right) \mathbf{n} + \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{p}} \\ & - \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{r}} = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} \approx \frac{2\mathbf{h} \times \mathbf{n}}{\hbar}. \quad (15)$$

将式(14)的等号两边与 $\mathbf{n}$ 做内积, 得到

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{r}} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{p}} \cdot \mathbf{n}\right) \\ & - \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{n}\right) = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

联立式(12)和(16), 并定义 $f^\pm = f_0 \pm f_1$, 可以得到

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f^+}{\partial t} + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial V_{hn}}{\partial \mathbf{p}}\right) \cdot \frac{\partial f^+}{\partial \mathbf{r}} - \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\partial V_{hn}}{\partial \mathbf{r}}\right) \\ & \cdot \frac{\partial f^+}{\partial \mathbf{p}} = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f^-}{\partial t} + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} - \frac{\partial V_{hn}}{\partial \mathbf{p}}\right) \cdot \frac{\partial f^-}{\partial \mathbf{r}} - \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial V_{hn}}{\partial \mathbf{r}}\right) \\ & \cdot \frac{\partial f^-}{\partial \mathbf{p}} = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

这里 $V_{hn} = \mathbf{h} \cdot \mathbf{n}$. f^+ 和 f^- 分别为自旋取向为 $+\mathbf{n}$ 和 $-\mathbf{n}$ 粒子的相空间分布函数, 式(17)和(18)是关于它们的BV方程, 对应的运动学方程可用传统的试验粒子方法^[30]得到.

f^+ 随时间的演化形式上可以写作^[36]

$$\begin{aligned} f^+(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = & \int \frac{d^3 r_0 d^3 p_0 d^3 s}{(2\pi\hbar)^3} \exp[i\mathbf{s} \cdot [\mathbf{p} - \mathbf{P}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t)]/\hbar] \\ & \times \delta[\mathbf{r} - \mathbf{R}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t)] f^+(\mathbf{r}_0, \mathbf{p}_0, t_0), \end{aligned} \quad (19)$$

其中, $f^+(\mathbf{r}_0, \mathbf{p}_0, t_0)$ 是 t_0 时刻的相空间分布函数, $\mathbf{R}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t_0) = \mathbf{r}_0$ 和 $\mathbf{P}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t_0) = \mathbf{p}_0$ 分别为 t_0 时刻的坐标与动量. 这里的目标是得到在 $t = t_0 + \Delta t$ 时

刻的 f^+ , 此时坐标和动量变为 $\mathbf{R}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t)$ 和 $\mathbf{P}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t)$. 在经典动力学情况下, 相空间 $(\mathbf{r}_0, \mathbf{p}_0)$ 演化至 $(\mathbf{R}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t), \mathbf{P}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t))$ 不依赖于辅助矢量 $\mathbf{s}$. 在量子动力学情况下, 需要引入因子 $\exp[i\mathbf{s} \cdot [\mathbf{p} - \mathbf{P}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t)]/\hbar]$, 动量的改变依赖于辅助矢量 $\mathbf{s}$. 事实上, 对 $\mathbf{s}$ 积分后, 该因子变成 $\delta[\mathbf{p} - \mathbf{P}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t)]$, 回到经典动力学情况. 将式(19)代入式(17)可以得到

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{\partial \mathbf{R}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t)}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} \right] \cdot \frac{\partial f^+(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\partial V_{hn}}{\partial \mathbf{p}} \\ & \cdot \frac{\partial f^+(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\partial \mathbf{r}} + \int \frac{d^3 r_0 d^3 p_0 d^3 s}{(2\pi\hbar)^3} \left\{ f^+(\mathbf{r}_0, \mathbf{p}_0, t_0) \right. \\ & \times \left[\frac{-i\mathbf{s}}{\hbar} \cdot \frac{\partial \mathbf{P}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t)}{\partial t} - \frac{\varepsilon(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{s}}{2}, t) - \varepsilon(\mathbf{r} + \frac{\mathbf{s}}{2}, t)}{i\hbar} \right] \\ & \left. - f^+(\mathbf{r}_0, \mathbf{p}_0, t_0) \frac{V_{hn}(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{s}}{2}, t) - V_{hn}(\mathbf{r} + \frac{\mathbf{s}}{2}, t)}{i\hbar} \right\} \\ & \times \exp[i\mathbf{s} \cdot [\mathbf{p} - \mathbf{P}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t)]/\hbar] \delta[\mathbf{r} - \mathbf{R}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t)] = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

比较上式中的各项, 可以分别得到 $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{P}$ 满足的方程

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{\partial \mathbf{R}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t)}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} \right] \cdot \frac{\partial f^+(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\partial \mathbf{r}} \\ & + \frac{\partial V_{hn}}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\partial f^+(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)}{\partial \mathbf{r}} = 0, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & f^+(\mathbf{r}_0, \mathbf{p}_0, t_0) \left[\frac{-i\mathbf{s}}{\hbar} \cdot \frac{\partial \mathbf{P}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t)}{\partial t} \right. \\ & \left. - \frac{\varepsilon(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{s}}{2}, t) - \varepsilon(\mathbf{r} + \frac{\mathbf{s}}{2}, t)}{i\hbar} \right] \\ & - f^+(\mathbf{r}_0, \mathbf{p}_0, t_0) \left[\frac{V_{hn}(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{s}}{2}, t) - V_{hn}(\mathbf{r} + \frac{\mathbf{s}}{2}, t)}{i\hbar} \right] = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

式(21)和(22)对任意的 $f^+(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ 和 $f^+(\mathbf{r}_0, \mathbf{p}_0, t_0)$ 都满足, 则必须要求

$$\frac{\partial \mathbf{R}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t)}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial V_{hn}}{\partial \mathbf{p}}, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{s} \cdot \frac{\partial \mathbf{P}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t)}{\partial t} = & \left[\varepsilon\left(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{s}}{2}, t\right) - \varepsilon\left(\mathbf{r} + \frac{\mathbf{s}}{2}, t\right) \right] \\ & + \left[V_{hn}\left(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{s}}{2}, t\right) - V_{hn}\left(\mathbf{r} + \frac{\mathbf{s}}{2}, t\right) \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

将式(24)中的 $\mathbf{s}$ 展开到最低阶, 可以得到

$$\frac{\partial \mathbf{P}(\mathbf{r}_0 \mathbf{p}_0 \mathbf{s}, t)}{\partial t} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial V_{hn}}{\partial \mathbf{r}}. \quad (25)$$

至此, 联立式(15), (23)和(25)即为自旋依赖的运动学方程. 其中式(15)描述自旋期望取向的进动, 类似量子力学海森堡表象下的自旋演化. 对于 f^- 和式(18), 如果做上述推导, 也将得到类似结果.

2.2 自旋依赖的BUU输运模型

位置分别为 $\mathbf{r}_1$ 和 $\mathbf{r}_2$ 的两核子有效自旋-轨道相互作用^[37]可以写作

$$v_{so} = iW_0(\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2) \cdot \mathbf{k}' \times \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\mathbf{k}, \quad (26)$$

其中, 强度系数 W_0 取经验值 133 MeV fm^5 ^[38], $\boldsymbol{\sigma}_{1(2)}$ 为泡利矩阵, $\mathbf{k} = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)/2$ 为相对动量算符, $\mathbf{k}'$ 为 $\mathbf{k}$ 的复共轭算符. 基于Hartree-Fock方法, 该自旋-轨道相互作用对势能密度的贡献为^[39]

$$\begin{aligned} V_{so} &= V_{so}^0 + \sum_{\tau} V_{so}^{\tau} \\ &= -\frac{W_0}{2} [\rho \nabla \cdot \mathbf{J} + \mathbf{s} \cdot \nabla \times \mathbf{j} \\ &\quad + \sum_{\tau} (\rho_{\tau} \nabla \cdot \mathbf{J}_{\tau} + \mathbf{s}_{\tau} \cdot \nabla \times \mathbf{j}_{\tau})], \end{aligned} \quad (27)$$

其中, $\tau = n, p$ 为同位旋指标. 由变分方法可得 v_{so} 对单粒子能量的贡献:

$$\hat{h}_{so} = \varepsilon_{so} + \mathbf{h} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (28)$$

其中自旋无关部分和自旋依赖部分分别为

$$\varepsilon_{so} = -\frac{W_0}{2} \nabla \cdot (\mathbf{J} + \mathbf{J}_{\tau}) - \frac{W_0}{2} [\mathbf{p} \cdot (\nabla \times (\mathbf{s} + \mathbf{s}_{\tau}))], \quad (29)$$

$$\mathbf{h} = -\frac{W_0}{2} \nabla \times (\mathbf{j} + \mathbf{j}_{\tau}) + \frac{W_0}{2} [\nabla(\rho + \rho_{\tau}) \times \mathbf{p}], \quad (30)$$

式中, $\rho = \sum_{\tau} \rho_{\tau}$, $\mathbf{s} = \sum_{\tau} \mathbf{s}_{\tau}$, $\mathbf{j} = \sum_{\tau} \mathbf{j}_{\tau}$, $\mathbf{J} = \sum_{\tau} \mathbf{J}_{\tau}$ 分别为核子数密度、自旋密度、动量密度、自旋流密度, 其中 ρ 和 $\mathbf{J}$ 时间反演对称, $\mathbf{s}$ 和 $\mathbf{j}$ 时间反演不对称. 忽略同位旋指标, 在半经典近似下, 这些密度可以分别表示为

$$\rho(\mathbf{r}) = 2 \int d^3p f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad (31)$$

$$\mathbf{s}(\mathbf{r}) = 2 \int d^3p \mathbf{g}(\mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad (32)$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = 2 \int d^3p \frac{\mathbf{p}}{\hbar} f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad (33)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = 2 \int d^3p \frac{\mathbf{p}}{\hbar} \times \mathbf{g}(\mathbf{r}, \mathbf{p}). \quad (34)$$

式(2)中自旋相关的单粒子能量为式(30), 自旋无关的单粒子能量为

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m} + U_{\text{MID}} + \varepsilon_{so}, \quad (35)$$

其中 m 为核子自由质量,

$$U_{\text{MID}} = a \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) + b \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^c \pm 2E_{\text{sym}}^{\text{pot}} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma_{\text{sym}}} \left(\frac{\rho_n - \rho_p}{\rho} \right) \quad (36)$$

为传统的动量无关平均场势, “+(-)”号对应中子(质子), $\rho_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$ 为饱和密度, 参数 $a = -209.2 \text{ MeV}$, $b = 156.4 \text{ MeV}$, $c = 1.35$, $E_{\text{sym}}^{\text{pot}} = 18 \text{ MeV}$, $\gamma_{\text{sym}} = 2/3$ 描述了同位旋对称核物质每核子结合能及对称能的密度依赖.

如2.1节的讨论可知, 由单粒子能量式(2)可以得到第 i 个核子的运动学方程:

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_i} (\varepsilon + \mathbf{h} \cdot \boldsymbol{\sigma}_i), \quad (37)$$

$$\frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_i} (\varepsilon + \mathbf{h} \cdot \boldsymbol{\sigma}_i), \quad (38)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\sigma}_i}{dt} = 2 \frac{\mathbf{h} \times \boldsymbol{\sigma}_i}{\hbar}, \quad (39)$$

式中, $\boldsymbol{\sigma}_i$ 为单位矢量, 代表第 i 个核子自旋的期望取向. 可见, 一方面自旋 $\boldsymbol{\sigma}_i$ 在进动, 另一方面不同自旋的核子受到不同的平均场势. 本课题组基于格点哈密顿量方法^[40]对上面的运动学方程进行了优化. 在三维立方格点上, 各密度可以分别表示为

$$\rho_L(\mathbf{r}_{\alpha}) = \sum_i S(\mathbf{r}_{\alpha} - \mathbf{r}_i), \quad (40)$$

$$\mathbf{s}_L(\mathbf{r}_{\alpha}) = \sum_i \boldsymbol{\sigma}_i S(\mathbf{r}_{\alpha} - \mathbf{r}_i), \quad (41)$$

$$\mathbf{j}_L(\mathbf{r}_{\alpha}) = \sum_i \frac{\mathbf{p}_i}{\hbar} S(\mathbf{r}_{\alpha} - \mathbf{r}_i), \quad (42)$$

$$\mathbf{J}_L(\mathbf{r}_{\alpha}) = \sum_i \left(\frac{\mathbf{p}_i}{\hbar} \times \boldsymbol{\sigma}_i \right) S(\mathbf{r}_{\alpha} - \mathbf{r}_i), \quad (43)$$

式中, $\mathbf{r}_{\alpha}$ 指格点 α 的位置矢量, S 为形状函数, 表示在 $\mathbf{r}_i$ 处的试验粒子对 $\mathbf{r}_{\alpha}$ 处密度的贡献

$$S(\mathbf{r}) = \frac{1}{N(nl)^6} g(x)g(y)g(z), \quad (44)$$

其中,

$$g(q) = (nl - |q|)\Theta(nl - |q|), \quad (45)$$

这里 N 为平行事件数, l 为格点间距参数, n 表征形状函数 S 的尺寸, Θ 为阶跃函数. 本研究中取 $N = 400$, $l = 1 \text{ fm}$, $n = 2$. 整个体系的哈密顿量为

$$H = \sum_i \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + Nl^3 \sum_{\alpha} [V_{\text{MID}}(\mathbf{r}_{\alpha}) + V_{so}(\mathbf{r}_{\alpha})], \quad (46)$$

其中, V_{MID} 为 U_{MID} (式(36))对应的势能密度, V_{so} 为自旋-轨道相互作用对应的势能密度(式(27)). 基于格点哈密顿量方法得到的运动学方程为

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}_i}, \quad (47)$$

$$\frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{r}_i}, \quad (48)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\sigma}_i}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [\boldsymbol{\sigma}_i, H]. \quad (49)$$

在自旋依赖的BUU输运模拟中, 核子的初始坐标按Skyrme-Hartree-Fock模型得到的密度分布抽样^[37,38], 初始动量在局域同位旋依赖的费米球内抽样, 初始自旋期望取向则在 4π 立体角内随机抽样. 之后分别给弹核和靶核束流方向的额外速度, 在它们的质心系模拟重离子碰撞. 体系演化过程中, 核子的坐标、动量、自旋分别按式(47)–(49)随时间演化. 除了该平均场的贡献, 核子之间还会发生两体弹性碰撞. 本课题组基于真空中核子-核子散射的相移实验数据^[41], 得到了自旋单态和自旋三重态的微分散射截面^[42]. 图1(a)和(b)展示了速度为 β 的入射核子撞击静止核子的总散射截面. 这里自旋平均的中子-质子和中子-中子(质子-质子)总散射截面均与以往参数化的形式^[43]符合较好. 图1(c)和(d)展示了入射核子动能为 $E = 100$ MeV时的微分散射截面的极化角分布. 其

中中子-质子的自旋单态及三重态微分散射截面都在前后向(极化角为 0° 和 180°)成峰, 而中子-中子(质子-质子)的自旋单态微分散射截面在前后向成峰, 自旋三重态微分散射截面在前后向成谷. 全同粒子的微分散射截面随极化角呈对称分布. 在以往同位旋依赖的泡利阻塞的基础上, 还考虑了自旋依赖的泡利阻塞, 在传统相空间 $(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ 的基础上, 细分了自旋取向的 4π 立体角, 每个立体角区间的占据数由所有在 $(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ 相空间的核子的自旋在该区间的投影求和得到. 原则上, 核子在碰撞后的自旋改变也可以由同样的相移数据得到, 自旋动力学的研究还应该引入角动量守恒约束^[44,45]. 由于篇幅限制, 本文展示的结果假设核子之间的碰撞不改变核子的自旋, 也不引入核子-核子碰撞中的角动量守恒约束. 对这些效应感兴趣的读者可查阅本课题组以往的工作^[46,47].

2.3 自旋依赖的轻核产生

在以往并合模型的基础上, 本节讨论不同自旋态的核子构成不同自旋态的氘、氚、 ^3He 核的概率^[48]. 在自旋依赖的BUU输运模型中, 核子自旋的期望取向由极化角 θ 和方位角 φ 决定:

$$\boldsymbol{\sigma} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta), \quad (50)$$

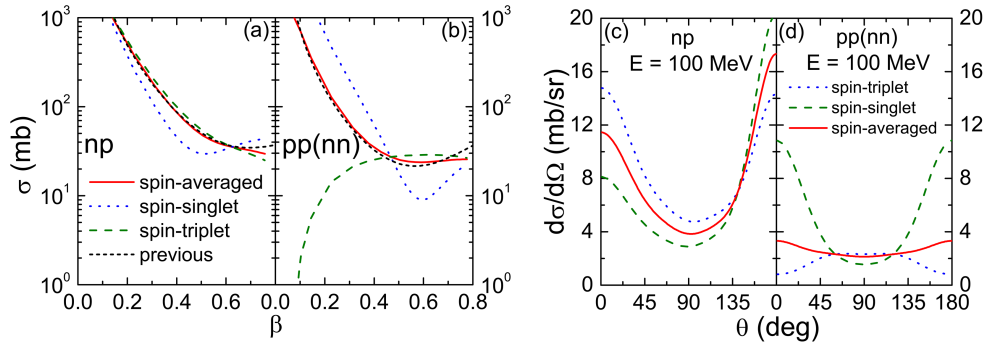


图 1 (网络版彩图) (a), (b) 两核子对自旋平均、自旋单态、自旋三重态情况下的总散射截面随入射核子速度的关系, 其中(a)为中子-质子散射截面, (b)为中子-中子或质子-质子散射截面. (c), (d) 入射核子动能为 $E = 100$ MeV时, 两核子对自旋平均、自旋单态、自旋三重态情况下的微分散射截面的极化角分布, 其中(c)为中子-质子微分散射截面, (d)为中子-中子或质子-质子微分散射截面. 图片修改取自文献^[42]

Figure 1 (Color online) (a), (b) Spin-averaged, spin-singlet, and spin-triplet total cross sections for two nucleons as a function of the incident nucleon velocity, here panel (a) shows the neutron-proton cross section, and panel (b) shows the neutron-neutron or proton-proton cross section. (c), (d) Polar angular distribution of the spin-averaged, spin-singlet, and spin-triplet differential cross sections for two nucleons with the incident kinetic energy of $E = 100$ MeV, here panel (c) shows the neutron-proton differential cross section, and panel (d) shows the neutron-neutron or proton-proton differential cross section. Taken from ref. ^[42] with modifications.

而其在 z 方向投影的自旋态可以表示为

$$\chi = \begin{pmatrix} e^{-\frac{i\varphi}{2}} \cos \frac{\theta}{2} \\ e^{\frac{i\varphi}{2}} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix}. \quad (51)$$

定义两核子的自旋态由上面自旋态的直积构成

$$\Psi = \chi_1 \otimes \chi_2 = \begin{pmatrix} e^{-\frac{i(\varphi_1+\varphi_2)}{2}} \cos \frac{\theta_1}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} \\ e^{-\frac{i(\varphi_1-\varphi_2)}{2}} \cos \frac{\theta_1}{2} \sin \frac{\theta_2}{2} \\ e^{\frac{i(\varphi_1-\varphi_2)}{2}} \sin \frac{\theta_1}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} \\ e^{\frac{i(\varphi_1+\varphi_2)}{2}} \sin \frac{\theta_1}{2} \sin \frac{\theta_2}{2} \end{pmatrix}. \quad (52)$$

那么, 两个核子自旋向上和自旋向下的组态可以分别写作

$$|\uparrow\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |\uparrow\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |\downarrow\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |\downarrow\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

两核子构成的自旋单态和自旋三重态可以分别写作

$$\chi_{0,0} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (53)$$

$$\chi_{1,1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \chi_{1,0} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}, \chi_{1,-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (54)$$

它们满足归一化条件

$$|\langle\chi_{0,0}|\Psi\rangle|^2 + |\langle\chi_{1,1}|\Psi\rangle|^2 + |\langle\chi_{1,0}|\Psi\rangle|^2 + |\langle\chi_{1,-1}|\Psi\rangle|^2 = 1.$$

虽然以上讨论的是在 z 方向投影的自旋态, 但可以旋转坐标系并在新坐标系中重新计算 θ 角和 φ 角, 这样就可以得到自旋在任意方向上的投影, 故这些讨论具有普适性.

在传统的并合模型中, 相空间接近的核子更容易组合成轻核, 氘(D)、氚(T)、 ^3He 核的产额分别由下面

的魏格纳函数描述^[49-51]

$$f_D = 8g_D \exp\left(-\frac{\rho^2}{\sigma_D^2} - p_\rho^2 \sigma_D^2\right), \quad (55)$$

$$f_{T/^3\text{He}} = 8^2 g_{T/^3\text{He}} \exp\left(-\frac{\rho^2 + \lambda^2}{\sigma_{T/^3\text{He}}^2} - (p_\rho^2 + p_\lambda^2) \sigma_{T/^3\text{He}}^2\right), \quad (56)$$

其中,

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad p_\rho = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2),$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{6}}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{r}_3), \quad p_\lambda = \frac{1}{\sqrt{6}}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - 2\mathbf{p}_3)$$

为组分核子的相对坐标和动量, $\sigma_D = 2.26 \text{ fm}$, $\sigma_T = 1.59 \text{ fm}$, $\sigma_{^3\text{He}} = 1.76 \text{ fm}$ 为魏格纳函数的宽度参数, 由这些轻核的均方根电荷半径^[52]决定. 在以往自旋平均的情况下, 自旋-同位旋统计因子取值为 $g_D = 3/4$ 和 $g_{T/^3\text{He}} = 1/4$. 在已知组分核子自旋的情况下, 可以计算出不同自旋态轻核的统计因子. 氘核是自旋为1的粒子, 组分中子和质子组成自旋三重态, 对应的统计因子为

$$\begin{aligned} g_D &= |\langle\chi_{1,1}|\Psi\rangle|^2 + |\langle\chi_{1,0}|\Psi\rangle|^2 + |\langle\chi_{1,-1}|\Psi\rangle|^2 \\ &= 1 - |\langle\chi_{0,0}|\Psi\rangle|^2 \\ &= \frac{1}{4} [3 + \cos\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)], \end{aligned} \quad (57)$$

其中 $\theta_{1(2)}$ 和 $\varphi_{1(2)}$ 分别为核子1(2)自旋期望取向的极化角和方位角. 自旋为1, 0, -1的氘核的产额对应的统计因子分别为 $|\langle\chi_{1,1}|\Psi\rangle|^2$, $|\langle\chi_{1,0}|\Psi\rangle|^2$, $|\langle\chi_{1,-1}|\Psi\rangle|^2$. 氘核自旋排列矩阵中的 $\rho_{0,0}$ 项可以写作

$$\begin{aligned} \rho_{0,0} &= \frac{|\langle\chi_{1,0}|\Psi\rangle|^2}{1 - |\langle\chi_{0,0}|\Psi\rangle|^2} \\ &= \frac{1 - \cos\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}{3 + \cos\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}. \end{aligned} \quad (58)$$

在以往的研究中^[7,10], 相对论重离子碰撞末态矢量介子的 $\rho_{0,0}$ 偏离1/3的程度是夸克-胶子等离子体自旋极化的探针之一. 值得注意的是, 相比于文献^[10]中的公式, 式(58)中的 $\sin\theta_1 \sin\theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ 项是一个小的修正. 氘和 ^3He 核是自旋为1/2的粒子, 其自旋态由未配

对的中子或质子决定, 配对的中子和质子形成自旋单态, 故其统计因子为

$$g_{T/{}^3\text{He}} = |\langle \chi_{0,0} | \Psi \rangle|^2 = \frac{1}{4} [1 - \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)]. \quad (59)$$

3 结果与讨论

本节展示基于自旋依赖的BUU输运模型得到的代表性模拟结果. 基于以往的研究 [47,53,54], 自旋极化及自旋相关观测量在中能非对心重离子碰撞中最为显著. 故如非注明, 本节所展示的主要反应系统是在碰撞参数为8 fm、束流能量为每核子100 MeV的Au+Au碰撞. 在该能量下模拟截止时间取为110 fm/c, 此时碰撞核相互作用基本结束, 适当延长模拟时间20–30 fm/c对结果没有显著影响.

图2(a)展示了反应平面内的核子数密度和自旋密

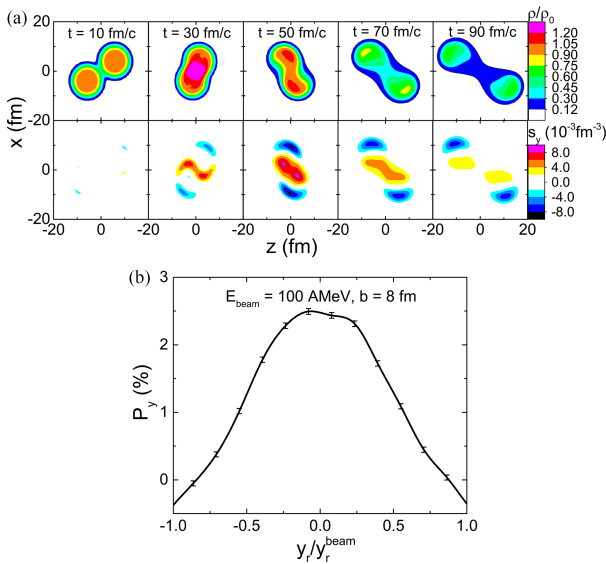


图 2 (网络版彩图) (a) 不同时刻反应平面(x - o - z 平面)上的核子约化数密度分布和自旋密度 y 分量分布. (b) 自由核子 y 方向(垂直于反应平面方向)自旋极化的约化快度分布. 图片修改取自文献[46]

Figure 2 (Color online) (a) Distributions of the reduced nucleon number density and the y -component spin density in the reaction plane (x - o - z plane). (b) Reduced-rapidity distribution of the spin polarization of free nucleons in y direction (perpendicular to the reaction plane). Taken from ref. [46] with modifications.

度的演化. 可见, 核子中心数密度在约 $t = 30$ fm/c 达到峰值, 而中心自旋密度 y 分量 s_y 约在 $t = 50$ fm/c 达到峰值. 参与者物质在 y 方向产生了自旋极化, 而旁观者物质在 $-y$ 方向产生了自旋极化, 这些自旋极化是时间反演对称项(式(30)第二项)和时间反演不对称项(式(30)第一项)共同作用的结果, 两者贡献相反且后者贡献更大. 图2(b)展示了自由核子 y 方向自旋极化的快度分布, 其中自由核子取为密度低于 $\rho_0/8$ 的核子, y 方向的自旋极化定义为

$$P_y = \frac{N_{s_y=+\frac{1}{2}} - N_{s_y=-\frac{1}{2}}}{N_{s_y=+\frac{1}{2}} + N_{s_y=-\frac{1}{2}}}, \quad (60)$$

这里 $N_{s_y=\pm\frac{1}{2}}$ 是处于自旋态 $s_y = \pm\frac{1}{2}$ 的自由核子数. 在中快度区域, 自由核子的自旋极化高达2%. 该自旋极化随着快度的增大而减小甚至变负, 与图2(a)中所展示的中心参与者物质 s_y 较大、旁观者物质 s_y 变负趋势一致. 这里可以观察到, 由于自旋-轨道耦合相互作用, 核子在垂直于反应平面方向发生了整体自旋极化, 且自旋的快度依赖与相对论重离子碰撞中观测到的 Λ 超子一致 [9].

图3比较了不同束流能量和碰撞参数下自由核子在 y 方向的自旋极化. 可以观察到, 束流能量在每核子100 MeV时自由核子的自旋极化最大. 一方面, 在低能情况下轨道角动量不够大, 在高能情况下自由核子数过多, 均会导致自由核子的自旋极化变小. 另一方面, 自旋相关平均场势(式(30))的强度来源于对密度的空间梯度, 可以看作是一种表面效应, 故大碰撞参数的情况下自旋-轨道相互作用更强, 能产生更大的自旋极化.

图4(a)展示了横平面内的核子数密度和自旋密度的演化. 一方面, 这里可以从另一个视角来观测核子数密度和自旋密度 y 分量的演化, 本质上与图2(a)一致. 另一方面, 自旋密度 z 分量 s_z 对应局域自旋极化, 其空间分布有一定的结构. 其中, 旁观者物质的 s_z 主要由式(30)中的时间反演对称项决定, 参与者物质的 s_z 仍然由式(30)中的时间反演不对称项起主要贡献. 图4(b)和(c)展示了 y 方向和 z 方向自由核子自旋极化的方位角分布, 这些分布可从图4(a)中 s_y 和 s_z 的空间分布找到对应关系. 这里方位角定义为 $\phi = \text{atan2}(p_y, p_x)$, 其中 p_y 和 p_x 分别为核子 y 方向和 x 方向的动量. $\phi = 0$ 和 $\pm\pi$ 对应从 $\pm x$ 出射的核子, 这些核子(特别是高横动

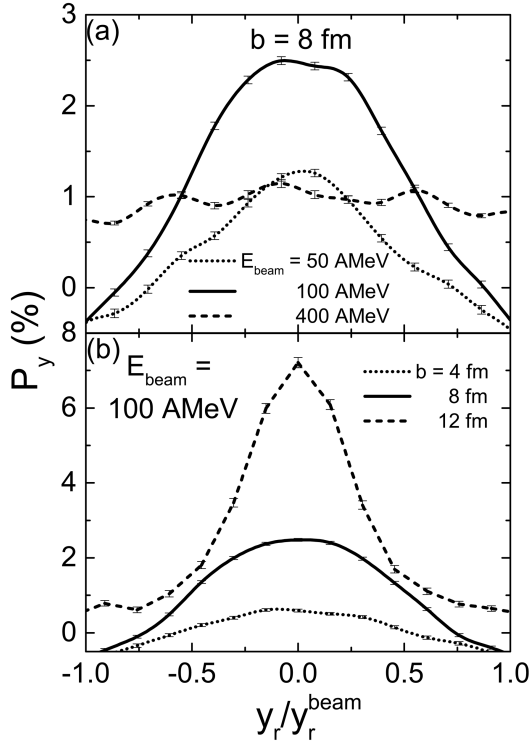


图 3 (a) 碰撞参数为 8 fm 时不同束流能量的 Au+Au 碰撞, 自由核子 y 方向自旋极化的约化快度分布. (b) 束流能量为每核子 100 MeV 时不同碰撞参数的 Au+Au 碰撞, 自由核子 y 方向自旋极化的约化快度分布. 图片修改取自文献[46]

Figure 3 (a) Reduced-rapidity distribution of the spin polarization of free nucleons in y direction in Au+Au collisions at different beam energies but a fixed impact parameter of 8 fm. (b) Reduced-rapidity distribution of the spin polarization of free nucleons in y direction in Au+Au collisions at different impact parameters but a fixed beam energy of 100 MeV. Taken from ref. [46] with modifications.

量核子)在重离子碰撞的较早期出射, 它们受到了旁观者物质的阻碍作用, 故 P_y 较小或为负. $\phi = \pm \pi/2$ 对应从 $\pm y$ 出射的核子, 这些核子直接从参与者物质出射(特别是后期出射的低横动量核子), 未受到旁观者物质的作用, 故 P_y 较大, 整体分布呈现双峰结构. 局域自旋极化 P_z 在 $-\pi/2 < \phi < 0$ 和 $\pi/2 < \phi < \pi$ 区域为正, $-\pi < \phi < -\pi/2$ 和 $0 < \phi < \pi/2$ 区域为负, 与图 4(a) 中参与者物质的 s_z 分布一致. 高横动量核子的局域自旋极化更强, 它们可能反映了早期参与者物质与旁观者物质较强的局域自旋极化. 值得一提的是, 这里基于自旋依赖的输运模型得到了中能重离子碰撞中的核子局域自旋极化, 与相对论重离子碰撞中 Λ 超子的局域自旋极化实验结果 [55] 具有相反的方位角分布.

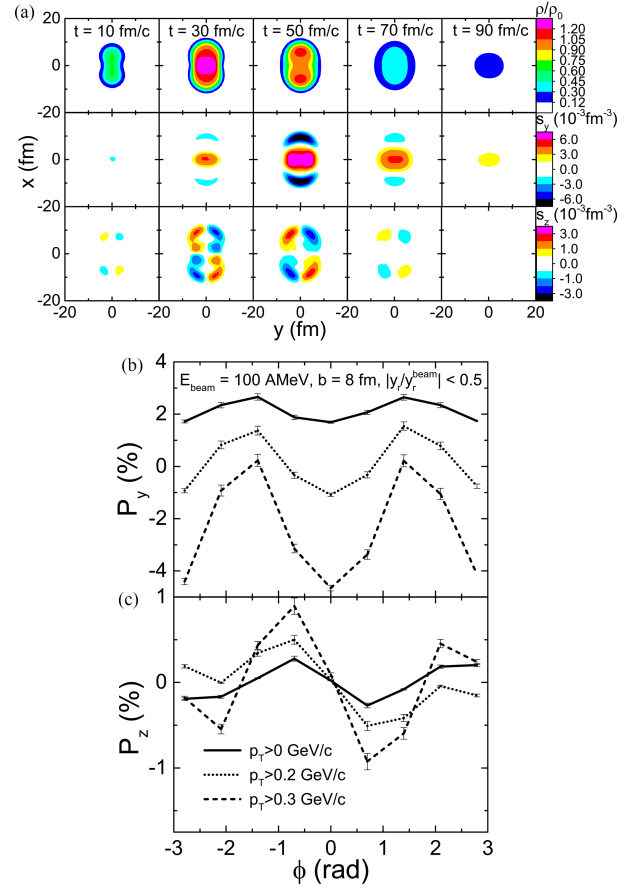


图 4 (网络版彩图) (a) 不同时刻横平面(x - o - y 平面)上的核子约化数密度分布、自旋密度分布的 y 分量, 以及自旋密度分布的 z 分量. (b), (c) 不同横动量 p_T 自由核子 y 方向(b)和 z 方向(c)自旋极化的方位角分布. 图片修改取自文献[46]

Figure 4 (Color online) (a) Distributions of the reduced nucleon number density, the y -component spin density, and the z -component spin density in the transverse plane (x - o - y plane). (b), (c) Azimuthal angular distribution of the spin polarization in y direction (b) and z direction (c) for free nucleons with different transverse momenta p_T . Taken from ref. [46] with modifications.

图 5 比较了不同自旋核子的集体流, 包括横向流 $\langle p_x/A \rangle$ 和椭圆流 $v_2 = \langle \frac{p_x^2 - p_y^2}{p_x^2 + p_y^2} \rangle$. 如式(30)和(38)所示, 不同自旋态的核子受到不同的平均场势作用. 其中式(30)中起主要作用的是第一项 $\nabla \times \mathbf{j}$ 涡旋场, 对自旋 $-y$ 方向的核子 ($s_y = -1/2$) 产生更强的排斥作用, 对自旋 $+y$ 方向的核子 ($s_y = +1/2$) 产生更强的吸引作用. 因此, 自旋 $-y$ 方向的核子相对于自旋 $+y$ 方向的核子有更强的横向流和椭圆流.

前面讨论的核子自旋极化和集体流的自旋劈裂, 经过自旋依赖的并合模型, 最终会体现到轻核的自旋

极化及其集体流的自旋劈裂上来. 图6展示了不同自旋态氘核的相对产额及集体流. 这里 $\rho_{1,1}$, $\rho_{0,0}$, $\rho_{-1,-1}$ 分别对应自旋态为 $S_y = +1, 0, -1$ 的氘核的相对产额. $\rho_{1,1}$ 和 $\rho_{-1,-1}$ 具有相反的快度依赖, 而 $\rho_{0,0}$ 几乎无快度依

赖且略低于1/3. 参考这里氘核的结果, 可能在相对论重离子碰撞中矢量介子的 $\rho_{1,1}$ 和 $\rho_{-1,-1}$ 更敏感于夸克-胶子等离子体的自旋极化, 但 $\rho_{0,0}$ 显然更容易测量[8,10]. 这里还观测到不同自旋态氘核的集体流发生了显著劈

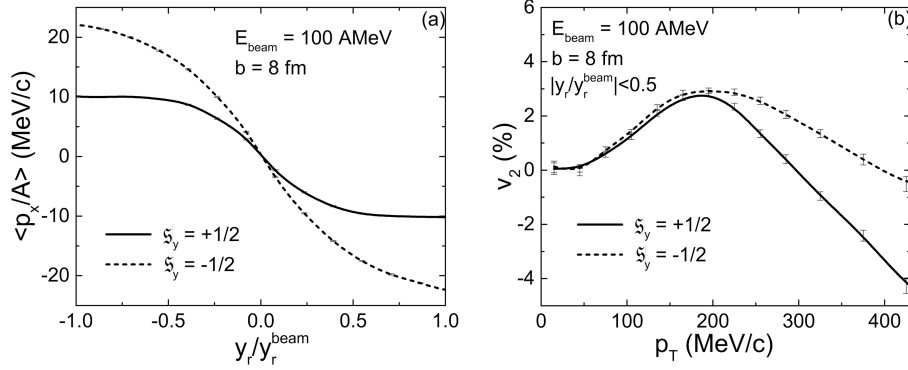


图 5 (a) y方向自旋向上和自旋向下自由核子横向流的约化快度依赖. (b) y方向自旋向上和自旋向下自由核子椭圆流的横动量依赖. 图片修改取自文献[46]

Figure 5 (a) Reduced-rapidity dependence of the transverse flow for spin-up and spin-down free nucleons in y direction. (b) Transverse momentum dependence of the elliptic flow for spin-up and spin-down free nucleons in y direction. Taken from ref. [46] with modifications.

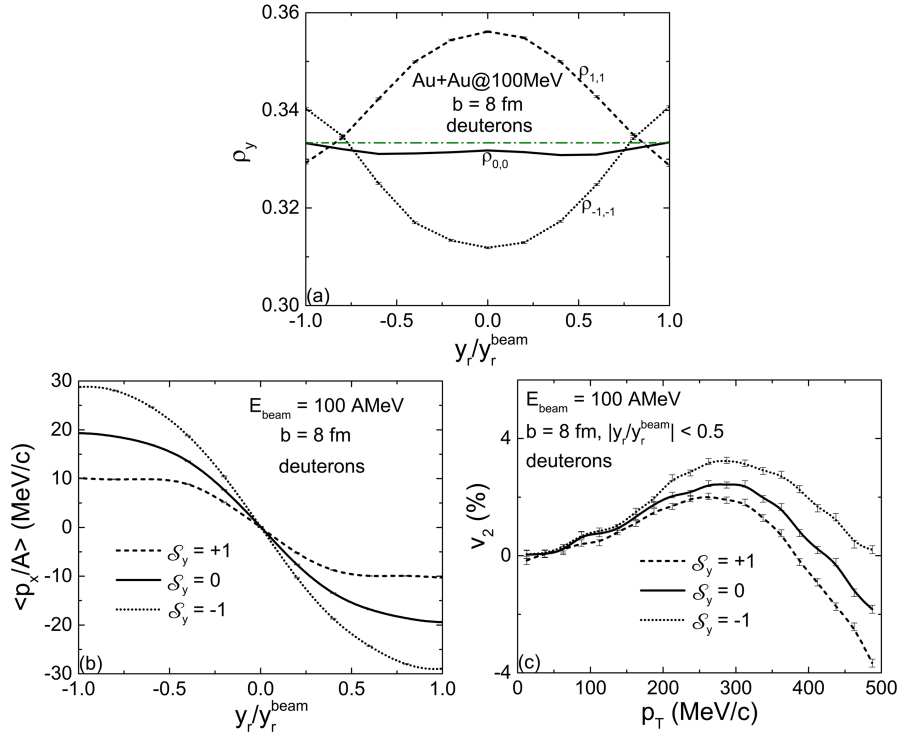


图 6 (a) 氘核y方向自旋排列矩阵对角元的约化快度分布. (b) y方向不同自旋态氘核横向流的约化快度依赖. (c) y方向不同自旋态氘核椭圆流的横动量依赖. 图片修改取自文献[46]

Figure 6 (a) Reduced-rapidity distribution of the triangular components of the spin arrangement matrix in y direction for deuterons. (b) Reduced-rapidity dependence of the transverse flow for deuterons at different spin states in y direction. (c) Transverse momentum dependence of the elliptic flow for deuterons at different spin states in y direction. Taken from ref. [46] with modifications.

裂. $S_y = -1$ 的氦核由自旋均为 $-1/2$ 的中子和质子组成, 其横向流与椭圆流最大. $S_y = +1$ 的氦核由自旋均为 $+1/2$ 的中子和质子组成, 横向流与椭圆流最小. $S_y = 0$ 的氦核由自旋为 $+1/2$ 和 $-1/2$ 的中子和质子组成, 横向流与椭圆流居中.

图7展示了氦核的自旋极化及不同自旋态的集体流. 氦核的自旋由未配对的中子决定, 故其自旋极化与中子极化类似. 对应地, 自旋态为 $s_y = -\frac{1}{2}$ 的氦核具有较大的横向流和椭圆流, 自旋态为 $s_y = +\frac{1}{2}$ 的氦核具有较小的横向流和椭圆流. 相比于氦核, 氦核集体流的自旋劈裂偏弱. 类似地, 也可以计算 ^3He 核的自旋极化和不同自旋态的集体流, 发现结果与氦核类似. 氦核的自旋由未配对的质子决定, 其自旋极化和集体流的自旋劈裂与质子类似.

上面讨论的都是自旋依赖的观测量. 对于自旋平均的观测量, 不考虑自旋自由度的传统输运模型的模拟结果是否完全不受自旋-轨道相互作用的影响呢? 事实上, 如前所述, 在低能熔合反应中, 引入自旋-轨道相互作用会影响熔合反应的截面和阈能^[21-23]. 原因在于自旋-轨道相互作用引起了反应核的内部自旋激发, 耗散了部分能量. 类似的自旋激发在自旋依赖的BUU输运模型中也被观测到(如图2(a)和4(a)). 这部分能量在高能重离子碰撞中或许微不足道, 但该效应在低能核反应中不可忽略. 图8比较了束流能量为每核子 50 MeV 条件下非对心碰撞的自由核子和氦核在有自旋-轨道耦合时自旋平均的横向流. 可见, 自旋-轨道相互作用引起了自旋激发并增强了耗散, 使得自旋平均的横向流也得以增强, 该效应对氦核横向流的

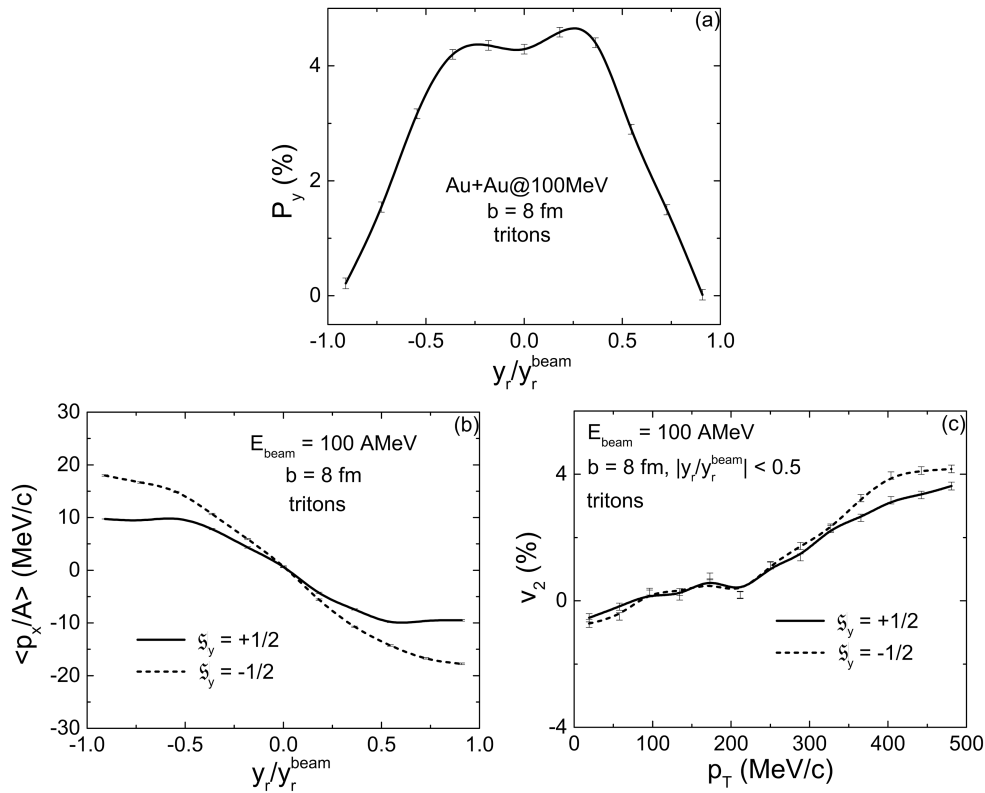


图7 (a) 氦核y方向自旋极化的约化快度分布. (b) y方向不同自旋态氦核横向流的约化快度依赖. (c) y方向不同自旋态氦核椭圆流的横动量依赖. 图片修改取自文献[46]

Figure 7 (a) Reduced-rapidity distribution of the spin polarization in y direction for tritons. (b) Reduced-rapidity dependence of the transverse flow for tritons at different spin states in y direction. (c) Transverse momentum dependence of the elliptic flow for tritons at different spin states in y direction. Taken from ref. [46] with modifications.

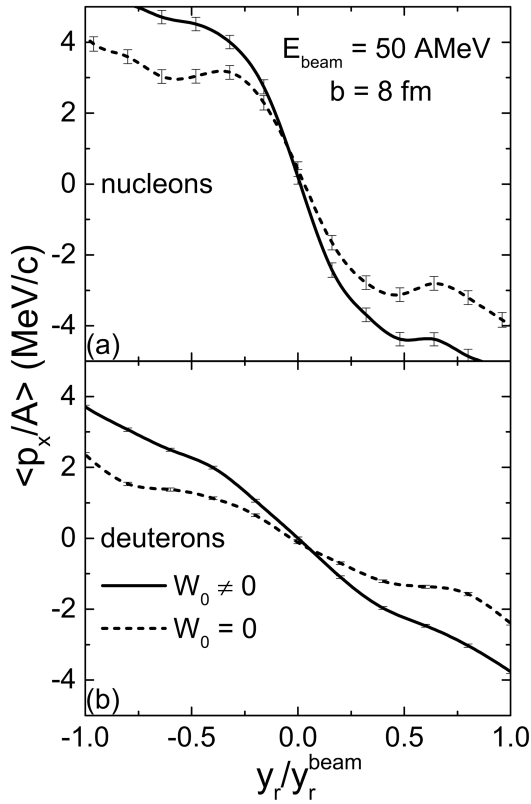


图 8 束流能量为每核子 50 MeV 碰撞参数为 8 fm 的 Au+Au 碰撞自由核子(a)和氘核(b)在有自旋-轨道耦合时横向流的约化快度依赖. 图片修改取自文献[46]

Figure 8 Reduced-rapidity dependence of the transverse flows for free nucleons (a) and deuterons (b) in Au+Au collisions at the beam energy of 50 MeV and impact parameter 8 fm with and without the spin-orbit coupling. Taken from ref. [46] with modifications.

增强更为显著. 因此, 核自旋-轨道相互作用的引入对精确描述低能核反应中的横向流不可或缺. 如需利用

横向流提取核力信息, 忽略核自旋-轨道相互作用可能会造成系统误差.

4 总结与展望

本文介绍了自旋依赖BUU输运模型的理论框架及代表性模拟结果. 从自旋依赖的BV方程出发, 利用试验粒子方法得到了自旋依赖的运动学方程, 并对运动学方程进行了格点哈密顿量算法的优化. 对于核子-核子散射部分, 还引入了自旋依赖的微分散射截面及自旋依赖的泡利阻塞. 对于轻核的产生, 在以往的并合模型基础上进行了自旋依赖的拓展. 基于该模型, 观测到了垂直于反应平面方向的整体自旋极化和沿束流方向的局域自旋极化, 并分析了不同自旋态核子和轻核的横向流与椭圆流劈裂. 在低能核反应中, 发现核自旋-轨道相互作用对自旋平均的观测量(如横向流)也有一定影响.

本文的工作有以下科学价值. 一方面, 可以使用同一套自旋相关的核力研究核结构与核反应中的问题, 并为理解中低能核反应中的自旋动力学、提出新的实验观测量提供重要参考. 另一方面, 相对论重离子碰撞的自旋动力学是当前热门课题, 其中强子相演化过程中的自旋动力学可以参考本文中的理论框架. 近期, 在核子自由度主导的能区也观测到了 Λ 超子的自旋极化^[56,57], 有望基于自旋依赖的BUU输运模型对该实验结果进行解释. 实验上, 或可通过不稳定轻核激发态衰变的角分布来探测轻核的自旋极化, 作为核子自旋动力学和自旋极化的间接证据.

致谢 感谢夏银、刘荣君在该研究方向上作出的贡献, 感谢李宝安教授在开展相关工作过程中进行的有益讨论.

参考文献

- 1 Kharzeev D E, Liao J, Voloshin S A, et al. Chiral magnetic and vortical effects in high-energy nuclear collisions—A status report. *Prog Part Nucl Phys*, 2016, 88: 1–28
- 2 Liu Y C, Huang X G. Spin polarization formula for Dirac fermions at local equilibrium. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2022, 65: 272011
- 3 Becattini F, Lisa M A. Polarization and vorticity in the quark-gluon plasma. *Annu Rev Nucl Part Sci*, 2020, 70: 395–423
- 4 Abelev B I, Aggarwal M M, Ahammed Z, et al. Azimuthal charged-particle correlations and possible local strong parity violation. *Phys Rev Lett*, 2009, 103: 251601
- 5 Abelev B, Adam J, Adamová D, et al. Charge separation relative to the reaction plane in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. *Phys Rev Lett*, 2013, 110: 012301

- 6 Adamczyk L, Adkins J K, Agakishiev G, et al. Observation of charge asymmetry dependence of pion elliptic flow and the possible chiral magnetic wave in heavy-ion collisions. *Phys Rev Lett*, 2015, 114: 252302
- 7 Liang Z T, Wang X N. Spin alignment of vector mesons in non-central A+A collisions. *Phys Lett B*, 2005, 629: 20–26
- 8 Liang Z T, Wang X N. Globally polarized quark-gluon plasma in noncentral A+A collisions. *Phys Rev Lett*, 2005, 94: 102301
- 9 Adamczyk L, Adkins J K, Agakishiev G, et al. Global Λ hyperon polarization in nuclear collisions. *Nature*, 2017, 548: 62
- 10 Abdallah M S, Aboona B E, Adam J, et al. Pattern of global spin alignment of ϕ and K^{*0} mesons in heavy-ion collisions. *Nature*, 2023, 614: 244–248
- 11 Xu J. Transport approaches for the description of intermediate-energy heavy-ion collisions. *Prog Part Nucl Phys*, 2019, 106: 312–359
- 12 Wolter H, Colonna M, Cozza D, et al. Transport model comparison studies of intermediate-energy heavy-ion collisions. *Prog Part Nucl Phys*, 2022, 125: 103962
- 13 Xu J. Semiclassical descriptions for quantum transport of heavy-ion collisions (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2019, 49: 072001 [徐骏. 重离子碰撞量子输运的半经典描述. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, 49: 072001]
- 14 Mayer M G. On closed shells in nuclei. *Phys Rev*, 1948, 74: 235–239
- 15 Mayer M G. On closed shells in nuclei. II. *Phys Rev*, 1949, 75: 1969–1970
- 16 Haxel O, Jensen J H D, Suess H E. On the “magic numbers” in nuclear structure. *Phys Rev*, 1949, 75: 1766
- 17 Otsuka T, Suzuki T, Fujimoto R, et al. Evolution of nuclear shells due to the tensor force. *Phys Rev Lett*, 2005, 95: 232502
- 18 Otsuka T, Matsuo T, Abe D. Mean field with tensor force and shell structure of exotic nuclei. *Phys Rev Lett*, 2006, 97: 162501
- 19 Otsuka T, Suzuki T, Honma M, et al. Novel features of nuclear forces and shell evolution in exotic nuclei. *Phys Rev Lett*, 2010, 104: 012501
- 20 Xu J, Li B A, Shen W Q, et al. Dynamical effects of spin-dependent interactions in low- and intermediate-energy heavy-ion reactions. *Front Phys*, 2015, 10: 102501
- 21 Umar A S, Strayer M R, Reinhard P G. Resolution of the fusion window anomaly in heavy-ion collisions. *Phys Rev Lett*, 1986, 56: 2793–2796
- 22 Maruhn J A, Reinhard P G, Stevenson P D, et al. Spin-excitation mechanisms in Skyrme-force time-dependent Hartree-Fock calculations. *Phys Rev C*, 2006, 74: 027601
- 23 Reinhard P G, Umar A S, Davies K T R, et al. Dissipation and forces in time-dependent Hartree-Fock calculations. *Phys Rev C*, 1988, 37: 1026–1035
- 24 Stevenson P D, Suckling E B, Fracasso S, et al. Skyrme tensor force in heavy ion collisions. *Phys Rev C*, 2016, 93: 054617
- 25 Godbey K, Guo L, Umar A S. Influence of the tensor interaction on heavy-ion fusion cross sections. *Phys Rev C*, 2019, 100: 054612
- 26 Hirsch J E. Spin Hall effect. *Phys Rev Lett*, 1999, 83: 1834–1837
- 27 Morawetz K. Kinetic theory of spin-polarized systems in electric and magnetic fields with spin-orbit coupling. I. Kinetic equation and anomalous Hall and spin-Hall effects. *Phys Rev B*, 2015, 92: 245425
- 28 Sinova J, Valenzuela S O, Wunderlich J, et al. Spin Hall effects. *Rev Mod Phys*, 2015, 87: 1213–1260
- 29 Xia Y, Xu J, Li B A, et al. Equations of motion of test particles for solving the spin-dependent Boltzmann-Vlasov equation. *Phys Lett B*, 2016, 759: 596–600
- 30 Wong C Y. Dynamics of nuclear fluid. VIII. Time-dependent Hartree-Fock approximation from a classical point of view. *Phys Rev C*, 1982, 25: 1460–1475
- 31 Bertsch G F, Das Gupta S. A guide to microscopic models for intermediate energy heavy ion collisions. *Phys Rep*, 1988, 160: 189–233
- 32 Ring P, Schuck P. The Nuclear Many-Body Problem. Berlin: Springer, 1980
- 33 Smith H, Jensen H H. Transport Phenomena. Oxford: Oxford University Press, 1989
- 34 O’Connell R F, Wigner E P. Manifestations of bose and fermi statistics on the quantum distribution function for systems of spin-0 and spin- $\frac{1}{2}$ particles. *Phys Rev A*, 1984, 30: 2613–2618
- 35 Carruthers P, Zachariasen F. Quantum collision theory with phase-space distributions. *Rev Mod Phys*, 1983, 55: 245–285
- 36 Wong C Y. Explicit solution of the time evolution of the Wigner function. *J Opt B-Quantum Semiclass Opt*, 2003, 5: S420–S428
- 37 Vautherin D, Brink D M. Hartree-Fock calculations with Skyrme’s interaction. I. Spherical nuclei. *Phys Rev C*, 1972, 5: 626–647
- 38 Chen L W, Ko C M, Li B A, et al. Density slope of the nuclear symmetry energy from the neutron skin thickness of heavy nuclei. *Phys Rev C*, 2010, 82: 024321
- 39 Engel Y M, Brink D M, Goeke K, et al. Time-dependent Hartree-Fock theory with Skyrme’s interaction. *Nucl Phys A*, 1975, 249: 215–238
- 40 Lenk R J, Pandharipande V R. Nuclear mean field dynamics in the lattice Hamiltonian Vlasov method. *Phys Rev C*, 1989, 39: 2242–2249
- 41 Arndt R A, Hackman R H, Roper L D. Nucleon-nucleon scattering analyses. II. Neutron-proton scattering from 0 to 425 MeV and proton-proton scattering from 1 to 500 MeV. *Phys Rev C*, 1977, 15: 1002–1020

- 42 Xia Y, Xu J, Li B A, et al. Simulating spin dynamics with spin-dependent cross sections in heavy-ion collisions. *Phys Rev C*, 2017, 96: 044618
- 43 Charagi S K, Gupta S K. Coulomb-modified Glauber model description of heavy-ion reaction cross sections. *Phys Rev C*, 1990, 41: 1610–1618
- 44 Gale C, Das Gupta S. Conservation laws and nuclear transport models. *Phys Rev C*, 1990, 42: 1577–1581
- 45 Liu R J, Xu J. Revisiting angular momentum conservation in transport simulations of intermediate-energy heavy-ion collisions. *Universe*, 2023, 9: 36
- 46 Liu R J, Xu J. Spin dynamics in intermediate-energy heavy-ion collisions with rigorous angular momentum conservation. *Phys Rev C*, 2024, 109: 014615
- 47 Xia Y, Xu J. Nucleon spin polarization in intermediate-energy heavy-ion collisions. *Phys Lett B*, 2020, 800: 135130
- 48 Xia Y, Xu J, Li B A, et al. Spin transport in intermediate-energy heavy-ion collisions as a probe of in-medium spin-orbit interactions. *Nucl Phys A*, 2016, 955: 41–57
- 49 Mattiello R, Sorge H, Stöcker H, et al. Nuclear clusters as a probe for expansion flow in heavy ion reactions at (10–15)A GeV. *Phys Rev C*, 1997, 55: 1443–1454
- 50 Chen L W, Ko C M, Li B A. Light cluster production in intermediate energy heavy-ion collisions induced by neutron-rich nuclei. *Nucl Phys A*, 2003, 729: 809–834
- 51 Sun K J, Chen L W. Analytical coalescence formula for particle production in relativistic heavy-ion collisions. *Phys Rev C*, 2017, 95: 044905
- 52 Röpke G. Light nuclei quasiparticle energy shifts in hot and dense nuclear matter. *Phys Rev C*, 2009, 79: 014002
- 53 Xu J, Li B A. Probing in-medium spin-orbit interaction with intermediate-energy heavy-ion collisions. *Phys Lett B*, 2013, 724: 346–350
- 54 Xia Y, Xu J, Li B A, et al. Spin-orbit coupling and the up-down differential transverse flow in intermediate-energy heavy-ion collisions. *Phys Rev C*, 2014, 89: 064606
- 55 Adam J, Adamczyk L, Adams J R, et al. Polarization of $\Lambda(\Lambda^-)$ hyperons along the beam direction in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. *Phys Rev Lett*, 2019, 123: 132301
- 56 Abou Yassine R, Adamczewski-Musch J, Asal C, et al. Measurement of global polarization of Λ hyperons in few-GeV heavy-ion collisions. *Phys Lett B*, 2022, 835: 137506
- 57 Abdallah M S, Aboona B E, Adam J, et al. Global Λ -hyperon polarization in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 3$ GeV. *Phys Rev C*, 2021, 104: L061901

Study spin dynamics in intermediate-energy heavy-ion collisions

XU Jun *

School of Physics Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China

**Corresponding author (email: junxu@tongji.edu.cn)*

The article has reviewed our studies on the spin dynamics in intermediate-energy heavy-ion collisions based on the spin-dependent Boltzmann transport model. Starting from the spin-dependent Boltzmann equation, the spin-dependent equations of motion for nucleons have been obtained by the test-particle method, and the spin-dependent nucleon-nucleon scatterings have been incorporated. Due to the nuclear spin-orbit interaction, nucleons with different spins have different dynamics in intermediate-energy heavy-ion collisions. We have observed both the global spin polarization perpendicular to the reaction plane and the local spin polarization along the beam direction, as well as the considerable difference in the transverse flows and elliptic flows of nucleons at different spin states. Furthermore, the spin-dependent coalescence model has been developed, and the yields and collective flows of light nuclei at different spin states have been discussed. Non-negligible effect of the spin-orbit interaction on spin-averaged observables, such as the spin-averaged transverse flow, has also been observed. The study in this article can be helpful for understanding the dynamics of intermediate-energy heavy-ion collisions from a new point of view, and may provide important references and predictions for related experiments.

heavy-ion collisions, spin-orbit coupling, spin polarization, collective flow, coalescence model

PACS: 25.70.-z, 75.76.+j, 24.70.+s, 25.75.Ld, 21.60.Gx

doi: [10.1360/SSPMA-2024-0479](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2024-0479)