



论 文

空间引力波探测中延迟锁定环关键参数设计与精度验证

徐毅¹, 谢思远^{1,2}, 姜思丞¹, 黄肖鸿¹, 杜远博^{1*}, 罗锴²

1. 天琴计划教育部重点实验室, 天琴中心&物理与天文学院, 天琴前沿科学中心, 国家航天局引力波研究中心, 中山大学(珠海校区), 珠海 519082

2. 中山大学(深圳校区), 电子与通信工程学院, 深圳 518107

*联系人, E-mail: duyb6@mail.sysu.edu.cn

收稿日期: 2025-11-08; 接受日期: 2026-02-12; 网络出版日期: 2026-07-14

国家重点研发计划(编号: 2023YFC2205503)和中山大学中央高校基本科研业务费专项资金资助项目

摘要 在天琴空间引力波探测计划中, 伪随机码测距技术有望在不影响引力波探测科学任务的前提下完成星间激光测距. 为实现亚米级的星间距离测量, 需要研究高精度的伪随机码测距技术. 伪随机码自相关函数是伪随机码测距技术的核心参数. 在数字系统中, 伪随机码的离散自相关函数的具体形式受离散采样的影响. 本文给出了伪随机码离散自相关函数的一种双参数解, 并据此分析得到伪码测距精度受采样比和采样周期参数的共同影响. 进一步通过数值计算和实验测试, 证明该伪随机码离散自相关函数双参数解的正确性. 其中, 数值计算显示该双参数解与定义一致, 而实验结果表明, 基于非等量采样方法的测距精度优于 $1.5\text{ mm}@10\text{ Hz}$, 满足天琴空间引力波探测计划的应用需求.

关键词 空间引力波探测, 伪随机码离散自相关函数, 数字系统, 非等量采样**PACS:** 04.80.Nn, 07.60.Ly, 07.87.+v, 84.40.Ua

1 引言

天琴空间引力波探测计划^[1,2]拟采用三星六链路构型构建迈克耳孙干涉仪, 利用激光干涉技术测量引力波. 由星间不等臂长与激光频率噪声耦合所引起的位移噪声是星间激光干涉测量的主要噪声来源之一. 通过时间延迟干涉(Time-Delay Interferometry, TDI)算法^[3-9]构建一个虚拟的等臂长干涉仪, 可以大幅抑制激

光频率噪声贡献. 时间延迟干涉的实施依赖星间的绝对距离与星间相对钟差等信息. 在激光干涉技术的基础上, 空间引力波探测需要在不影响引力波探测的科学任务前提下通过伪随机噪声码(Pseudo-Random Noise Code, 简称伪随机码)测距技术完成星间绝对距离测量和星间钟差测量^[10]. 面向空间引力波探测计划需求, 国内外研究星间激光伪码测距的机构主要有LISA计划^[11-13]、太极计划^[14]和天琴计划^[2]等. 其中,

引用格式: 徐毅, 谢思远, 姜思丞, 等. 空间引力波探测中延迟锁定环关键参数设计与精度验证. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2026, 56: 114211

Xu Y, Xie S, Jiang S, et al. Key parameter design and accuracy verification for delay-locked loops in space-based gravitational wave detection (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2026, 56: 114211, doi: 10.1360/SSPMA-2025-0545

LISA 计划已实现的测距精度为 $6 \text{ cm}@0.5 \text{ Hz}$ 或 $42 \text{ cm}@3 \text{ Hz}$, 假设测距噪声分布特性为高斯白噪声, 换算得到的测距精度分别为 $27 \text{ cm}@10 \text{ Hz}$ 或 $73 \text{ cm}@10 \text{ Hz}$; 太极计划实现的测距精度为 82.1 cm , 未给出刷新速率; 天琴计划已实现的测距精度为 $1.2 \text{ m}@10 \text{ Hz}$. 天琴计划对星间距离测量的初步指标需求为测距精度 $\leq 0.5 \text{ m}@10 \text{ Hz}$. 目前, 天琴计划中的测距精度指标尚不能完成任务需求, 需要开展更为深入的伪随机码测距研究.

空间引力波探测中的伪随机码测距系统主要由数字锁相环(Digital Phase-Locked Loop, DPLL)、延迟锁定环(Delay-Locked Loop, DLL)构成, 其误差源包括数字锁相环噪声、延迟锁定环噪声、电子学噪声、激光散粒噪声等. 其中, 应用于天琴计划的延迟锁定环噪声在所有噪声中占主导因素, 其噪声水平约为 1 m , 不满足空间引力波探测的指标需求. 因此本文将从降低延迟锁定环噪声的实际需求出发开展理论分析与实验验证.

在数字延迟锁定环中, 由于离散采样的影响, 伪随机码的自相关函数(Auto-Correlation Function, ACF)会变成离散自相关函数(Discrete Auto-Correlation Function, DACF). 在少部分情况下, 离散自相关函数是自相关函数的采样, 但在大部分情况下, 离散自相关函数与自相关函数的形式并不相同, 这取决于采样比(Sample-to-Chip Ratio). 采样比是伪随机码的码片宽度与对码片进行采样的采样周期之比. 离散自相关函数与伪随机码构型、采样比以及积分时间等有关, 其中采样比是影响延迟锁定环系统精度的主要因素.

Cheng 等人^[15]在分析全数字数据转换跟踪环时指出, 当采样比为整数时, 系统精度受限于采样周期, 并提出非等量采样(Non-Commensurate Sampling, NCS)的概念. 华博等人^[16]给出了一种基于 NCS 技术的延迟锁定环精度估计方法. 柯颀等人^[17]给出了 NCS 技术的一种性能评估方案, 该方案给出了延迟锁定环理论精度的迭代解. Yang 等人^[18]推导出了当其中一路伪随机码的码片起点与采样点重合在时间零点状态下的离散自相关函数解, 并据此解分析采样比对离散自相关函数的影响, 给出了采样率和相关器间距的选择原则. 但该离散自相关函数解既不适用于工程应用中对积分时间进行截断缩小的实际情况, 也未能对离散自相关函数进行完整分析. 由于离散自相关函数在数轴上分布着两路伪随机码和一路等间距分布采样点, 这三者之间的位置关系需

要至少用两个参数进行描述. Yang 等人^[18]的分析中将其中一路伪随机码与采样点进行了固连, 实现了对特殊条件下的离散自相关函数的求解.

本文通过推导伪随机码离散自相关函数的一种双参数解, 给出延迟锁定环的理论精度与采样比之间的定量关系. 该离散自相关函数也可用于理论推导, 从理论层面指导采样比和伪随机码码型的选取. 本文通过对比解析式与仿真计算结果, 进一步验证解析式的正确性. 本文还开展了电学实验以测量延迟, 并采用独立的测距方案验证了延迟测量结果的一致性. 实验表明, 基于采用非等量采样方法的测距精度优于 $1.5 \text{ mm}@10 \text{ Hz}$, 满足空间引力波探测的应用需求.

2 伪随机码的离散自相关函数

在数字系统中, 采样比是一个重要参数, 它定义为码片宽度 T_c 与采样周期 T_s 的比值:

$$N_r = \frac{T_c}{T_s} = \frac{P}{Q}, \quad (1)$$

其中 P 与 Q 为两个互质的正整数.

一般形式的伪码信号及其离散形式分别为

$$P(t-\tau) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m S(t-mT_c-\tau), \quad (2)$$

$$P_s(n, \tau) = P(t-\tau)|_{t=nT_s} = a_{u(n, \tau)}, \quad (3)$$

其中 a_m 是产生伪随机码的二值序列, $a_m \in \{-1, 1\}$. $S(t)$ 是周期为 T_c 的矩形函数, n 是采样点的编号, τ 是伪随机码的时间延迟.

定义两个中间函数 $u(n, \tau)$ 和 $v(n, \tau)$, 它们满足的定义式如下:

$$nT_s = u(n, \tau)T_c + v(n, \tau) + \tau. \quad (4)$$

式(4)表达的物理含义是编号为 n 的采样点在时间轴上的位置 nT_s 落在了第 $u(n, \tau)$ 个码片范围内, 且距离该码片起点 $u(n, \tau)T_c + \tau$ 的距离为 $v(n, \tau)$. 将式(4)中 $u(n, \tau)$ 和 $v(n, \tau)$ 显式表达如下:

$$u(n, \tau) = \left\lfloor \frac{nT_s - \tau}{T_c} \right\rfloor, \quad (5)$$

$$v(n, \tau) = \text{mod}_{T_c}\{nT_s - \tau\}. \quad (6)$$

参与离散自相关函数计算的两路伪随机码离散信

号分别为

$$P_I(n, \tau_I) = a_{u(n, \tau_I)}, \quad (7)$$

$$P_P(n, \tau_I - \Delta\tau) = a_{u(n, \tau_I - \Delta\tau)}, \quad (8)$$

其中 τ_I 为伪码 i 的延迟量, $\Delta\tau$ 为伪码 p 相对于伪码 i 的延迟量. 它们的离散自相关函数可以表示为

$$R_{I,P}(\tau_I, \Delta\tau) = \frac{1}{PN_P} \sum_{n=0}^{PN_P-1} a_{u(n, \tau_I)} a_{u(n, \tau_I - \Delta\tau)}, \quad (9)$$

该函数关于 $\Delta\tau$ 的周期为 $N_P T_c$, 关于 τ_I 的周期为 T_c .

将 $\Delta\tau$ 的一个周期划分为三个区域, 如图 1 所示. 其中, 对于 III 区有

$$R_{I,P}(\tau_I, \Delta\tau) = -\frac{1}{N_P}, \quad (10)$$

该式成立的一个充分条件是 Q 与 N_P 互质.

对于 I 区有

$$R_{I,P}(\tau_I, \Delta\tau) = \frac{1}{PN_P} \left(\sum_{\substack{n=0 \\ (\Delta\tau, \tau_I) \in S'_0}}^{PN_P-1} a_{u(n, \tau_I)} a_{u(n, \tau_I)} + \sum_{\substack{n=0 \\ (\Delta\tau, \tau_I) \in S'_1}}^{PN_P-1} a_{u(n, \tau_I)} a_{u(n, \tau_I)+1} \right), \quad (11)$$

其中,

$$S'_0 = \left\{ (\Delta\tau, \tau_I) \left| \begin{array}{l} \nu(n, 0) < \tau_I < T_c \\ \Delta\tau < 0 \\ \tau_I - \Delta\tau < T_c + \nu(n, 0) \end{array} \right. \cup \begin{array}{l} 0 \leq \tau_I \\ \Delta\tau < 0 \\ \tau_I - \Delta\tau \leq \nu(n, 0) \end{array} \right\},$$

$$S'_1 = \left\{ (\Delta\tau, \tau_I) \left| \begin{array}{l} \tau_I < T_c \\ \Delta\tau > -T_c \\ \tau_I - \Delta\tau > T_c + \nu(n, 0) \end{array} \right. \cup \begin{array}{l} 0 \leq \tau_I \leq \nu(n, 0) \\ \Delta\tau > -T_c \\ \tau_I - \Delta\tau > \nu(n, 0) \end{array} \right\}. \quad (12)$$

对于 II 区有

$$R_{I,P}(\tau_I, \Delta\tau) = \frac{1}{PN_P} \left(\sum_{\substack{n=0 \\ (\Delta\tau, \tau_I) \in S_0}}^{PN_P-1} a_{u(n, \tau_I)} a_{u(n, \tau_I)} + \sum_{\substack{n=0 \\ (\Delta\tau, \tau_I) \in S_1}}^{PN_P-1} a_{u(n, \tau_I)} a_{u(n, \tau_I)-1} \right), \quad (13)$$

其中,

$$S_0 = \left\{ (\Delta\tau, \tau_I) \left| \begin{array}{l} \tau_I < T_c \\ \Delta\tau > 0 \\ \tau_I - \Delta\tau > \nu(n, 0) \end{array} \right. \cup \begin{array}{l} 0 \leq \tau_I \leq \nu(n, 0) \\ \Delta\tau > 0 \\ \tau_I - \Delta\tau > -T_c + \nu(n, 0) \end{array} \right\},$$

$$S_1 = \left\{ (\Delta\tau, \tau_I) \left| \begin{array}{l} \nu(n, 0) < \tau_I < T_c \\ \Delta\tau < T_c \\ \tau_I - \Delta\tau \leq \nu(n, 0) \end{array} \right. \cup \begin{array}{l} \tau_I \geq 0 \\ \Delta\tau < T_c \\ \tau_I - \Delta\tau \leq -T_c + \nu(n, 0) \end{array} \right\}. \quad (14)$$

综上, $R_{I,P}(\tau_I, \Delta\tau)$ 在一个周期内的解析式如下:

$$R_{I,P}(\tau_l, \Delta\tau) = \begin{cases} \frac{1}{PN_P} \left(\sum_{n=0}^{PN_P-1} a_{u(n,\tau_l)} a_{u(n,\tau_l)} + \sum_{n=0}^{PN_P-1} a_{u(n,\tau_l)} a_{u(n,\tau_l)+1} \right), & -T_c \leq \Delta\tau \leq 0, \\ \frac{1}{PN_P} \left(\sum_{n=0}^{PN_P-1} a_{u(n,\tau_l)} a_{u(n,\tau_l)} + \sum_{n=0}^{PN_P-1} a_{u(n,\tau_l)} a_{u(n,\tau_l)-1} \right), & 0 < \Delta\tau \leq T_c, \\ -\frac{1}{N_P}, & \text{其他.} \end{cases} \quad (15)$$

特别地, 当 $\tau_l = 0$ 时,

$$R_{I,P}(0, \Delta\tau) = \begin{cases} \frac{1}{PN_P} \left(\sum_{n=0}^{PN_P-1} a_{u(n,0)} a_{u(n,0)} + \sum_{n=0}^{PN_P-1} a_{u(n,0)} a_{u(n,0)+1} \right), & -T_c \leq \Delta\tau \leq 0, \\ \frac{1}{PN_P} \left(\sum_{n=0}^{PN_P-1} a_{u(n,0)} a_{u(n,0)} + \sum_{n=0}^{PN_P-1} a_{u(n,0)} a_{u(n,0)-1} \right), & 0 < \Delta\tau \leq T_c, \\ -\frac{1}{N_P}, & \text{其他,} \end{cases} \quad (16)$$

其中, 中间函数 $u(n, \tau)$ 和 $v(n, \tau)$ 的定义见式(5)和(6).

定义 $U_0 = S_0 \cup S_0'$, $U_1 = S_1 \cup S_1'$, 则 U_0 和 U_1 的分布图如图2所示.

离散自相关函数 $R_{I,P}(\tau_l, \Delta\tau)$ 在 $-T_c < \tau < T_c$ 内的取值直接由数列 $v(n, 0)$ 和产生伪随机码信号的二值序列 a_m 决定. 对于每一个确定 $\Delta\tau$, 共有 PN_P 个求和项, $v(n, 0)$ 决定了编号为 n 的求和项参与求和的形式, a_m 决定了该项是否为0. $v(n, 0)$ 的取值范围是 $\{0, T_c/P, 2T_c/P, \dots, (P-1)T_c/P\}$, 它在数轴上等间距分布. 对于两个不同的 $\Delta\tau$, 如果两者之间不包含 $v(n, 0)$ 的任何取值点, 那么

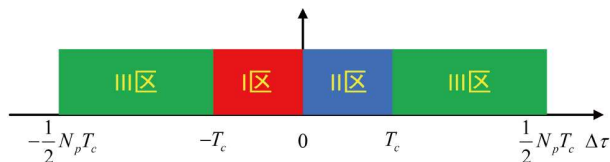


图 1 (网络版彩图) $\Delta\tau$ 的分区
Figure 1 (Color online) Partition of $\Delta\tau$.

两者所对应的编号相同的项参与求和的形式不变, 因此两者所对应的离散自相关函数 $R_{I,P}(\tau_l, \Delta\tau)$ 必然相等. 如果两者之间含有 $v(n, 0)$ 的某个取值点, 那么两者所对应的某些编号相同的项参与求和的形式改变, 但如果这些改变了求和形式的项的值均相同, 那么离散自相关函数 $R_{I,P}(\tau_l, \Delta\tau)$ 仍然不会发生改变. 这一性质说明离散自相关函数 $R_{I,P}(\tau_l, \Delta\tau)$ 是一个阶梯状函数, 阶梯的宽

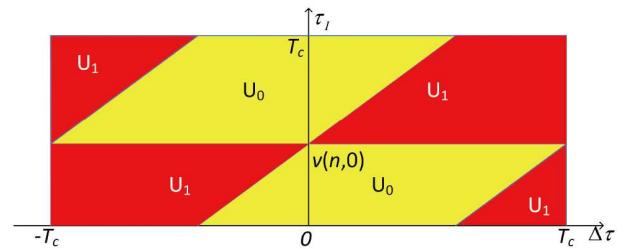


图 2 (网络版彩图) U_0 与 U_1 的分布
Figure 2 (Color online) Distribution of U_0 and U_1 .

度为 T_c/P 的整数倍.

3 误差函数与延迟锁定环的精度

延迟锁定环作为一种负反馈控制方案, 正常反馈锁定的实现要求在锁定中心附近具有单调性, 而式

(15)或(16)所描述的伪码自相关函数在0点处不单调. 考虑误差函数:

$$\tilde{R}(\tau_I, \Delta\tau) = R_{I,P}\left(\tau_I, \Delta\tau + \frac{1}{2}T_c\right) - R_{I,P}\left(\tau_I, \Delta\tau - \frac{1}{2}T_c\right). \quad (17)$$

误差函数在 $-T_c/2 < \tau < T_c/2$ 内的解析式为

$$\tilde{R}(\tau_I, \Delta\tau) = \frac{1}{PN_P} \begin{pmatrix} \sum_{n=0}^{PN_P-1} a_{u(n, \tau_I)} a_{u(n, \tau_I)} + \sum_{n=0}^{PN_P-1} a_{u(n, \tau_I)} a_{u(n, \tau_I)-1} \\ \left(\Delta\tau + \frac{1}{2}T_c, \tau_I\right) \in S_0 \quad \left(\Delta\tau + \frac{1}{2}T_c, \tau_I\right) \in S_1 \\ - \sum_{n=0}^{PN_P-1} a_{u(n, \tau_I)} a_{u(n, \tau_I)} - \sum_{n=0}^{PN_P-1} a_{u(n, \tau_I)} a_{u(n, \tau_I)+1} \\ \left(\Delta\tau - \frac{1}{2}T_c, \tau_I\right) \in S'_0 \quad \left(\Delta\tau - \frac{1}{2}T_c, \tau_I\right) \in S'_1 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

其中 $u(n, \tau)$, $v(n, \tau)$, S_0 , S_1 , S'_0 和 S'_1 的定义见式(5), (6), (12)和(14).

误差函数同样是阶梯状函数, 在 $-T_c/2 < \tau < T_c/2$ 内不严格单调, 呈阶梯状. 每个阶梯宽度均为 T_c/P 的整数倍. 我们通过选取恰当的码型, 使得误差函数在0点附近的阶梯宽度仅为 T_c/P 的1倍, 此时 T_c/P 是延迟锁定环在数字系统限制下的最小分辨率.

为开展理论和实验验证, 设定采样比为8192/255、采样时间为10 ns, 此时理论给出的时钟同步分辨率约为0.04 ns, 对应的测距分辨率为1.2 cm.

4 实验验证

(1) 计算验证

对式(16)的验证可以通过数值计算式(16)与仿真计算式(9)来得到. 输入同一组参数并计算两式的结果, 比较两者的差值即可验证解析式与定义式是否一致. 计算验证与实验所采用的参数统计如表1所示.

对于仿真计算式(7)的计算, 采用查找表的形式定义伪随机码序列. 在表1的参数下, 将查找表的数据更新周期定为1/408 ns, 该值同时是伪随机码序列周期和伪随机码码宽的等分数. 图3给出了数值计算与仿真计算的对比结果, 可见两条曲线良好吻合, 定量的数据比对表明式(16)与式(9)在数值计算精度内相等. 同时, 两条曲线的阶梯宽度均为0.04 ns, 正是理论所给出的时

表 1 计算所使用的参数

Table 1 Parameters for calculation

系统参数	设计值
伪随机码码型	双极m序列码
伪随机码阶数	10
伪随机码周期码元个数	1023
伪随机码特征多项式	$f(x) = x^{10} + x^3 + 1$
采样频率	100 MHz
伪随机码码率	3.113 MHz
采样比	8192/255

钟同步分辨率.

(2) 延迟锁定环实验测试验证

本实验所采用的实验方案如图4中所示. 在函数发生器生成的时钟信号驱动下, FPGA (Field Programmable Gate Array)开发板中分别生成两路伪码PRN1与PRN2, 其中PRN2经DAC转化为模拟信号后输出, 经过机械移相器的移相延迟再输入ADC转化为数字信号, 与PRN1同时输入测距运算模块解算出伪距. FPGA内部分为两个时钟域, 其中伪随机码生成器1被伪随机码生成时钟驱动, 使用查找表生成伪随机码信号; 伪随机码生成器2被主时钟驱动, 使用查找表生成经主时钟采样后的伪随机码信号. 在测距运算模块中, 如果不对式(16)中的求和进行截断, 在表1的参数下, 系统运算所需时间为0.08 s, 对应频率为12.5 Hz; 而延迟锁定环

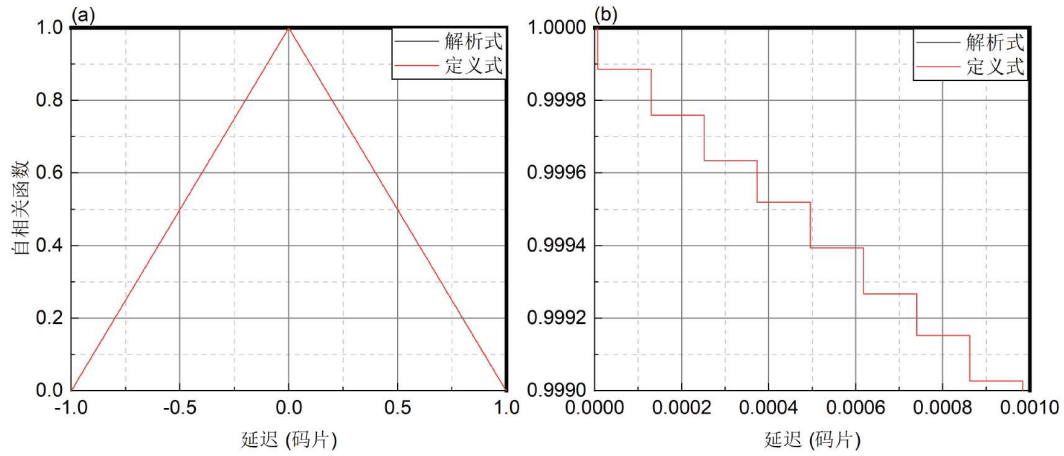


图 3 (网络版彩图)数值计算与仿真计算的对比. (a) 整体图, (b) 细节图

Figure 3 (Color online) Comparison between numerical calculation and simulation calculation. (a) Overall view, (b) detailed view.

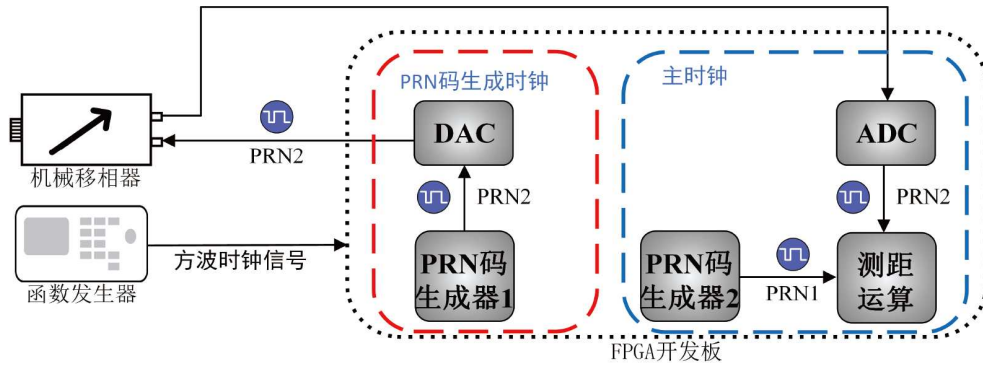


图 4 (网络版彩图)基于延迟锁定环的实验方案示意图

Figure 4 (Color online) Schematic diagram of the experimental DLL scheme.

系统需要进行多次反馈运算, 因此若将式(16)直接用于延迟锁定计算, 则数据刷新率将不能满足指标需求. 为了提升数据刷新率, 减少数据运算时间, 我们将式(16)中的求和进行截断, 仅计算式(16)的前 2^{15} 项, 即原计算长度的0.4%, 此时数据输出所需时间降低至约0.4 ms, 对应频率为2.5 kHz, 远大于指标需求的10 Hz刷新率, 后续将使用降采样平均算法平均后输出.

图5展示了截断数据对自相关函数形貌特征的影响. 当计算长度大于或等于原长度的0.4%时, 截断数据对自相关函数的影响较小, 不会对系统精度产生较大误差.

在实验中, 通过调节机械移相器的延迟量, 定量控

制伪码测距系统的输入延迟, 同时采用测距运算模块测量伪距变化. 为了对伪距测量结果进行独立验证, 预先采用时间间隔计数器(SR620, SRS)对机械移相器的延迟量进行标定, 在 5×10^3 的平均次数下, 实现对延迟量测量的不确定度优于1 ps, 对应的距离测量不确定度优于0.3 mm, 满足对测距结果进行高精度验证的需求.

图6(a)展示了原始采样频率下实验数据中的统计分布情况, 可见其噪声分布类似于高斯白噪声. 对该实验数据进行降采样平均, 可以发现其误差特性符合高斯白噪声的统计特性. 对高斯白噪声进行次数为 n 的降采样平均, 其不确定度将有 $1/\sqrt{n}$ 的改善, 实测的改

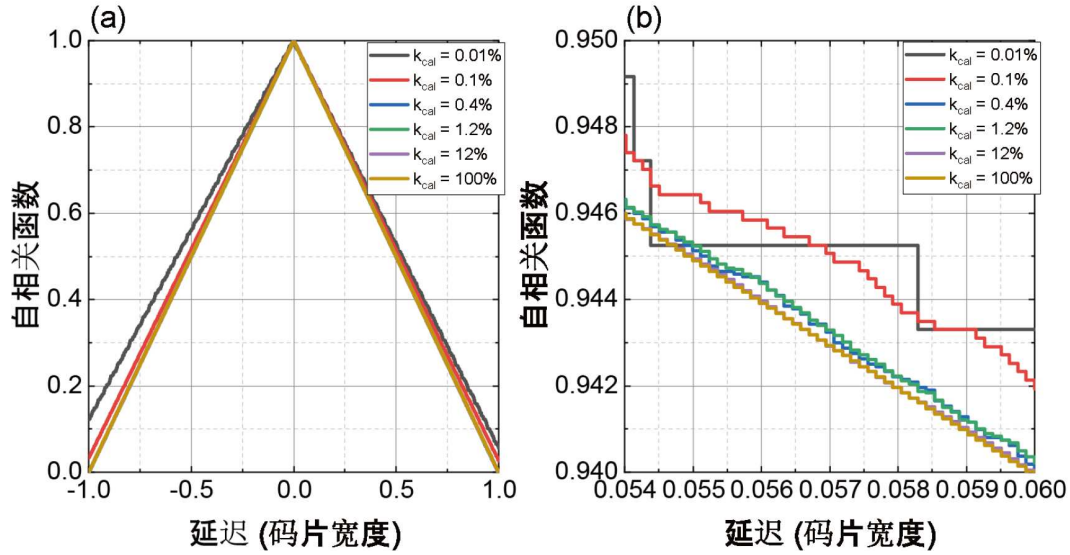


图 5 (网络版彩图)截断数据对离散自相关函数的影响. (a) 整体图; (b) 细节图
Figure 5 (Color online) Influence of truncated data on DCAF. (a) Overall view, (b) detailed view.

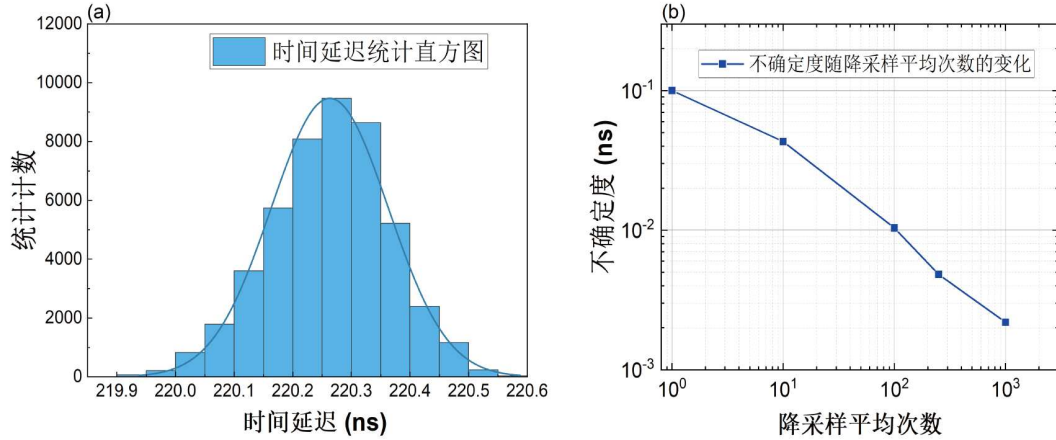


图 6 (网络版彩图)降采样平均对测距不确定度的影响. (a) 特定延迟量下 2.5 kHz 刷新率输出数据的统计分布; (b) 不确定度随降采样平均次数的变化
Figure 6 (Color online) Effect of downsampling averaging on the ranging uncertainty. (a) Statistical distribution of the output data at a 2.5 kHz refresh rate for a specific time delay, (b) variation of the uncertainty with the number of downsampling averaging cycles.

善结果如图6(b)所示. 可见, 将原频率为 2.5 kHz 的实验数据降采样至 10 Hz, 不确定度将会改善为未降采样平均结果的 $1/\sqrt{250}$.

对机械移相器的多个标定点测得的数据结果如图 7 所示. 可见, 伪码测距实现时间测量不确定度优于 $4.9 \text{ ps}@10 \text{ Hz}$, 对应距离测量不确定度 $1.5 \text{ mm}@10 \text{ Hz}$, 且测量结果与独立标定结果吻合得很好. 而降采样平均的理论时间测量不确定度为 $2.6 \text{ ps}@10 \text{ Hz}$, 对应距

离测量不确定度 $0.78 \text{ mm}@10 \text{ Hz}$; 考虑系统因截断数据等造成的误差贡献, 该实测值与理论值基本吻合.

5 结论

本文针对天琴计划对星间绝对距离测量的精度提升需求, 从理论出发推导出离散自相关函数的一种双参数解, 并将其应用于星间绝对距离测量, 得到星间

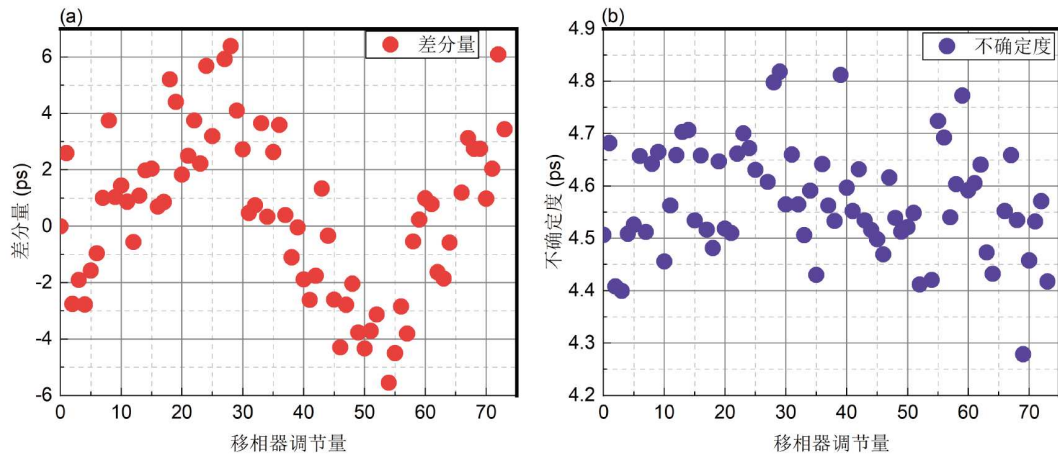


图 7 (网络版彩图)延迟锁定环实验测试结果. (a) 两系统测量数据的差分量; (b) 延迟锁定环系统 10 Hz 刷新率下的时延不确定度

Figure 7 (Color online) Results of the DLL system experiment. (a) Differential value of data of the two systems, (b) time delay error of the DLL system at a refresh rate of 10 Hz.

绝对距离测量系统理论精度提升的实现方案. 同时, 本文通过数值计算与延迟锁定环实验测试两种方式证明了双参数解的正确性与精度提升实现方案的可行性. 针对天琴计划, 目前延迟锁定环系统的距离测量精度约为 $1.5 \text{ mm}@10 \text{ Hz}$, 满足应用需求.

离散自相关函数的一种双参数解, 为非等量采样技术提供了理论支持. 非等量采样技术能够提升系统精度的本质是在非整数采样比下, 离散自相关函数阶梯宽度比整数采样比要显著减少, 从而显著减少测距误差.

参考文献

- 1 Luo J, Chen L S, Duan H Z, et al. TianQin: A space-borne gravitational wave detector. *Class Quantum Grav*, 2016, 33: 035010
- 2 Luo J, Bai S, Bai Y, et al. Progress of the TianQin project. *Class Quantum Grav*, 2025, 42: 173001
- 3 Armstrong J W, Estabrook F B, Tinto M. Time-delay interferometry for space-based gravitational wave searches. *Astrophys J*, 1999, 527: 814–826
- 4 Bayle J B, Hartwig O, Staab M. Adapting time-delay interferometry for LISA data in frequency. *Phys Rev D*, 2021, 104: 023006
- 5 de Vine G, Ware B, McKenzie K, et al. Experimental demonstration of time-delay interferometry for the laser interferometer space antenna. *Phys Rev Lett*, 2010, 104: 211103
- 6 Reinhardt J N, Euringer P, Hartwig O, et al. Time-delay interferometry with onboard optical delays. *Phys Rev D*, 2024, 110: 082005
- 7 Wang P P. Laser Frequency Fluctuation and Clock-Jitter Noise Reduction Schemes by Using Time Delay Interferometry Technique (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2021 [王盼盼. 利用时间延迟干涉技术压制激光频率噪声与时钟噪声的方法研究. 博士学位论文. 武汉: 华中科技大学, 2021]
- 8 Wang D F, Yao X, Jiao Z K, et al. Time-delay interferometry for space-based gravitational wave detection (in Chinese). *Chin Opt*, 2021, 14: 275–288 [王登峰, 姚鑫, 焦仲科, 等. 面向天基引力波探测的时间延迟干涉技术. 中国光学, 2021, 14: 275–288]
- 9 Wang P P, Zhao X L, Wu Z Q, et al. Time-delay interferometry for space-borne gravitational wave detection (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2025, 55: 230410 [王盼盼, 赵鑫磊, 吴张启, 等. 空间引力波探测中的时间延迟干涉技术. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2025, 55: 230410]
- 10 Wang Z, Xu W, Wu K, et al. Time-delay interferometry with local delays for TianQin. *Phys Rev D*, 2024, 110: 082009
- 11 Sweeney D. Laser Communications for LISA and the University of Florida LISA Interferometry Simulator. Dissertation for Doctoral Degree. Gainesville: University of Florida, 2012

- 12 Sutton A, McKenzie K, Ware B, et al. Laser ranging and communications for LISA. *Opt Express*, 2010, 18: 20759
- 13 Esteban J J. Laser Ranging and Data Communication for the Laser Interferometer Space Antenna. Dissertation for Doctoral Degree. Granada: Universidad de Granada, 2012
- 14 Chen P, Zhang Y, Deng R, et al. Experimental demonstration of bi-directional laser ranging and data communication for space gravitational wave detection. *Results Phys*, 2024, 65: 107985
- 15 Cheng U, Hinedi S. Performance of the all-digital data-transition tracking loop in the advanced receiver. In: The Telecommunications and Data Acquisition Report. Pasadena: Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, 1989. 60–71
- 16 Hua B, Mao Z Y, Kang J F, et al. Research on pseudo-random noise code synchronization technology based on non-commensurate sampling (in Chinese). *Sys Eng Electron*, 2022, 44: 1401–1408 [华博, 毛忠阳, 康家方, 等. 基于非等量采样的伪码同步技术研究. *系统工程与电子技术*, 2022, 44: 1401–1408]
- 17 Ke T, Hu X L, Liu Y Q, et al. Influence of sampling rate on time discrimination in GNSS receiver (in Chinese). *J Astron*, 2010, 31: 2722–2729 [柯颀, 胡修林, 刘禹圻, 等. GNSS接收机中采样率对时间鉴别力的影响. *宇航学报*, 2010, 31: 2722–2729]
- 18 Yang J, Yang Y K, Li J S, et al. Analysis of noncommensurate sampling effects on the performance of PN code tracking loops. *Sci China Tech Sci*, 2018, 61: 893–905

Key parameter design and accuracy verification for delay-locked loops in space-based gravitational wave detection

XU Yi¹, XIE Siyuan^{1,2}, JIANG Sicheng¹, HUANG Xiaohong¹, DU Yuanbo^{1*} & LUO Kai²

¹ MOE Key Laboratory of TianQin Mission, TianQin Research Center for Gravitational Physics & School of Physics and Astronomy, Frontiers Science Center for TianQin, Gravitational Wave Research Center of CNSA, Sun Yat-sen University (Zhuhai Campus), Zhuhai 519082, China

² School of Electronic and Communication Engineering, Sun Yat-sen University (Shenzhen Campus), Shenzhen 518107, China

*Corresponding author (email: duyb6@mail.sysu.edu.cn)

In the TianQin space-based gravitational wave detection mission, pseudo-random noise (PRN) code ranging technology promises to achieve inter-satellite laser ranging without compromising the scientific mission of gravitational wave detection. To realize sub-meter inter-satellite distance measurement, research on high-precision PRN ranging technology is essential. The auto-correlation function of the PRN code serves as the key parameter for this ranging technique. In digital systems, the specific form of the discrete auto-correlation function (DACF) of a PRN code is influenced by the discrete sampling. This work presents a two-parameter solution for the DACF of a PRN code. Analysis shows that the PRN ranging accuracy is jointly affected by parameters of both the sample-to-chip ratio and the sampling period. Further numerical calculations and experimental tests validate the correctness of this two-parameter solution for the DACF. Numerical results confirm consistency with the definition, while experiments demonstrate that ranging accuracy based on non-commensurate sampling is better than 1.5 mm@10 Hz, meeting the application requirements of the TianQin space-based gravitational wave detection mission.

space-based gravitational wave detection, discrete auto-correlation function of pseudo-random noise code, digital system, non-commensurate sampling

PACS: 04.80.Nn, 07.60.Ly, 07.87.+v, 84.40.Ua

doi: [10.1360/SSPMA-2025-0545](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2025-0545)