中国科学 : 物理学 力学 天文学 2026 年 第 56 卷 第 12 期 : 122012
SCIENTIA SINICA Physica, Mechanica & Astronomica physcn.scichina.com
《中国科学》杂志社 SCIENCE CHINA PRESS
论 文

纯中子星与混杂星状态方程的贝叶斯比较: 似然构造与GW190814的影响

郭俊华[1,2,3], 谢文杰[1,3*]

1. 运城学院, 物理与电子工程系, 运城 044000
2. 西安工业大学, 陕西省薄膜技术与光学检测重点实验室, 西安 710021
3. 运城学院, 山西省智能光电传感应用技术创新中心, 运城 044000
*联系人, E-mail: xiewenjie@ycu.edu.cn

收稿日期: 2026-04-03; 接受日期: 2026-06-01; 网络出版日期: 2026-09-03
陕西省自然科学基础研究计划(编号: 2025JC-JCQN-093)、陕西省创新能力支撑计划(编号: 2025ZY1-GNYZ-05)、陕西省教育厅科学研究计划(编号: 25JC040)和西安市未央区秦创原科技成果转化项目(编号: 202415)资助

摘要 致密星状态方程(Equation Of State, EOS)的反演不仅依赖于理论模型本身, 也显著受观测似然构造方式的影响. 本文在统一的核物质参数化框架下, 系统研究了两类致密星模型: 纯中子星模型和允许发生强子-夸克一阶相变的混杂星模型. 其中, 纯中子星模型由6个经验核物质参数表征, 混杂星模型则在此基础上进一步引入相变密度、能量密度跳跃和夸克物质声速平方三个参数. 基于NICER对PSR J0030+0451、PSR J0740+6620和PSR J0437-4715的质量-半径观测, 本文分别采用Gaussian似然和二维核密度估计(KDE)似然进行贝叶斯推断, 并进一步比较是否引入GW190814约束时参数后验、宏观可观测量以及模型证据的变化. 结果表明: 对于纯中子星模型, Gaussian与KDE两种似然给出的质量-半径区域总体相近, 但对L和$K_{\rm sym}$等中高密敏感参数的约束存在明显差异; 对于混杂星模型, 似然构造方式不仅改变强子相参数的后验宽度, 还会显著重塑相变密度、能量密度跳跃和夸克相刚度的允许区域. 在将GW190814次伴星作为非转动或慢转动高质量致密星候选体的条件下, 两类模型的最大质量后验均明显向更高值集中, 但混杂星模型主要通过重塑相变参数空间来满足高质量约束, 而纯中子星模型则更多依赖于增强强子相高密压强支撑. 贝叶斯证据比较显示, 在Gaussian基线情形下, 纯中子星模型仅相对混杂星模型表现出弱偏好; 而在KDE框架下, 混杂星模型则获得强支持. 加入GW190814后, 所有模型的绝对证据均有所下降, 但纯中子星模型的证据下降幅度更大, 而混杂星模型的下降幅度相对较小. 在涉及高密相变、夸克物质形成及模型选择问题时, 保留质量-半径观测后验中的非高斯信息并非技术细节, 而会实质性影响对高密物质状态方程的统计推断和物理结论.

关键词 中子星, 混杂星, 状态方程, 贝叶斯推断, 似然函数

PACS: 97.60.Jd, 26.60.Kp, 21.65.Qr, 24.85.+p, 04.30.Tv

引用格式: 郭俊华, 谢文杰. 纯中子星与混杂星状态方程的贝叶斯比较: 似然构造与GW190814的影响. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2026, 56: 122012
Guo J, Xie W. Bayesian comparison of pure neutron star and hybrid star equations of state: Effects of likelihood construction and GW190814 (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2026, 56: 122012, doi: 10.1360/SSPMA-2026-0254

© 2026 《中国科学》杂志社

1 引言

随着多信使天文学时代的到来, 引力波观测和X射线脉冲轮廓建模共同为约束极端条件下致密星状态方程(Equation Of State, EOS)提供了前所未有的丰富数据[1–11]. 在这一背景下, 贝叶斯推断已成为联合多信使观测反演EOS参数和致密星宏观性质的标准范式之一[12–17]. 然而, 现有大量工作更关注物理模型本身的改进, 而对统计推断方法, 特别是观测似然函数构造方式所带来的系统差异讨论相对不足[18–21]. 在处理质量-半径后验时, 一类工作采用高斯(Gaussian)近似来表征观测中心值及其误差, 另一类工作则利用二维核密度估计(Kernel Density Estimation, KDE)尽可能保留原始后验中的非高斯、偏态乃至多峰结构. 似然构造方式本身对最终参数约束及模型比较具有系统影响, 值得进行定量而平行的分析.

除统计方法带来的不确定性外, 致密星核心的真实物质组成仍是该领域最核心的物理问题之一[22–25]. 目前最自然、也最具竞争性的两类图像分别是纯中子星(NS)模型和混杂星(HS)模型: 前者的核心仅由核子和轻子构成, 后者则允许在高密区发生强子-夸克退禁闭相变[26–30]. 为了对这两类模型进行尽可能无偏的比较, 必须在统一的强子EOS参数化框架下开展研究. 本文对纯中子星部分采用考虑了同位旋效应的Metamodeling方法[31], 该方法基于经验核物质参数展开, 能够在较少模型偏置的前提下灵活覆盖强子EOS的不确定性空间. 对于混杂星部分, 在同一强子Metamodeling方法的基础上, 引入常声速(Constant-Speed-of-Sound, CSS)参数化来描述高密夸克相[32], 并通过Maxwell构造实现强子-夸克一阶相变[33]. 这一统一基准既避免了底层强子模型不一致所带来的额外偏差, 也为后续进行严格的贝叶斯证据比较奠定了基础.

此外, LIGO/Virgo合作组[34]观测到的特殊引力波事件GW190814进一步提高了高密EOS反演的辨识度. 该事件中次伴星的质量处于约$2.5M_\odot$–$2.67M_\odot$的低质量间隙附近; 若将其视作致密星候选体, 则会对状态方程在极高密度下的压强支撑能力提出极为严格的要求[35–39]. 对于纯强子模型而言, 这意味着需要足够大的高密刚度和最大质量; 而对于混杂星模型而言, 则意味着必须回答一个更尖锐的问题: 强子-夸克相变究竟会因软化EOS而在统计上受到压制, 还是会被迫推向更高密度, 并通过更刚的夸克相重新恢复对大质量致密星的支撑[29,33,40–45]. 因此, 在将GW190814次伴星视为高质量致密星候选体的条件下, 将其作为附加高质量约束纳入贝叶斯分析, 不仅能够显著改变对最大质量和特征半径的推断, 也为检验高密相变图景提供了极具判别力的探针.

基于上述背景, 本文在统一的强子Metamodeling与CSS夸克参数化框架下, 围绕三个相互关联的问题展开研究: 第一, 定量评估Gaussian与KDE 两种似然构造方式对EOS参数后验分布的系统影响; 第二, 分析引入GW190814高质量约束后, 对高密参数空间和宏观可观测量的重塑作用; 第三, 通过严格计算模型的贝叶斯证据, 直接比较在当前多信使数据条件下, 观测在统计学意义上究竟更支持纯中子星还是混杂星图景. 本文结构如下: 第2节介绍纯中子星与混杂星状态方程的理论模型、参数化方案以及贝叶斯分析框架; 第3节讨论不同似然构造对推断结果的影响、GW190814约束对后验分布与模型比较的作用, 以及纯中子星与混杂星模型的贝叶斯证据比较; 第4节给出全文总结与展望.

2 理论框架

2.1 中子星模型

在本文所考虑的中子星模型的框架中, 中子星核心物质由中子、质子、电子和μ子组成, 即$npe\mu$体系; 低密部分则通过外壳、内壳与核心的统一拼接构造完整状态方程. 与直接参数化压强的做法不同, 本文从核物质每核子平均能量出发, 采用显式同位旋相关的参数化形式来描述对称核物质和对称能的密度依赖, 从而既能得到中子星的EOS, 也能保留对高密对称能行为的物理刻画.

根据现有核多体理论, 零温核物质的每核子平均能量可近似写为[46]

$$E(\rho,\delta)=E_0(\rho)+E_{\rm sym}(\rho)\delta^2, \tag{1}$$

其中$\rho=\rho_n+\rho_p$为总重子数密度, $\delta=(\rho_n-\rho_p)/\rho$为同位旋不对称度. 这里$E_0(\rho)$表示对称核物质中的每核子能量, $E_{\rm sym}(\rho)$表示核对称能, 二者可参数化为[31,33,47,48]

$$E_0(\rho)=E_0(\rho_0)+\frac{K_0}{2}\left(\frac{\rho-\rho_0}{3\rho_0}\right)^2+\frac{J_0}{6}\left(\frac{\rho-\rho_0}{3\rho_0}\right)^3, \tag{2}$$

$$E_{\rm sym}(\rho)=E_{\rm sym}(\rho_0)+L\left(\frac{\rho-\rho_0}{3\rho_0}\right)+\frac{K_{\rm sym}}{2}\left(\frac{\rho-\rho_0}{3\rho_0}\right)^2+\frac{J_{\rm sym}}{6}\left(\frac{\rho-\rho_0}{3\rho_0}\right)^3, \tag{3}$$

其中ρ_0为核饱和密度, 本文取固定经验值$\rho_0=0.16\ \mathrm{fm}^{-3}$, $E_0(\rho_0)=-15.9$ MeV. 由此, 中子星模型将由6个经验核物质参数

$$\boldsymbol{\theta}_{\rm NS}=\left(K_0,\ J_0,\ E_{\rm sym}(\rho_0),\ L,\ K_{\rm sym},\ J_{\rm sym}\right) \tag{4}$$

所决定. K_0和J_0主要控制对称核物质在高密区的刚度, 而L、$K_{\rm sym}$和$J_{\rm sym}$分别决定对称能的一阶、二阶和三阶密度依赖. 将$E_0(\rho_0)$固定为−15.9 MeV, 主要是因为$E_0(\rho_0)$表示对称核物质在饱和点的每核子结合能, 其经验值已由有限核质量系统学较好地确定, 通常接近−16 MeV. 相比之下, J_0、$K_{\rm sym}$和$J_{\rm sym}$等中高密参数的不确定性显著更大, 并且对中子星质量-半径关系和最大质量具有更直接的影响. 在本文采用的形式中, 若仅改变常数项$E_0(\rho_0)$, 则它不直接贡献于$\mathrm{d}E_0/\mathrm{d}\rho$, 因而不会直接改变由$P=\rho^2\mathrm{d}(\epsilon/\rho)/\mathrm{d}\rho$给出的压强. 因此, 在本文以质量-半径观测似然构造和GW190814约束效应为主要研究目标的情况下, 我们固定$E_0(\rho_0)$, 而将贝叶斯采样集中于对中高密EOS更敏感的6个经验核物质参数.

需要指出的是, 式(2)和(3)所采用的经验核物质参数展开, 是围绕饱和密度ρ_0构造的低阶Metamodeling参数化方案. 在ρ_0附近, 该形式可视为对核物质每核子能量的低阶Taylor展开; 但在$\rho\gtrsim 2\rho_0$的较高密区域, 它不应被理解为具有严格数学收敛性的级数, 而应被视为核物质状态方程的一种有效参数化表征. 式中的核物质参数需由有限核实验数据、重离子碰撞信息或中子星观测来进一步约束[31,33,47]. 与此相比, Walecka型相对论平均场模型及其非线性扩展通过协变的标量和矢量介子场描述核子间的吸引与排斥相互作用, 并能够从场论层面刻画核物质饱和性质和高密压强支撑[49,50]. 低能手征有效场论则从QCD (Quantum Chromodynamics)的低能对称性出发系统构造核力, 在低密核物质区具有更清晰的理论依据和误差控制[51,52]. 近年来, 基于Walecka型强子模型、手征有效模型以及贝叶斯方法联合约束核物质和中子星性质的研究也进一步表明, 具有微观理论动机的模型在连接有限核性质、中子星半径和最大质量时具有重要价值[53,54]. 然而, 在中子星核心所涉及的数倍饱和密度区域, 上述微观方法通常也需要一定的模型外推, 或需要与其他EOS参数化方案相连接. 因此, 本文采用Metamodeling方案的目的并不是替代这些微观理论, 而是在统一的强子EOS基准下, 尽可能减少底层模型差异带来的额外偏置, 从而集中考察质量-半径观测似然构造以及GW190814约束对纯中子星和混杂星贝叶斯推断结果的影响. 为避免不合理的高密外推, 本文在贝叶斯采样中进一步要求EOS满足热力学稳定性、因果性、正的壳-核转变压强以及最大质量等物理条件.

给定式(1)后, 重子部分能量密度可写为

$$\epsilon_b(\rho,\delta)=\rho\left[E(\rho,\delta)+M_N\right], \tag{5}$$

其中M_N为平均核子质量. 轻子部分采用无相互作用费米气体近似处理, 其能量密度记为$\epsilon_l(\rho,\delta)$, 总能量密度写为

$$\epsilon_{\rm HM}(\rho,\delta)=\epsilon_b(\rho,\delta)+\epsilon_l(\rho,\delta). \tag{6}$$

对应压强由热力学关系给出

$$P_{\rm HM}(\rho,\delta)=\rho^2\frac{\mathrm{d}\left[\epsilon_{\rm HM}(\rho,\delta)/\rho\right]}{\mathrm{d}\rho}. \tag{7}$$

中子星物质的组成由β平衡和电荷中性条件自洽确定, 即

$$\mu_n-\mu_p=\mu_e=\mu_\mu, \tag{8}$$

$$\rho_p=\rho_e+\rho_\mu, \tag{9}$$

其中$\mu_i=\partial\epsilon/\partial\rho_i$为第$i$种粒子的化学势. 由此即可求出处于$\beta$平衡的$\delta(\rho)$, 从而使$\epsilon_{\rm HM}$与$P_{\rm HM}$都成为仅依赖密度的函数.

中子星低密区域采用分段拼接方式构造. 具体而言, 外壳区域采用BPS (Baym-Pethick-Sutherland)-EOS[55], 内壳区域采用NV (Negele-Vautherin)-EOS[56], 核心区则采用本文由式(2)–(7)得到的β平衡$npe\mu$均匀物质EOS. 其中, BPS外壳EOS用于中子滴落密度以下的低密区域, NV内壳EOS用于中子滴落密度至壳-核转变密度$\rho_{\rm cc}$之间的区域. 外壳与内壳在中子滴落点附近连接, 内壳与核心区则在$\rho_{\rm cc}$处连接. 转变密度$\rho_{\rm cc}$由热力学失稳条件确定[57]:

$$K_\mu=\rho^2\frac{\mathrm{d}^2E_0}{\mathrm{d}\rho^2}+2\rho\frac{\mathrm{d}E_0}{\mathrm{d}\rho}+\delta^2\left[\rho^2\frac{\mathrm{d}^2E_{\rm sym}}{\mathrm{d}\rho^2}+2\rho\frac{\mathrm{d}E_{\rm sym}}{\mathrm{d}\rho}\right.$$

$$-2E_{\rm sym}^{-1}\left(\rho\frac{{\rm d}E_{\rm sym}}{{\rm d}\rho}\right)^2\Bigg]. \tag{10}$$

K_μ并不是沿β平衡EOS的普通压缩模量, 也不等同于简单的${\rm d}P/{\rm d}\rho$判据, 而是热力学自旋Odal方法中用于判断均匀核物质相对于密度涨落和电荷涨落是否稳定的稳定性函数. 因此, β平衡物质的压强$P(\rho)$随密度单调增加, 并不排除K_μ在亚饱和密度区域出现零点. 本文将从高密核心向低密区域扫描时$K_\mu=0$的最高密度零点定义为壳-核转变密度$\rho_{\rm cc}$. 在$\rho>\rho_{\rm cc}$区域, 均匀核心物质满足$K_\mu>0$并保持热力学稳定; 而在更低密度处, $K_\mu<0$表示均匀物质对簇化结构不稳定, 因此由非均匀内壳EOS替代. 若某一参数组在合理的亚饱和密度范围内不能给出物理的$K_\mu=0$零点, 或得到的壳-核转变压强为负, 则本文不再为其人为指定转变点, 而是在贝叶斯采样中将该参数组作为非物理解予以剔除. 这样便可得到完整的中子星状态方程. 随后, 将其代入TOF (Tolman-Oppenheimer-Volkoff)方程[58,59]

$$\frac{{\rm d}P}{{\rm d}r}=-\frac{[\epsilon(r)+P(r)]\left[m(r)+4\pi r^3P(r)\right]}{r\,[r-2m(r)]}, \tag{11}$$

$$\frac{{\rm d}m(r)}{{\rm d}r}=4\pi r^2\epsilon(r), \tag{12}$$

即可求得质量-半径关系以及最大质量、典型质量星体半径等宏观可观测量.

2.2 混杂星模型

在中子星模型基础上, 进一步考虑允许中子星内部发生强子-夸克一阶相变的混杂星模型. 强子相仍由前述显式同位旋相关的$npe\mu$状态方程描述, 而夸克相则采用CSS模型表示, 并通过Maxwell构造与强子相连接. 因此, 混杂星模型与中子星模型的差异集中体现在高密区状态方程的构造方式上.

在CSS框架下, 若以压强p为自变量, 总能量密度写为[32]

$$\epsilon(p)=\begin{cases}\epsilon_{\rm HM}(p), & p<p_t,\\ \epsilon_{\rm HM}(p_t)+\Delta\epsilon+c_{\rm QM}^{-2}(p-p_t), & p>p_t,\end{cases} \tag{13}$$

其中p_t表示强子-夸克相变压强, $\epsilon_t=\epsilon_{\rm HM}(p_t)$为相变前强子相能量密度, $\Delta\epsilon$为相变处能量密度跳跃, $c_{\rm QM}$为夸克相中的声速. 由于给定强子相EOS后, p_t和ϵ_t都可以由相变发生的重子数密度唯一确定, 因此本文取ρ_t/ρ_0、$\Delta\epsilon/\epsilon_t$、$c_{\rm QM}^2/c^2$作为表征相变性质和夸克相刚度的3 个独立参数. 于是, 混杂星模型的参数向量可写为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\theta}_{\rm HS}=\big(&K_0,\,J_0,\,E_{\rm sym}(\rho_0),\,L,\,K_{\rm sym},\\ &J_{\rm sym},\,\rho_t/\rho_0,\,\Delta\epsilon/\epsilon_t,\,c_{\rm QM}^2/c^2\big).\end{aligned} \tag{14}$$

上述构造表明, 混杂星模型比中子星模型多出3个与相变直接相关的自由度. 它们分别决定相变在何种密度附近发生、相变强度有多大, 以及夸克相在更高密区提供多强的压强支撑. 由于CSS部分本身不显式包含同位旋依赖, 因此一旦相变发生, 高密区压强对强子相高阶对称能参数的敏感性会减弱, 这也是混杂星模型与纯中子星模型在后验分布和模型证据上可能出现显著差异的重要原因.

混杂星EOS一旦由式(13)给定, 其星体结构求解与中子星模型完全一致, 仍通过TOV方程得到质量-半径关系、最大质量以及不同质量点处的半径. 因此, 从数值实现上看, HS与NS模型的区别仅体现在高密EOS构造; 而从物理上看, 这一区别则对应于星体中心密度超过临界值后, 内部是否形成夸克相以及其所占体积和质量分数的变化.

2.3 贝叶斯分析框架与观测约束

在得到NS与HS两类状态方程之后, 本文在统一贝叶斯框架下对模型参数进行统计反演. 将模型记为$\mathcal{M}$, 参数向量为$\boldsymbol{\theta}$, 观测数据集为D, 则参数后验分布写为

$$p(\boldsymbol{\theta}\mid D,\mathcal{M})=\frac{\mathcal{L}(D\mid\boldsymbol{\theta},\mathcal{M})\,\pi(\boldsymbol{\theta}\mid\mathcal{M})}{Z(D\mid\mathcal{M})}, \tag{15}$$

其中$\pi(\boldsymbol{\theta}\mid\mathcal{M})$为参数先验, $\mathcal{L}$为总似然函数, 而

$$Z(D\mid\mathcal{M})=\int\mathcal{L}(D\mid\boldsymbol{\theta},\mathcal{M})\,\pi(\boldsymbol{\theta}\mid\mathcal{M})\,{\rm d}\boldsymbol{\theta}, \tag{16}$$

为模型在给定数据集下的贝叶斯证据. 本文的参数后验、置信区间以及模型比较结论均由这一框架得到.

对于先验设置, 本文对NS和HS模型中的各个参数均采用均匀先验, 并限制在与现有核物理和天体物理知识相容的物理范围内. 为了避免将明显非物理的参数组纳入统计样本, 还施加若干物理过滤条件: 所构造的状态方程必须满足热力学稳定性, 即${\rm d}P/{\rm d}\epsilon>0$; 必须满足因果性要求, 即声速不超过光速; 对于低密区

域, 要求由$K_\mu = 0$判据得到的壳-核转变点位于物理的亚饱和密度区间, 并且对应的转变压强保持正值; 若不存在这样的转变点, 或转变压强为负, 则该参数组不能与所采用的壳层EOS自洽连接, 其似然置零.

在观测约束方面, 本文的一个重点是明确比较不同质量-半径似然构造方式的影响. 为此, 本文采用3个NICER观测源: PSR J0030+0451、PSR J0740+6620和PSR J0437-4715. 对于这些观测, 本文分别构造Gaussian似然和KDE似然两种形式. 若记第i个观测源对应的理论质量和半径为$(M_i^{\rm th}, R_i^{\rm th})$, 则Gaussian似然写为

$$\mathcal{L}_{\rm MR}^{\rm G} = \prod_{i=1}^{N_{\rm obs}} \ell_i^{\rm G}(M_i^{\rm th}, R_i^{\rm th}), \tag{17}$$

其中$\ell_i^{\rm G}$表示由观测中心值和误差构造的高斯或分裂高斯近似. 若采用二维核密度估计, 则质量-半径似然写为

$$\mathcal{L}_{\rm MR}^{\rm KDE} = \prod_{i=1}^{N_{\rm obs}} \hat{f}_i(M_i^{\rm th}, R_i^{\rm th}), \tag{18}$$

其中$\hat{f}_i$为由相应观测后验样本构造的二维KDE密度函数. Gaussian似然实现简单、计算代价较低, KDE似然则能够更完整地保留原始质量-半径后验中的非高斯结构和长尾分布. 本文采用Gaussian和KDE两种质量-半径似然, 是为了比较两种信息保留程度不同的观测后验表示方式. Gaussian似然将NICER质量-半径结果压缩为中心值、误差及协方差信息, 适合在后验近似单峰、椭圆且对称时使用; KDE似然则直接由公开后验样本构造二维概率密度, 能够保留偏态、长尾、弯曲相关以及潜在多峰结构. NICER后验的非高斯性主要源于X射线脉冲轮廓建模中从光变曲线到(M,R)的非线性映射: 紧致度M/R同时影响光线弯曲、引力红移、可见热斑面积和脉冲振幅, 而M和R又与热斑几何、观测倾角、表面辐射模型、背景估计以及外部质量先验等参数耦合. 因此, 将原始后验压缩为Gaussian形式可能丢失重要的非高斯信息, 而KDE似然可以更完整地保留这些观测后验结构.

除质量-半径观测外, 本文还将GW190814次伴星质量作为一个条件性的高质量致密星约束, 用以考察其对高密EOS以及模型选择的影响. 需要强调的是, GW190814次伴星的真实性质目前尚无定论. LIGO/Virgo观测给出的次伴星质量约为$2.50M_\odot$–$2.67M_\odot$ [34], 处于传统中子星最大质量与低质量黑洞之间的质量间隙附近; 它可能是低质量黑洞, 也可能是大质量中子星或其他奇异致密星候选体[60–62]. 因此, 本文的"+GW190814"情形并不意味着假定该天体已被确认为中子星, 而是表示在其可由非转动或慢转动致密星解释的条件下, 将其作为高质量约束纳入似然函数. 若该次伴星最终被确认为黑洞, 则不含GW190814的基线结果应作为主要参考, 而"+GW190814"结果则可理解为一种高质量致密星假设下的敏感性检验.

若不考虑GW190814, 则相应似然项取1; 若考虑其影响, 则将对应事件似然作为附加因子乘入总似然中. 于是, 本文的总似然可统一写为

$$\mathcal{L}_{\rm tot} = \Pi_{\rm filter}\, \mathcal{L}_{M_{\rm max}}\, \mathcal{L}_{\rm MR}^{X}\, \mathcal{L}_{\rm GW190814}^{\eta_{\rm GW}}, \tag{19}$$

其中$X \in \{\rm G, KDE\}$分别对应Gaussian和KDE两种质量-半径似然构造, $\eta_{\rm GW} = 0$和1分别表示不考虑或考虑GW190814约束. 对于混杂星模型中的每一个9维参数点$\boldsymbol{\theta}_{\rm HS}$, 本文首先由前6个核物质参数构造强子相$\beta$平衡EOS, 随后由$\rho_t/\rho_0$、$\Delta\epsilon/\epsilon_t$和$c_{\rm QM}^2/c^2$通过Maxwell构造与CSS参数化生成完整混杂星EOS, 然后求解TOV方程得到对应的质量-半径曲线、最大质量$M_{\rm max}$, 以及$R_{1.4}$、$R_{2.0}$等宏观量. 若该EOS不满足稳定性、因果性、壳-核连接或最大质量等物理过滤条件, 则$\Pi_{\rm filter} = 0$. 否则根据理论质量-半径曲线在观测后验中的位置计算Gaussian或KDE形式的质量-半径似然, 并在需要时乘入GW190814的高质量约束, 随后根据式(19)计算总似然. 经过大规模采样后, 可得到各模型参数的一维后验分布及其二维相关结构. 本文随后给出的68%和90%置信区间, 均由这些边缘化后验分布提取.

由于本文除了参数约束之外, 还关心不同物理模型、不同似然构造以及不同数据组合之间的相对优劣, 因此贝叶斯证据是后续分析的核心量. 对任意两组结果i和j, 定义对数贝叶斯因子为

$$\ln B_{ij} = \ln Z_i - \ln Z_j. \tag{20}$$

基于此, 本文主要考察三类比较: 在相同似然与相同数据组合下比较NS和HS模型; 在相同物理模型与相同似然下比较是否引入GW190814; 在相同物理模型和

相同数据组合下比较Gaussian与KDE 两种似然实现方式. 通过这种统一的统计框架, 能够将物理模型差异、观测约束差异以及统计处理差异分离开来, 从而更清楚地分析当前数据究竟偏好哪一类致密星图景.

3 结果与讨论

3.1 观测似然构造对基线后验分布与质量-半径区域的影响

本节首先讨论在不引入GW190814约束的基线情形下, 不同质量-半径似然构造方式对参数反演结果的影响. 这里所谓“不同似然构造”, 是指将同一组NICER质量-半径观测分别用Gaussian近似和KDE两种方式写入总似然函数, 然后在完全相同的物理模型、先验范围以及其他约束条件下进行贝叶斯采样. 由于本文比较的重点并非单个观测源本身, 而是观测后验的统计实现方式, 因此这一部分的目的在于识别哪些结论对似然构造是稳健的、哪些结论则对似然形式具有明显敏感性.

图1给出了基线条件下纯中子星模型与混杂星模型在Gaussian和KDE两种似然下得到的质量-半径的90%置信区域. 可以首先看到, 纯中子星模型中两种似然得到的M-R区域总体重叠较好, 尤其是在$M \gtrsim 1.8\,M_\odot$的高质量段, 二者给出的允许半径区间和最大质量范围差别并不大. 这表明, 对于不含相变的六参数核物质EOS而言, 当前NICER 观测在整体质量-半径平面上的约束几何形状, 对Gaussian和KDE两种实现方式并不表现出强烈的分歧. 相比之下, 混杂星模型中的差异要更明显: KDE似然对应的允许区域在较低质量区间向更小半径一侧延伸得更远, 而Gaussian似然则更倾向于保留一条半径较大、最大质量更高的稳定分支. 这说明, 一旦模型中允许出现强子-夸克相变, 观测后验形状中包含的非高斯结构便更容易通过相变参数映射到宏观质量-半径区域中.

图2进一步展示了纯中子星6个EOS参数在两种似然下的后验分布. 总体来看, K_0和$E_{\rm sym}(\rho_0)$在Gaussian与KDE两种情形下几乎保持一致, 后验形状与先验范围相比收缩很有限, 说明当前观测对饱和密度附近的对称核物质不可压缩性和对称能本身仍缺乏强约束. 相比之下, L和$K_{\rm sym}$对似然构造表现出比较明显的敏感性: Gaussian似然下, L的后验峰值更靠近较大的数值区间, 而KDE似然则使其峰值向较低数值移动; 与此同时, $K_{\rm sym}$在Gaussian情形下更偏向接近零, 甚至弱正值, 而在KDE情形下则明显向负值区域偏移. 结合表1和2可见, Gaussian似然下L的后验峰值约为65 MeV, 而KDE情形下降至约44 MeV; 对应地, $K_{\rm sym}$的

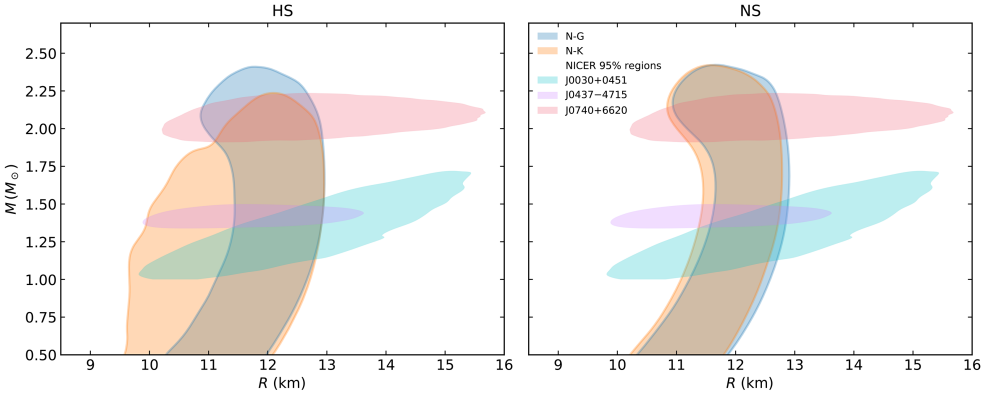


图 1 (网络版彩图) HS (左)与NS (右)模型在基线情形(不考虑GW190814)下的质量-半径关系后验预测区域比较. 蓝色和橙色阴影分别表示在Gaussian似然和KDE似然下得到的理论M-R后验90%可信区域. 为便于与观测约束比较, 图中进一步叠加了3个NICER质量-半径观测源的95%可信区域, 其中青蓝色、紫色和玫红色阴影分别对应PSR J0030+0451、PSR J0437-4715和PSR J0740+6620

Figure 1 (Color online) Comparison of the posterior predictive mass-radius (M-R) regions for the HS (left) and NS (right) models in the baseline case without GW190814. The blue and orange shaded regions denote the theoretical posterior 90% credible M-R regions obtained with the Gaussian and KDE likelihoods, respectively. For comparison with observations, the 95% NICER mass-radius credible regions are overlaid as additional shaded regions: the cyan, purple, and rose-red regions correspond to PSR J0030+0451, PSR J0437-4715, and PSR J0740+6620, respectively.

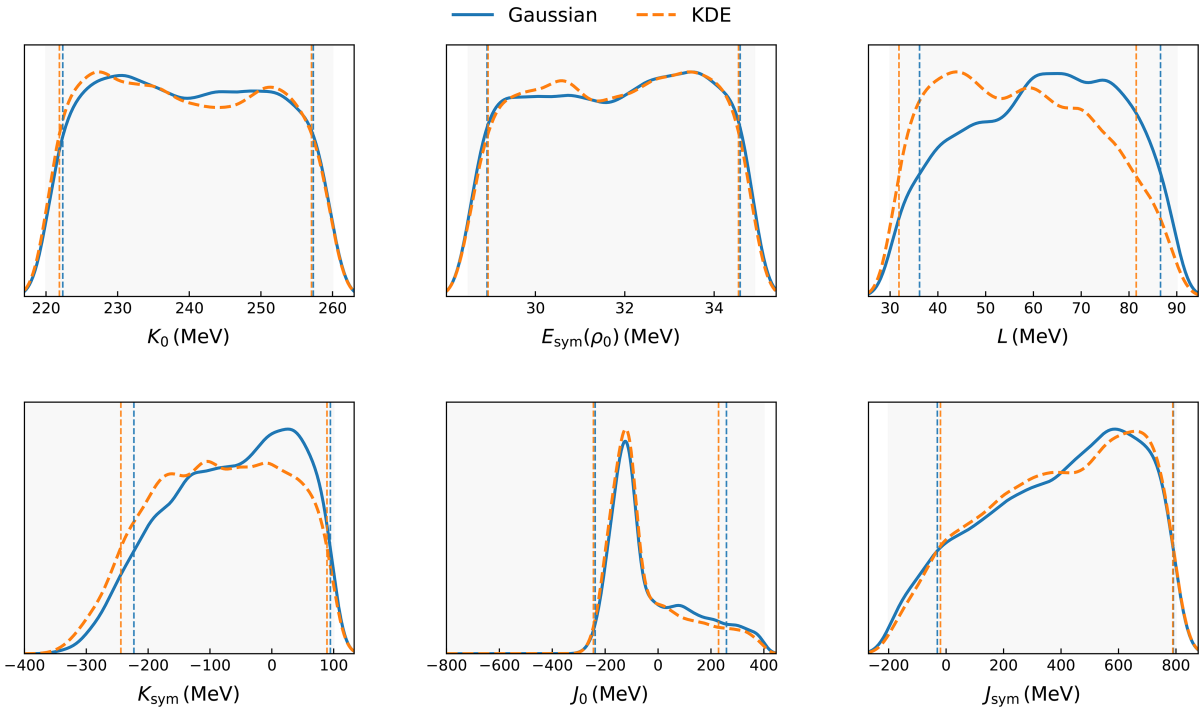


图 2 (网络版彩图)基线情形下, 中子星6个状态方程参数在Gaussian似然与KDE似然下的后验分布比较. 蓝色实线表示Gaussian似然结果, 橙色虚线表示KDE似然结果; 灰色阴影表示相应参数的先验范围, 竖直虚线表示对应的可信区间边界

Figure 2 (Color online) Comparison of the posterior distributions of the six EOS parameters in the neutron star model under the Gaussian and KDE likelihood constructions in the baseline case. The blue solid curves denote the Gaussian results, and the orange dashed curves denote the KDE results; the gray shaded bands indicate the prior ranges of the corresponding parameters, while the vertical dashed lines mark the boundaries of the credible intervals.

表 1 在不考虑GW190814约束(基线)情况下, 中子星模型使用Gaussian似然下6个参数的先验范围、68%和90%后验区间

Table 1 Prior ranges, 68%, and 90% posterior intervals for the six parameters of the neutron star model under the Gaussian likelihood without considering the constraints from GW190814

参数	先验范围	68%	90%
K_0 (MeV)	[220, 260]	$230.5^{+7.9}_{-5.8}$	$230.5^{+26.8}_{-8.2}$
$E_{\rm sym}(\rho_0)$ (MeV)	[28.5, 34.9]	$33.5^{+0.8}_{-1.6}$	$33.5^{+1.1}_{-4.6}$
L (MeV)	[30, 90]	$65.0^{+17.7}_{-17.5}$	$65.0^{+21.6}_{-28.9}$
$K_{\rm sym}$ (MeV)	[−400, 100]	$26.0^{+50.1}_{-167.4}$	$26.0^{+68.8}_{-249.0}$
J_0 (MeV)	[−800, 400]	$-124.2^{+130.9}_{-98.5}$	$-124.2^{+382.8}_{-113.5}$
$J_{\rm sym}$ (MeV)	[−200, 800]	$587.3^{+176.0}_{-376.2}$	$587.3^{+203.6}_{-617.8}$

表 2 基线中子星模型使用KDE似然下六参数的先验范围、68%和90%置信区间

Table 2 Prior ranges, 68%, and 90% credible intervals for the six parameters of the neutron star model under the KDE likelihood in the baseline case

参数	先验范围	68%	90%
K_0 (MeV)	[220, 260]	$227.3^{+13.3}_{-4.3}$	$227.3^{+29.7}_{-5.5}$
$E_{\rm sym}(\rho_0)$ (MeV)	[28.5, 34.9]	$33.4^{+0.8}_{-1.6}$	$33.4^{+1.1}_{-4.5}$
L (MeV)	[30, 90]	$43.9^{+26.2}_{-8.6}$	$43.9^{+37.6}_{-12.1}$
$K_{\rm sym}$ (MeV)	[−400, 100]	$-104.7^{+154.3}_{-80.6}$	$-104.7^{+193.9}_{-139.4}$
J_0 (MeV)	[−800, 400]	$-122.1^{+112.4}_{-103.6}$	$-122.1^{+350.8}_{-122.3}$
$J_{\rm sym}$ (MeV)	[−200, 800]	$659.6^{+100.8}_{-451.2}$	$659.6^{+129.4}_{-679.2}$

后验峰值也由约+26 MeV转移到约−105 MeV. 相比之下, J_0在两种似然下的峰值都稳定在约−120 MeV附近, 仅展宽略有差异; $J_{\rm sym}$虽然在KDE情形下峰值略向更高值移动, 但总体仍保持宽分布. 换言之, 在纯中子星模型下, 当前数据对似然构造的主要敏感性集中在控制$1\rho_0$–$2\rho_0$附近压强的参数组合上, 而对更高密度区间的三阶参数影响相对有限. 这种结果具有清晰的物理原因. 对于典型质量中子星, 半径主要由大约$1\rho_0$–$2\rho_0$密度区间的压强决定, 而这一密度区间恰恰受L和$K_{\rm sym}$最直接的控制. 因此, 只要质量-半径观测后验在几何形状上发生一定变化, 例如KDE保留了更完整的偏态、长尾甚至局部结构, 那么这些

差异就会首先投影到L和$K_{\rm sym}$上, 而不会优先体现在K_0和$E_{\rm sym}(\rho_0)$这样的低阶参数上.

图3展示了混杂星九参数模型在Gaussian和KDE两种似然下的一维后验分布. 与纯中子星模型相比, 混杂星模型中强子相参数和相变参数对似然构造的响应明显更强. 对于前6个强子相参数而言, K_0、$E_{\rm sym}(\rho_0)$和L在两种似然下的总体趋势仍较接近, 但$K_{\rm sym}$和尤其是J_0在KDE情形下展现出更宽的允许范围, 说明相变自由度的引入削弱了观测对这些高密强子参数的限制作用. 如表3和4显示, Gaussian与KDE两种似然下K_0和$E_{\rm sym}(\rho_0)$的后验峰值都维持在相近区间, 而J_0在KDE情形下的90%置信范围明显变宽, 反映出高密强子刚度与夸克相参数之间存在更强的补偿关系.

更值得注意的是后3个相变参数. 由表3和4可知, Gaussian似然下相变密度ρ_t/ρ_0的后验峰值约为4.87, 而在KDE情形下降到约2.62; 同时, $\Delta\varepsilon/\varepsilon_t$由约0.32上升到约0.48, 而$c^2_{\rm QM}/c^2$则由约0.81明显下降到约0.37. 也就是说, 在基线数据下, KDE似然更倾向于支持一个“更早发生、跳跃更强、夸克相声速更低”的相变图景; Gaussian似然则更偏好“相变发生得更晚、能量密度跳跃更温和、夸克相更刚”的混杂星解. 这一趋势与图1左图中的质量-半径区域差异彼此呼应: KDE似然下HS区域在较低质量端向更小半径扩展, 正是较低转

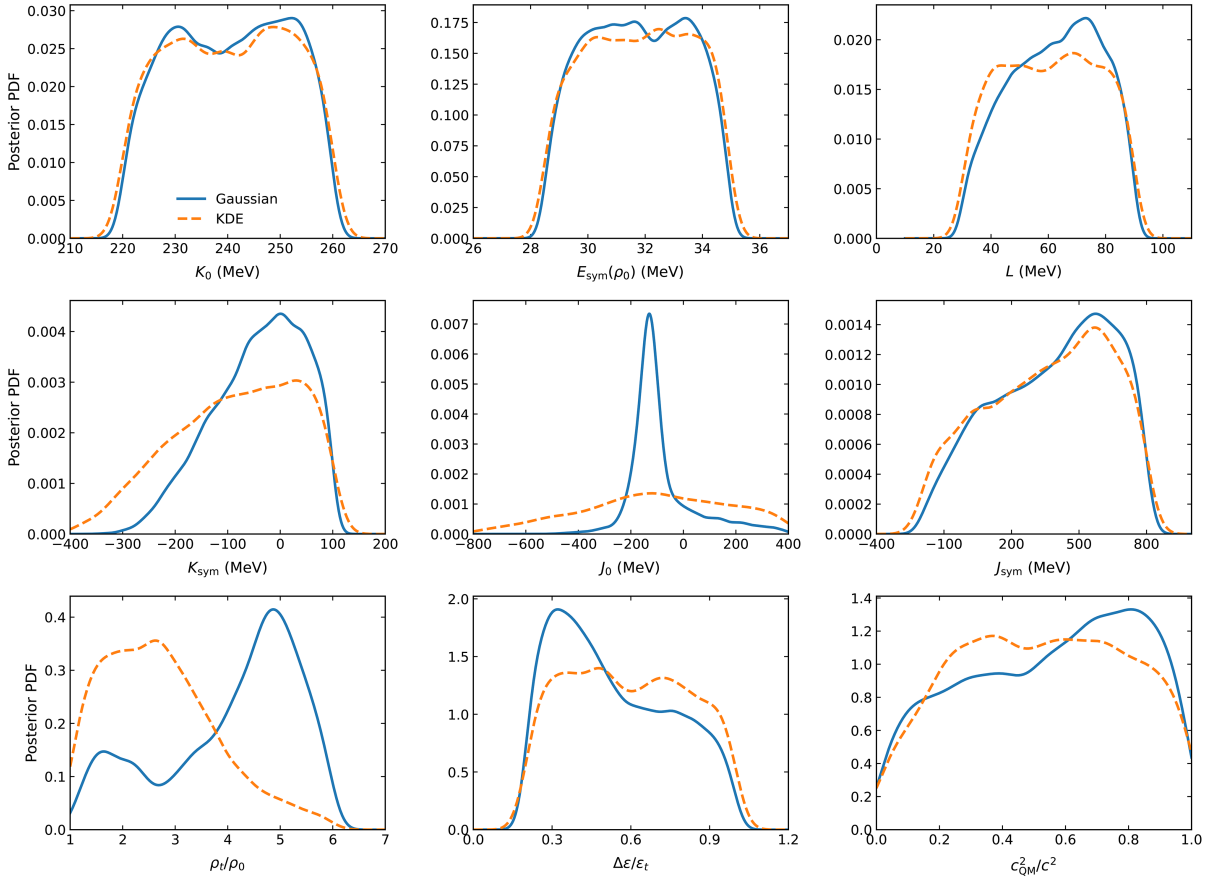


图 3 (网络版彩图)基线情形下, 混杂星9个状态方程参数在Gaussian似然与KDE似然下的一维后验分布比较. 蓝色实线表示Gaussian 似然结果, 橙色虚线表示KDE似然结果. 前6个参数对应强子相状态方程参数, 后3个参数分别表示相变密度、能量密度跳跃以及夸克物质声速平方

Figure 3 (Color online) Comparison of the one-dimensional marginalized posterior distributions of the nine EOS parameters in the hybrid-star model under the Gaussian and KDE likelihood constructions in the baseline case. The blue solid curves represent the Gaussian results, whereas the orange dashed curves represent the KDE results. The first six parameters describe the hadronic EOS sector, while the last three correspond to the transition density, the energy-density jump, and the squared sound speed of quark matter.

表 3 基线混杂星模型使用Gaussian似然下九参数的先验范围、68%和90%置信区间

Table 3 Prior ranges, 68%, and 90% credible intervals for the baseline HS nine parameters using Gaussian likelihood

参数	先验范围	68%	90%
K_0 (MeV)	[220, 260]	$252.1^{+3.0}_{-22.1}$	$252.1^{+6.0}_{-28.1}$
$E_{\rm sym}(\rho_0)$ (MeV)	[28.5, 34.9]	$33.4^{+0.7}_{3.2}$	$33.4^{+1.1}_{-4.4}$
L (MeV)	[30, 90]	$73.1^{+10.7}_{-23.6}$	$73.1^{+14.8}_{-34.2}$
$K_{\rm sym}$ (MeV)	[−400, 100]	$1.0^{+73.9}_{-101.4}$	$1.0^{+97.1}_{-166.7}$
J_0 (MeV)	[−800, 400]	$-130.2^{+68.3}_{-70.7}$	$-130.2^{+284.1}_{-119.6}$
$J_{\rm sym}$ (MeV)	[−200, 800]	$574.2^{+203.4}_{-337.7}$	$574.2^{+222.8}_{-563.3}$
ρ_t/ρ_0	[1, 7]	$4.87^{+1.11}_{-1.19}$	$4.87^{+1.11}_{-3.04}$
$\Delta\varepsilon/\varepsilon_t$	[0, 1]	$0.32^{+0.33}_{-0.12}$	$0.32^{+0.54}_{-0.12}$
$c^2_{\rm QM}/c^2$	[0, 1]	$0.81^{+0.13}_{-0.46}$	$0.81^{+0.18}_{-0.66}$

表 4 基线混杂星模型使用KDE似然下九参数的先验范围、68%和90%置信区间

Table 4 Prior ranges, 68%, and 90% credible intervals for the baseline HS nine parameters using KDE likelihood

参数	先验范围	68%	90%
K_0 (MeV)	[220, 260]	$248.7^{+6.0}_{-20.1}$	$248.7^{+11.3}_{-23.9}$
$E_{\rm sym}(\rho_0)$ (MeV)	[28.5, 34.9]	$32.5^{+1.8}_{-2.3}$	$32.5^{+2.4}_{-3.2}$
L (MeV)	[30, 90]	$68.7^{+8.7}_{-29.8}$	$68.7^{+17.7}_{-34.4}$
$K_{\rm sym}$ (MeV)	[−400, 100]	$30.3^{+69.6}_{-168.1}$	$30.3^{+69.6}_{-279.1}$
J_0 (MeV)	[−800, 400]	$-119.7^{+385.3}_{-204.8}$	$-119.7^{+486.1}_{-408.0}$
$J_{\rm sym}$ (MeV)	[−200, 800]	$570.7^{+229.0}_{-348.3}$	$570.7^{+229.0}_{-600.7}$
ρ_t/ρ_0	[1, 7]	$2.62^{+0.64}_{-1.42}$	$2.62^{+1.59}_{-1.62}$
$\Delta\varepsilon/\varepsilon_t$	[0, 1]	$0.48^{+0.30}_{-0.21}$	$0.48^{+0.44}_{-0.27}$
$c^2_{\rm QM}/c^2$	[0, 1]	$0.37^{+0.43}_{-0.17}$	$0.37^{+0.63}_{-0.20}$

变密度与较软夸克相共同作用的直接结果; 而Gaussian似然下HS区域在较大半径和较高最大质量方向保留更多支撑, 则对应于更晚发生且更刚的夸克相分支.

综合图1–3以及表1–4可以看出, 不同观测似然构造对纯中子星模型和混杂星模型的影响并不相同. 对于纯中子星模型, Gaussian与KDE的差别主要体现为典型半径敏感参数L与$K_{\rm sym}$的重新分配, 但宏观质量-半径区域总体较为稳健; 对于混杂星模型, 似然构造方式不仅会重塑强子相高密参数的后验宽度, 更会显著改变相变密度、相变强度以及夸克相刚度的最优区域, 从而在宏观上表现为不同的质量-半径支持域. 这说明, 当模型允许高密相变时, 观测后验中保留的非高斯信息不再只是统计细节, 而会实质性影响对高密物质组成和相变结构的物理解读. 因此, 在混杂星模型的贝叶斯反演中, 直接使用KDE似然, 而不是将观测样本压缩成简单高斯近似, 往往具有更重要的方法学意义.

3.2 GW190814约束对后验分布的影响

在上述基线分析的基础上, 本节进一步考察GW190814次伴星质量约束对NS和HS模型后验分布的影响. 需要首先强调的是, 本文对GW190814的处理是一种条件性敏感性检验, 而不是对该事件次伴星性质的唯一判定. GW190814次伴星是否为中子星或混杂星仍存在争议; 若它实际上是低质量黑洞, 则不应将其作为中子星EOS的质量约束, 此时第3.1节给出的基线结果更具直接意义. 若它是快速转动中子星或混杂星, 则均匀转动可提高星体所能支撑的最大质量, 因此其对应的非转动TOV最大质量下限会低于观测到的引力质量. 在这种情况下, 直接采用$2.5M_\odot$–$2.67M_\odot$作为静态最大质量约束会高估GW190814对EOS的筛选强度. 因此, 本文的"+GW190814"结果应理解为一种较强的静态高质量约束情形; 快速转动情形下的后验收缩和证据下降预计会弱于本文给出的结果, 并在趋势上介于基线结果和静态GW190814约束结果之间.

在这一条件性假设下, GW190814主要起到筛选高密EOS压强支撑能力的作用. 若将该次伴星解释为中子星或混杂星, 则模型必须提供足够大的最大静态质量和足够强的高密压强支撑. 因此, 从一般物理图像出发, 可以预期GW190814将优先排除高密区过软、最大质量不足的EOS, 并将后验概率推向更高$M_{\rm max}$和更强高密刚度的参数区域. 对于NS模型, 这一筛选主要通过增强强子相高密压强实现; 而对于HS模型, 除强子相参数外, 相变密度、能量密度跳跃和夸克相声速也会共同参与调节高质量稳定分支. 因此, 比较加入GW190814前后的后验变化, 可以揭示两类模型在面对极端高质量约束时不同的响应机制.

图4给出了纯中子星六参数模型在四种情形下的后验分布, 即Gaussian且不含GW190814、Gaussian且包含GW190814、KDE且不含GW190814, 以及KDE且包含GW190814. 从图中可以清楚看到, GW190814的引入并未显著改变$E_{\rm sym}(\rho_0)$和L的后验形状, 这说明低密区域的对称能不会被单个高质量天体事件强烈重塑. 相比之下, 与中高密压强直接相关的参数变化则十分明显. 首先, K_0在两种似然下都表现出向较大数值区间移动的趋势, 表明为支撑更大的最大质量,

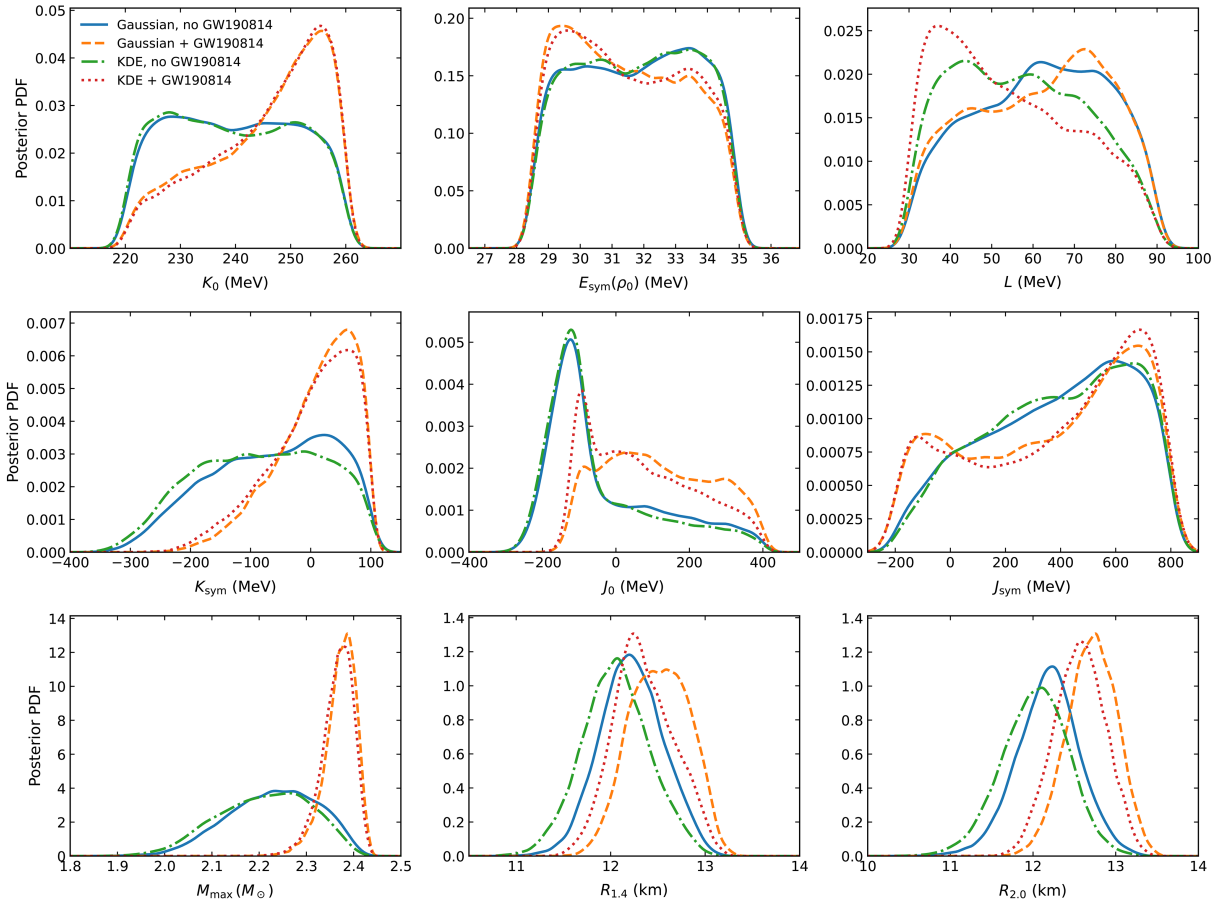


图 4 (网络版彩图)纯中子星六参数模型在四种情形下的一维后验分布比较: Gaussian且不含GW190814、Gaussian且包含GW190814、KDE且不含GW190814, 以及KDE且包含GW190814. 上两排分别给出6个状态方程参数的后验分布, 下排给出最大质量M_{max}、1.4 $M_\odot$中子星半径$R_{1.4}$以及2.0 $M_\odot$中子星半径$R_{2.0}$的后验分布. 不同方案同时用颜色和线型区分: 实线、虚线、点划线和点线分别表示Gaussian基线、Gaussian+GW190814、KDE基线和KDE+GW190814情形

Figure 4 (Color online) Comparison of the one-dimensional marginalized posterior distributions of the six-parameter pure neutron star model under four cases: Gaussian without GW190814, Gaussian with GW190814, KDE without GW190814, and KDE with GW190814. The upper two rows show the posterior distributions of the six EOS parameters, while the bottom row presents the posterior distributions of the maximum mass M_{max}, the radius of a 1.4$M_\odot$ neutron star $R_{1.4}$, and the radius of a 2.0$M_\odot$ neutron star $R_{2.0}$. Different cases are distinguished by both colors and line styles: solid, dashed, dash-dotted, and dotted curves denote the Gaussian baseline, Gaussian+GW190814, KDE baseline, and KDE+GW190814 cases, respectively.

EOS在1ρ_0–2ρ_0附近必须提供更充足的压强. 其次, K_{sym}的后验分布也发生了较强的重构: 在不包含GW190814时, 其分布可以覆盖较宽的负值区域; 而引入GW190814后, 后验权重明显向较大甚至正值区间转移. 这一现象说明, 若要同时满足当前NICER半径数据和GW190814所对应的高质量要求, 需要在更高一些的密度区间维持相对较硬的对称能贡献.

对于高密对称核物质参数J_0和高密对称能参数J_{sym}, GW190814的影响同样不可忽略. 在不考虑GW190814时, J_0在Gaussian似然下集中于较窄的负值区间, 而在KDE似然下则较为平坦; 加入GW190814后, 二者都出现了向更大J_0方向拓展的趋势, 尤其是极端负值区域的权重被显著压低. 这意味着, 为了获得足够高的最大质量, 纯中子星模型需要更强的高密对称核物质刚度. 与此同时, J_{sym}在四种情形下总体仍保持较宽的允许范围, 但引入GW190814之后, 其后验重心也有向较高值区间偏移的趋势, 反映出高密对称能在支撑极端大质量致密星中的潜在作用.

这些微观参数的变化最终直接投影到宏观可观测量上. 图4下排表明, 纯中子星模型中M_{max}在引

入GW190814后显著向更高质量集中, 后验峰值由约2.2$M_\odot$附近移动到约2.35$M_\odot$–2.40$M_\odot$附近, 且分布明显变窄. 这说明GW190814对纯中子星EOS施加了极强的高密筛选作用. 与此相应, $R_{1.4}$和$R_{2.0}$也整体向更大半径方向移动, 尤其是$R_{2.0}$的变化更为显著. 这些结果表明: 对于不含相变的纯中子星模型而言, 若想支撑GW190814所暗示的高质量天体, 就必须整体抬升高密区压强, 而这种压强增强通常会同时推高典型质量和高质量中子星的半径. 因此, 在纯中子星框架内, GW190814不仅提高了最大质量下限, 也系统性地排斥了较软、较紧致的EOS解.

图5展示了混杂星九参数模型在四种情形下的后验分布. 与纯中子星模型相比, GW190814对混杂星模型的影响更具层次性: 它不仅会改变强子相参数的后验分布, 还会直接重塑相变参数空间. 对于前6个强子相参数而言, K_0和$E_{\rm sym}(\rho_0)$在四种情形下总体保持稳定, 说明GW190814并不直接约束饱和密度附近的低阶核物质性质; 相比之下, L和$K_{\rm sym}$则表现出向较大数值区间偏移的趋势, 表明为了支撑更高的最大质量, 强子相在相变前的中高密区间需要提供更强的压强支撑. J_0的响应则具有明显的似然依赖性: 在Gaussian似然下, 引入GW190814前后其后验分布几乎不变; 而在KDE似然下, GW190814显著重塑了J_0的后验形状, 使其由原先较宽的分布明显收窄. 这说明, 对于混杂星模型, 高质量事件对强子相高密刚度的筛选作用在KDE似然中被更加明显地保留下来.

更为关键的是后3个相变参数的变化. 从图5可以看出, 引入GW190814后, 相变密度ρ_t/ρ_0的后验分布显著向较低密度区间移动, 并由基线情形下较宽的分布压缩为更集中的低密峰值. 这表明, 在本文的参数化和先验范围内, 若进一步要求满足GW190814所代表的静态高质量约束, 后验更倾向于选择“较早发生”的强子-夸克相变. 与此同时, $\Delta\varepsilon/\varepsilon_t$ 的分布由原先较宽的中高值区间收缩到更低且更集中的范围, 而$c^2_{\rm QM}/c^2$则整体向较大值方向偏移. 三者共同给出的物理图像是: 若混杂星模型要同时兼容当前半径数据和GW190814, 那么更可行的图景不是“较晚发生且能量密度跳跃很大”的相变, 而是相变在相对较低密度就开始出现, 同时要求跳跃幅度适中、夸克相本身足够刚, 从而在不显著削弱稳定性的前提下, 为高质量端提供额外压强支撑.

需要强调的是, ρ_t/ρ_0后验向低密度移动并不应被

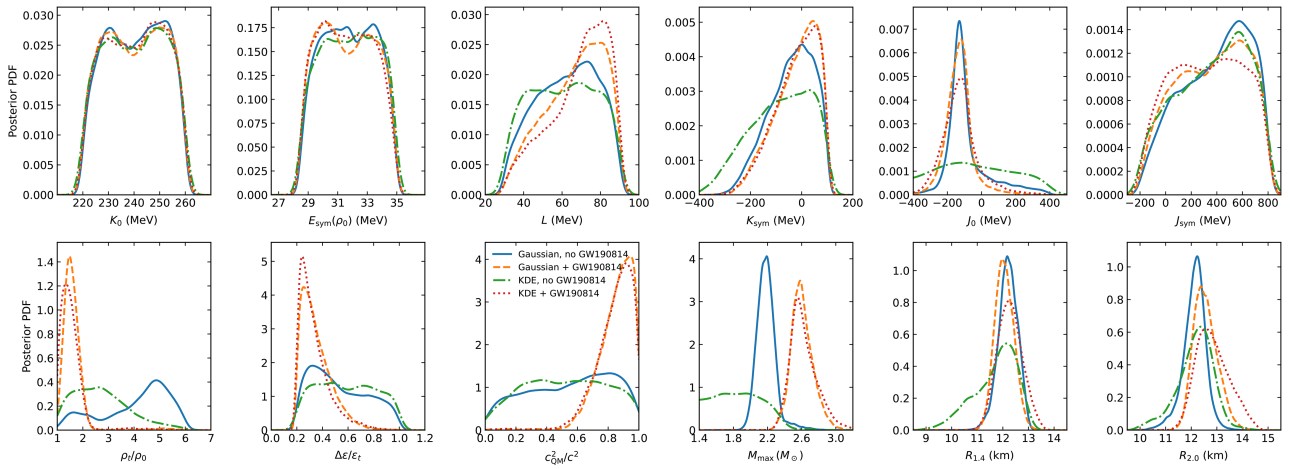


图 5 (网络版彩图)混杂星九参数模型在四种情形下的一维后验分布比较: Gaussian且不含GW190814、Gaussian且包含GW190814、KDE且不含GW190814, 以及KDE且包含GW190814. 上排给出6个强子相EOS参数的后验分布; 下排左侧3个子图给出3个相变参数的后验分布, 下排右侧3个子图给出最大质量$M_{\rm max}$、1.4$M_\odot$星体半径$R_{1.4}$以及2.0$M_\odot$星体半径$R_{2.0}$的后验分布

Figure 5 (Color online) Comparison of the one-dimensional marginalized posterior distributions of the nine-parameter hybrid-star model under four cases: Gaussian without GW190814, Gaussian with GW190814, KDE without GW190814, and KDE with GW190814. The upper row shows the posterior distributions of the six hadronic-sector EOS parameters. In the lower row, the three left panels present the three phase-transition parameters, while the three right panels show the posterior distributions of the maximum mass $M_{\rm max}$, the radius of a 1.4$M_\odot$ star $R_{1.4}$, and the radius of a 2.0$M_\odot$ star $R_{2.0}$.

过度解读为强子-夸克相变必然在核饱和密度附近发生. 该结果首先是在本文给定的CSS+Maxwell混杂星参数化、先验范围以及将GW190814次伴星作为静态高质量致密星候选体这一条件下得到的统计偏好. 其物理含义是: 若要求混杂星模型同时满足NICER半径约束和极高质量支撑, 则模型倾向于通过较早出现相变、较小或适中的能量密度跳跃以及较大的夸克相声速来恢复高质量稳定分支. 换言之, 较低的ρ_t/ρ_0主要反映了高质量约束下相变参数之间的补偿机制, 而不是对近饱和密度退禁闭相变的直接证据.

从低密核物理角度看, 真正接近ρ_0的强子-夸克相变将受到有限核性质、核物质饱和性质、低密手征有效场论(χEFT)计算以及重离子碰撞约束的严格限制. 低密区物质应当仍由核子、轻子以及可能的核簇自由度主导; 若相变密度过低, 则可能与近饱和密度核物质的实验和理论约束产生张力. 因此, 当ρ_t/ρ_0的后验权重靠近先验下边界时, 应谨慎区分模型内部的统计偏好与真实物理相变密度之间的差别. 本文的结果说明, 在当前宏观天体物理数据和所采用参数化下, 较低相变密度区域具有较高的有效似然; 但其物理可行性仍需通过更强的低密核物理约束和更微观的相变模型进一步检验.

这种后验重构在宏观量上也有清晰体现. 图5下排显示, 混杂星模型中的$M_{\max}$在加入GW190814之后明显向更高值集中, 这说明该事件对高密EOS的筛选作用首先体现在最大静态质量上. 相比之下, $R_{1.4}$的后验分布变化很小, 甚至还表现出轻微减小的趋势; $R_{2.0}$则仅呈现出略微向较大半径移动的趋势, 整体影响并不显著. 也就是说, GW190814对混杂星模型的主要作用并不是系统性抬升典型半径, 而是优先筛选那些能够在高密区提供足够压强支撑、从而获得更大$M_{\max}$的参数组合. 与纯中子星模型相比, 这种筛选在混杂星情形下主要通过重塑相变参数空间来实现, 而不是简单地整体推高所有宏观半径.

综合图4和5可以看出, GW190814对两类模型的共同作用是显著提高了对最大质量的要求, 但其对半径的影响并不完全相同. 对于纯中子星模型, GW190814主要通过调整$K_{\rm sym}$和高密刚度相关参数来增强整体压强支撑; 对于混杂星模型, 除强子相参数外, 更重要的是它深刻重塑了相变参数空间, 使后验更偏向低转变密度、适中能量密度跳跃和较大夸克相声速的组合. 因此, GW190814并不是简单增加一个新的观测点, 而是在统计意义上对高密EOS结构, 尤其是对相变型EOS的允许区域进行了更有针对性的筛选. 至于这种筛选最终如何改变NS与HS模型的相对偏好, 将在下一节通过贝叶斯证据比较作进一步定量讨论.

3.3 纯中子星与混杂星模型的贝叶斯证据比较

在第3.1和3.2节中, 我们分别讨论了不同质量-半径似然构造以及GW190814约束对参数后验分布和宏观量的影响. 然而, 仅比较后验分布的形状仍不足以回答一个更核心的问题: 在当前数据条件下, 纯中子星(NS)模型和混杂星(HS)模型究竟哪一个在统计意义上更受支持. 为此, 本节进一步利用贝叶斯证据对不同模型、不同似然构造以及不同数据组合进行统一比较. 需要指出的是, 绝对证据值$\ln Z$本身并不直接给出某一模型“好”或“不好”的物理判断, 其真正有意义的是不同方案之间的相对差异, 即对数贝叶斯因子$\ln B_{ij}$. 图6和表5首先给出8组计算的证据总览, 而表6则进一步列出若干具有直接物理含义的差分比较结果.

在解释表5和6之前, 还需要特别强调贝叶斯证据中模型复杂度的作用. HS模型比NS模型多出3个相变/夸克相参数, 即ρ_t/ρ_0、$\Delta\epsilon/\epsilon_t$和$c^2_{\rm QM}/c^2$, 因此其先验参数空间维度由NS模型的6维增加到9 维. 贝叶斯证据并不是仅比较最佳拟合点的似然大小, 而是对整个先验参数空间中的似然函数进行平均. 因此, 若额外自由度只是在先验空间中增加了大量低似然区域, 而没有产生足够大的高似然体积, 则模型证据会自动降低; 这正是贝叶斯模型比较中通常所说的Occam惩罚. 近似地, 证据可写为

$$\ln Z \simeq \ln \mathcal{L}_{\max} + \ln\left(\frac{V_{\rm eff}}{V_{\rm prior}}\right), \tag{21}$$

其中第一项反映模型的最佳拟合能力, 第二项反映有效后验体积相对于先验体积的压缩程度, 可视为Occam因子. 因此, 表6中给出的$\ln B_{\rm HS,NS}$应理解为已经计入HS模型3个额外自由度所带来Occam惩罚后的净贝叶斯因子. 换言之, 若HS模型在某一数据和似然组合下仍然获得正的$\ln B_{\rm HS,NS}$, 则说明其相变自由度带来的拟合改善或有效高似然体积增益已经超过了额外参数空间带来的复杂度代价.

从表5和图6可以看出, 在不包含GW190814的基

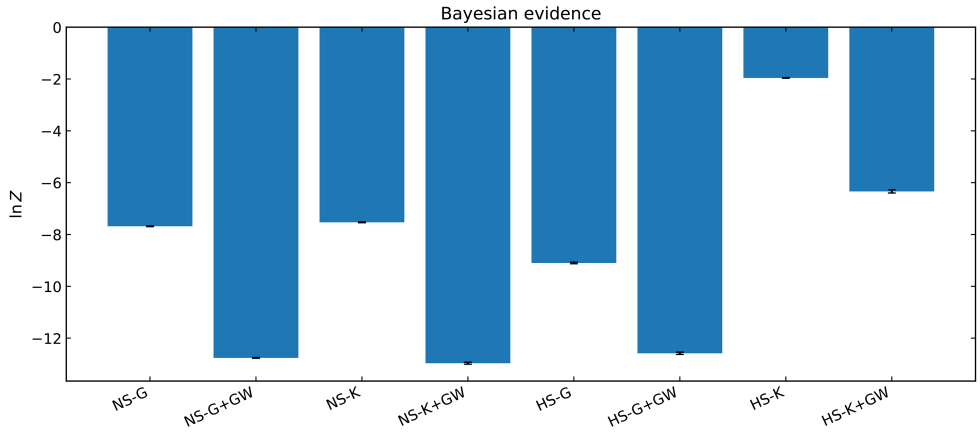


图 6 (网络版彩图)八种计算方案对应的贝叶斯证据比较. 其中NS-G、NS-K、HS-G和HS-K分别表示纯中子星/混杂星模型在Gaussian或KDE似然下的结果, 带有"+GW"的情形表示进一步引入GW190814约束. 图中柱高对应各方案的对数证据$\ln Z$, 误差棒表示其统计不确定性

Figure 6 (Color online) Comparison of the Bayesian evidences for the eight calculation schemes. Here, NS-G, NS-K, HS-G, and HS-K denote the pure neutron star/hybrid star models under the Gaussian or KDE likelihood constructions, while the cases with "+GW" further include the GW190814 constraint. The bar heights represent the logarithmic evidences $\ln Z$, and the error bars denote the statistical uncertainties.

表 5 八种计算方案的贝叶斯证据汇总

Table 5 Summary of Bayesian evidence for the eight calculation schemes

模型	$\ln Z$
NS-G	-7.683 ± 0.015
NS-G+GW	-12.761 ± 0.016
NS-K	-7.530 ± 0.016
NS-K+GW	-12.968 ± 0.039
HS-G	-9.099 ± 0.030
HS-G+GW	-12.584 ± 0.044
HS-K	-1.959 ± 0.012
HS-K+GW	-6.338 ± 0.062

线情形下, NS-G、NS-K、HS-G和HS-K四种方案的证据并不遵循简单的"某一类模型全面更优"的格局, 而是显著依赖观测似然的具体构造. 对于Gaussian似然, 纯中子星模型的证据为$\ln Z = -7.683 \pm 0.015$, 而混杂星模型为$\ln Z = -9.099 \pm 0.030$, 对应的差分为$\ln B_{\mathrm{HS,NS}} = -1.416 \pm 0.033$. 这意味着在Gaussian基线情形下, HS模型的3个额外相变参数并未提供足够大的有效高似然区域来抵消其较大的先验参数空间; 在计入Occam惩罚之后, 数据仅对NS给出弱偏好, 而远未达到决定性区分两类模型的程度. 相比之下, 在KDE似然下, 混杂星模型的证据显著提高到$\ln Z = -1.959 \pm 0.012$, 明显高于纯中子星模型的$\ln Z = -7.530 \pm 0.016$, 从而得到$\ln B_{\mathrm{HS,NS}} = 5.571 \pm 0.020$. 这一正的贝叶斯因子是在HS模型具有更大参数空间且已受到Occam惩罚之后得到的净结果, 说明KDE似然所保留的非高斯质量-半径后验信息使HS模型在相变参数空间中拥有更大的有效高似然体积. 因此, 当前数据对NS与HS的相对偏好并不是一个与统计处理无关的固定结论, 而是会随着观测后验几何结构的保留程度而发生显著变化.

这种现象与第3.1和3.2节中的后验结果是相互一致的. 对于纯中子星模型, 不同似然构造主要重塑的是L、K_{sym}等控制典型半径的参数, 而整体质量-半径区域仍保持较大重叠; 但对于混杂星模型, KDE似然不仅显著改变了相变密度、能量密度跳跃和夸克相声速的后验分布, 而且在宏观上允许更丰富的质量-半径几何结构. 因此, 从贝叶斯证据的角度看, KDE似然保留下来的非高斯观测信息, 恰恰为HS模型提供了更多与数据相容的高后验概率区域, 从而抵消甚至超过了其额外参数自由度带来的Occam惩罚. 这也解释了为什么在HS情形下, KDE相对Gaussian的证据差分达到$\ln B_{\mathrm{KDE,G}} = 7.140 \pm 0.032$, 属于非常强的统计偏好; 而在NS情形下, 相同比较仅得到$\ln B_{\mathrm{KDE,G}} = 0.153 \pm 0.022$, 基本属于不确定范围.

进一步将GW190814纳入分析后, 证据比较呈现出第二个值得注意的特征, 即所有模型的绝对证据都发生了下降. 表6显示, 无论是NS还是HS, 也无论采用Gaussian还是KDE似然, 引入GW190814后

表 6 贝叶斯因子与证据变化[a)]

Table 6 Derived Bayesian factors and evidence shifts[a)]

类别	比较内容	$\ln B$	$\sigma_{\ln B}$	解释
模型比较	HS相对NS, 高斯似然, 不含GW190814	−1.416	0.033	弱证据; 支持NS
模型比较	HS相对NS, 高斯似然, 含GW190814	0.177	0.047	不确定; 略支持HS
模型比较	HS相对NS, KDE似然, 不含GW190814	5.571	0.020	强证据; 支持HS
模型比较	HS相对NS, KDE似然, 含GW190814	6.630	0.073	强证据; 支持HS
GW190814效应	GW190814对NS的影响, 高斯似然	−5.079	0.022	强证据; 支持不含GW190814
GW190814效应	GW190814对NS的影响, KDE似然	−5.438	0.042	强证据; 支持不含GW190814
GW190814效应	GW190814对HS的影响, 高斯似然	−3.486	0.053	中等证据; 支持不含GW190814
GW190814效应	GW190814对HS的影响, KDE似然	−4.379	0.063	中等证据; 支持不含GW190814
似然比较	KDE相对Gaussian, NS, 不含GW190814	0.153	0.022	不确定; 略支持KDE
似然比较	KDE相对Gaussian, NS, 含GW190814	−0.206	0.042	不确定; 略支持Gaussian
似然比较	KDE相对Gaussian, HS, 不含GW190814	7.140	0.032	强证据; 支持KDE
似然比较	KDE相对Gaussian, HS, 含GW190814	6.246	0.076	强证据; 支持KDE

a)对每一种比较, $\ln B$由两组对数证据之差计算得到; 误差按独立误差传播公式$\sigma_{\ln B}=\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2}$计算. $\ln B$为正时, 表示支持比较描述中前者; 因此, 对于“HS相对NS”, 正值表示支持HS; 对于“GW190814效应”, 正值表示支持包含GW190814 的情形; 对于“似然比较”, 正值表示支持KDE. 定性解释采用如下标准: $|\ln B|<1$为不确定, $1\leqslant|\ln B|<2.5$为弱证据, $2.5\leqslant|\ln B|<5$为中等证据, $|\ln B|\geqslant5$为强证据.

的证据变化都是负的. 具体而言, 在Gaussian似然下, NS模型的证据变化为$\Delta\ln Z=-5.079\pm0.022$, HS模型为$\Delta\ln Z=-3.486\pm0.053$; 在KDE似然下, NS模型为$\Delta\ln Z=-5.438\pm0.042$, HS模型为$\Delta\ln Z=-4.379\pm0.063$. 这表明, GW190814作为一个极端高质量约束, 会显著压缩原有后验体积, 使模型在更狭窄的参数区域内才能同时满足半径观测和高质量要求, 因此总证据下降是可以理解的. 换言之, GW190814并不是简单“增强”某一模型, 而是在提高解释门槛的同时, 检验不同模型在高密区提供压强支撑的效率.

尽管绝对证据普遍下降, 但GW190814对NS和HS的影响程度并不相同. 首先, 在Gaussian似然下, 原本基线情形中NS相对HS具有弱优势; 而加入GW190814后, 两者差分变为$\ln B_{\rm HS,NS}=0.177\pm0.047$, 已经落入不确定区间, 甚至略微转向支持HS. 这说明, 在高质量天体约束下, Gaussian似然下的纯中子星模型优势被显著削弱, 同时HS模型额外相变自由度所带来的复杂度代价基本被高质量约束下的拟合增益所抵消. 其次, 在KDE似然下, HS原本就显著优于NS, 而引入GW190814后这种优势非但没有消失, 反而进一步增强到$\ln B_{\rm HS,NS}=6.630\pm0.073$. 这一结果同样是在计入HS模型更大先验体积和Occam惩罚之后得到的净证据优势, 说明在KDE框架中, 混杂星模型不仅能够较好拟合基线质量-半径数据, 而且在面对极端高质量事件时仍能通过调整相变密度、能量密度跳跃和夸克相刚度来保留较高的整体解释能力.

从物理上看, 这一差异反映了两类模型面对高质量约束时的自由度分配方式不同. 对于纯中子星模型, 支撑更高的$M_{\rm max}$只能依靠增强强子相高密压强, 因此会同时对L、$K_{\rm sym}$、J_0等参数施加强烈约束, 导致可接受后验体积显著收缩. 对于混杂星模型, 虽然GW190814同样要求更高的最大质量, 但HS除了可调整强子相参数外, 还可通过“较低转变密度+适中能量密度跳跃+较大夸克相声速”这一组合, 在不完全牺牲相变存在性的前提下恢复高质量支撑. 因此, 与NS相比, HS在面对GW190814时保留了更强的结构弹性, 这也是其证据下降幅度相对较小并在KDE框架下持续占优的根本原因.

最后, 再看似然构造本身的影响. 表6表明, 在纯中子星模型中, Gaussian与KDE之间的证据差异无论在基线还是加入GW190814之后都很小, 分别为0.153 ± 0.022和-0.206 ± 0.042, 均属于不确定水平. 这说明, 对于NS模型而言, 当前数据下Gaussian 近似与KDE实现方式虽然会影响部分参数后验, 但并不足以导致模型证据的根本改变. 相反, 在混杂星模型中, KDE相对Gaussian始终具有非常强的优势: 不含GW190814时$\ln B_{\rm KDE,G}=7.140\pm0.032$, 包含GW190814时仍有$\ln B_{\rm KDE,G}=6.246\pm0.076$. 这再次表明, 观测后验中的非高斯结构在HS模型中具有更高的信息含量; 若将其压缩成简单Gaussian形式, 容易低估混杂星

模型在参数空间中与数据相容的有效体积.

4 总结与展望

本文在统一的核物质参数化框架下, 系统比较了纯中子星(NS)模型与混杂星(HS)模型在不同观测似然构造和不同数据组合下的贝叶斯推断结果. 研究表明, 观测似然的构造方式会对参数后验和模型选择产生明显影响. 对于纯中子星模型, Gaussian与KDE两种似然下得到的质量-半径区域总体较为接近, 但对L、$K_{\rm sym}$等中高密敏感参数的约束存在明显差异; 对于混杂星模型, 这种差异更加显著, 不仅体现在强子相高密参数上, 还会直接重塑相变密度、能量密度跳跃以及夸克相声速平方的后验分布. 进一步在将GW190814次伴星视为非转动或慢转动高质量致密星候选体的条件下引入其质量约束后, 两类模型都表现出对更高最大质量和更强高密支撑能力的偏好, 但其响应机制并不相同: 纯中子星模型主要通过增强强子相高密压强来满足约束, 而混杂星模型则更多地通过重塑相变参数空间来恢复高质量支撑.

贝叶斯证据比较给出了本文最直接的统计结论. 在当前数据条件下, NS与HS的相对优劣并不是固定不变的, 而是显著依赖于观测似然的具体构造: Gaussian基线情形下, NS仅相对HS表现出弱偏好; 而在KDE框架下, HS则获得了强支持. 引入GW190814条件性高质量约束后, 所有模型的绝对证据均有所降低, 说明这一极端高质量事件显著提高了高密EOS的统计解释门槛; 这种证据下降在NS模型中更为明显, 而HS模型由于相变自由度提供了额外调节空间, 其下降幅度相对较小. 与此同时, KDE似然对HS模型的支持明显强于Gaussian, 而对NS模型的影响则相对有限. 这表明, 当研究目标涉及高密相变、夸克物质形成及模型选择问题时, 保留质量-半径观测后验中的非高斯信息并非单纯的技术细节, 而会实质性影响最终的统计推断和物理结论.

需要指出的是, 本文关于GW190814的分析应理解为一种条件性敏感性检验, 而不是对该事件次伴星性质的唯一判定. 若GW190814次伴星最终被确认为低质量黑洞, 则本文不含GW190814的基线结果应作为主要参考; 若其为快速转动中子星或混杂星, 则均匀转动可提高星体所能支撑的最大质量, 此时直接将观测到的$2.5M_\odot$–$2.67M_\odot$质量作为静态TOV最大质量约束会高估其对EOS的筛选强度. 因此, 快速转动解释下的后验收缩和证据下降预计会弱于本文给出的静态高质量约束结果, 并在趋势上介于基线情形与本文的"+GW190814"情形之间. 此外, HS模型中ρ_t/ρ_0向较低密度移动的后验趋势也应理解为在给定CSS+Maxwell参数化和静态高质量约束下的条件性统计偏好, 而不是近饱和密度退禁闭相变的模型无关证据. 其与有限核性质、重离子碰撞以及低密χEFT约束之间的相容性, 需要在未来更完整的联合贝叶斯分析中进一步检验.

未来, 随着更高精度的NICER观测、更多引力波事件以及更微观的高密物质模型被纳入统一分析框架, 纯中子星与混杂星图景之间的统计竞争有望得到更加明确的检验. 另外, 进一步联合有限核性质、重离子碰撞约束、低密χEFT计算以及自洽的转动星结构计算, 将有助于更系统地评估高密EOS参数化、相变自由度和观测似然构造对致密星物理结论的共同影响.

参考文献

1 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. GW170817: Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral. Phys Rev Lett, 2017, 119: 161101

2 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Properties of the binary neutron star merger GW170817. Phys Rev X, 2019, 9: 011001

3 Riley T E, Watts A L, Bogdanov S, et al. A NICER view of PSR J0030+0451: Millisecond pulsar parameter estimation. Astrophys J Lett, 2019, 887: L21

4 Miller M C, Lamb F K, Dittmann A J, et al. PSR J0030+0451 mass and radius from NICER data and implications for the properties of neutron star matter. Astrophys J Lett, 2019, 887: L24

5 Riley T E, Watts A L, Ray P S, et al. A NICER view of the massive pulsar PSR J0740+6620 informed by radio timing and XMM-Newton spectroscopy. Astrophys J Lett, 2021, 918: L27

6 Miller M C, Lamb F K, Dittmann A J, et al. The radius of PSR J0740+6620 from NICER and XMM-Newton data. Astrophys J Lett, 2021, 918: L28
7 Choudhury D, Salmi T, Vinciguerra S, et al. A NICER view of the nearest and brightest millisecond pulsar: PSR J0437-4715. Astrophys J Lett, 2024, 971: L20
8 Reardon D J, Bailes M, Shannon R M, et al. The neutron star mass, distance, and inclination from precision timing of the brilliant millisecond pulsar J0437-4715. Astrophys J Lett, 2024, 971: L18
9 Lattimer J M. Neutron stars and the nuclear matter equation of state. Annu Rev Nucl Part Sci, 2021, 71: 433–464
10 Burgio G F, Schulze H J, Vidaña I, et al. Neutron stars and the nuclear equation of state. Prog Part Nucl Phys, 2021, 120: 103879
11 Li B A, Cai B J, Xie W J, et al. Progress in constraining nuclear symmetry energy using neutron star observables since GW170817. Universe, 2021, 7: 182
12 Raaijmakers G, Greif S K, Hebeler K, et al. Constraints on the dense matter equation of state and neutron star properties from NICER's mass-radius estimate of PSR J0740+6620 and multimessenger observations. Astrophys J Lett, 2021, 918: L29
13 Legred I, Chatziioannou K, Essick R, et al. Impact of the PSR J0740+6620 radius constraint on the properties of high-density matter. Phys Rev D, 2021, 104: 063003
14 Landry P, Essick R. Nonparametric inference of the neutron star equation of state from gravitational wave observations. Phys Rev D, 2019, 99: 084049
15 Landry P, Essick R, Chatziioannou K. Nonparametric constraints on neutron star matter with existing and upcoming gravitational wave and pulsar observations. Phys Rev D, 2020, 101: 123007
16 Essick R, Landry P, Holz D E. Nonparametric inference of neutron star composition, equation of state, and maximum mass with GW170817. Phys Rev D, 2020, 101: 063007
17 Biswas B. Bayesian model selection of neutron star equations of state using multi-messenger observations. Astrophys J, 2022, 926: 75
18 Jiang J L, Ecker C, Rezzolla L. Bayesian analysis of neutron-star properties with parameterized equations of state: The role of the likelihood functions. Astrophys J, 2023, 949: 11
19 Chimanski E V, Lobato R V, Goncalves A R, et al. Bayesian exploration of phenomenological EOS of neutron/hybrid stars with recent observations. Particles, 2023, 6: 198–216
20 Zhou J, Xu J, Papakonstantinou P. Bayesian inference of neutron-star observables based on effective nuclear interactions. Phys Rev C, 2023, 107: 055803
21 Huang C, Raaijmakers G, Watts A L, et al. Constraining a relativistic mean field model using neutron star mass-radius measurements I: Nucleonic models. Mon Not R Astron Soc, 2024, 529: 4650–4665
22 Oertel M, Hempel M, Klähn T, et al. Equations of state for supernovae and compact stars. Rev Mod Phys, 2017, 89: 015007
23 Baiotti L. Gravitational waves from neutron star mergers and their relation to the nuclear equation of state. Prog Part Nucl Phys, 2019, 109: 103714
24 Özel F, Freire P. Masses, radii, and the equation of state of neutron stars. Annu Rev Astron Astrophys, 2016, 54: 401–440
25 Lattimer J M. The nuclear equation of state and neutron star masses. Annu Rev Nucl Part Sci, 2012, 62: 485–515
26 Annala E, Gorda T, Kurkela A, et al. Evidence for quark-matter cores in massive neutron stars. Nat Phys, 2020, 16: 907–910
27 Christian J E, Schaffner-Bielich J. Supermassive neutron stars rule out twin stars. Phys Rev D, 2021, 103: 063042
28 Christian J E, Schaffner-Bielich J. Confirming the existence of twin stars in a NICER way. Astrophys J, 2022, 935: 122
29 Li J J, Sedrakian A, Alford M. Relativistic hybrid stars in light of the NICER PSR J0740+6620 radius measurement. Phys Rev D, 2021, 104: L121302
30 Pfaff A, Hansen H, Gulminelli F. Bayesian analysis of the properties of hybrid stars with the Nambu-Jona-Lasinio model. Phys Rev C, 2022, 105: 035802
31 Xie W J, Li B A. Bayesian inference of high-density nuclear symmetry energy from radii of canonical neutron stars. Astrophys J, 2019, 883: 174
32 Alford M G, Han S, Prakash M. Generic conditions for stable hybrid stars. Phys Rev D, 2013, 88: 083013
33 Xie W J, Li B A. Bayesian inference of the dense-matter equation of state encapsulating a first-order hadron-quark phase transition from observables of canonical neutron stars. Phys Rev C, 2021, 103: 035802
34 Abbott R, Abbott T D, Abraham S, et al. GW190814: Gravitational waves from the coalescence of a 23 solar mass black hole with a 2.6 solar mass compact object. Astrophys J Lett, 2020, 896: L44
35 Tews I, Pang P T H, Dietrich T, et al. On the nature of GW190814 and its impact on the understanding of supranuclear matter. Astrophys J Lett,

2021, 908: L1
36 Fan Y Z, Han M Z, Jiang J L, et al. Maximum gravitational mass $M_{\rm TOV} = 2.25^{+0.08}_{-0.07} M_\odot$ inferred at about 3% precision with multimessenger data of neutron stars. Phys Rev D, 2024, 109: 043052
37 Komoltsev O, Somasundaram R, Gorda T, et al. Equation of state at neutron-star densities and beyond from perturbative QCD. Phys Rev D, 2024, 109: 094030
38 Li B A, Grundler X, Xie W J, et al. Bayesian inference of fine features of the nuclear equation of state from future neutron star radius measurements to 0.1 km accuracy. Phys Rev D, 2024, 110: 103040
39 Marczenko M, Redlich K, Sasaki C. Curvature of the energy per particle in neutron stars. Phys Rev D, 2024, 109: L041302
40 da Silva F M, Issifu A, Lopes L L, et al. Bayesian study of quark models in view of recent astrophysical constraints. Phys Rev D, 2024, 109: 043054
41 Gao B, Yuan W L, Harada M, et al. Exploring the first-order phase transition in neutron stars using the parity doublet model and a Nambu-Jona-Lasinio-type quark model. Phys Rev C, 2024, 110: 045802
42 Xia C J, Xie W J, Bakhiet M. Astrophysical constraints on nuclear EOSs and coupling constants in relativistic-mean-field models. Phys Rev D, 2024, 110: 114009
43 Xie W J, Li B A, Zhang N B. Impact of the newly revised gravitational redshift of X-ray burster GS 1826-24 on the equation of state of supradense neutron-rich matter. Phys Rev D, 2024, 110: 043025
44 Zhou J, Xu J. Bayesian inference of neutron-skin thickness and neutron-star observables based on effective nuclear interactions. Sci China-Phys Mech Astron, 2024, 67: 282011
45 Ding M Q, Fang D Q, Ma Y G. Neutron skin and its effects in heavy-ion collisions. Nucl Sci Tech, 2024, 35: 211
46 Bombaci I, Lombardo U. Asymmetric nuclear matter equation of state. Phys Rev C, 1991, 44: 1892–1900
47 Xie W J, Li B A. Bayesian inference of the symmetry energy of superdense neutron-rich matter from future radius measurements of massive neutron stars. Astrophys J, 2020, 899: 4
48 Margueron J, Hoffmann Casali R, Gulminelli F. Equation of state for dense nucleonic matter from metamodeling. I. Foundational aspects. Phys Rev C, 2018, 97: 025805
49 Walecka J D. A theory of highly condensed matter. Ann Phys, 1974, 83: 491–529
50 Boguta J, Bodmer A R. Relativistic calculation of nuclear matter and the nuclear surface. Nucl Phys A, 1977, 292: 413–428
51 Epelbaum E, Hammer H W, Meißner U G. Modern theory of nuclear forces. Rev Mod Phys, 2009, 81: 1773–1825
52 Machleidt R, Entem D R. Chiral effective field theory and nuclear forces. Phys Rep, 2011, 503: 1–75
53 Ma Y, Ma Y L, Xiong J Y. Hadronic description of nuclear matter and neutron star properties. arXiv: 2603.01933
54 Ma Y, Ma Y L. Composition of scalar mesons and their effects on nuclear matter properties in an extended linear sigma model. Phys Rev D, 2025, 112: 054026
55 Baym G, Pethick C, Sutherland P. The ground state of matter at high densities: Equation of state and stellar models. Astrophys J, 1971, 170: 299–317
56 Negele J W, Vautherin D. Neutron star matter at sub-nuclear densities. Nucl Phys A, 1973, 207: 298–320
57 Xu J, Chen L W, Li B A, et al. Locating the inner edge of the neutron star crust using terrestrial nuclear laboratory data. Phys Rev C, 2009, 79: 035802
58 Tolman R C. Effect of inhomogeneity on cosmological models. Proc Natl Acad Sci USA, 1934, 20: 169–176
59 Oppenheimer J R, Volkoff G M. On massive neutron cores. Phys Rev, 1939, 55: 374–381
60 Biswas B, Nandi R, Char P, et al. GW190814: On the properties of the secondary component of the binary. Mon Not R Astron Soc, 2021, 505: 1600–1606
61 Most E R, Papenfort L J, Weih L R, et al. A lower bound on the maximum mass if the secondary in GW190814 was once a rapidly spinning neutron star. Mon Not R Astron Soc-Lett, 2020, 499: L82–L86
62 Kanakis-Pegios A, Koliogiannis P S, Moustakidis C C. Probing the nuclear equation of state from the existence of a ~2.6$M_\odot$ neutron star: The GW190814 puzzle. Symmetry, 2021, 13: 183

Bayesian comparison of pure neutron star and hybrid star equations of state: Effects of likelihood construction and GW190814

GUO Junhua[1,2,3] & XIE Wenjie[1,3*]

[1]*Department of Physics and Electronic Engineering, Yuncheng University, Yuncheng 044000, China*
[2]*Shaanxi Province Key Laboratory of Thin Films Technology and Optical Test, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China*
[3]*Shanxi Province Intelligent Optoelectronic Sensing Application Technology Innovation Center, Yuncheng University, Yuncheng 044000, China*
**Corresponding author (email: xiewenjie@ycu.edu.cn)*

The inference of the equation of state (EOS) of compact stars depends not only on the underlying theoretical model, but also sensitively on how the observational likelihood is constructed. In this work, within a unified parameterization framework for nuclear matter, we systematically investigate two classes of compact-star models: a pure neutron star (NS) model and a hybrid star (HS) model allowing for a first-order hadron-quark phase transition. The NS model is characterized by six empirical nuclear-matter parameters, while the HS model further introduces three additional parameters describing the transition density, the energy-density jump, and the squared sound speed of quark matter. Using the mass-radius observations of PSR J0030+0451, PSR J0740+6620, and PSR J0437-4715 from NICER, we perform Bayesian inference with both Gaussian likelihoods and two-dimensional kernel density estimation (KDE) likelihoods, and further examine how the inclusion of the GW190814 constraint modifies the parameter posteriors, macroscopic observables, and model evidences. Our results show that, for the pure NS model, the mass-radius regions inferred with Gaussian and KDE likelihoods are broadly similar, while the constraints on intermediate- and high-density sensitive parameters such as L and $K_{\rm sym}$ differ noticeably. For the HS model, the likelihood construction has an even stronger impact: it not only changes the posterior widths of the hadronic-sector parameters, but also substantially reshapes the allowed regions of the transition density, the energy-density jump, and the stiffness of quark matter. After including GW190814, the posterior distributions of the maximum mass in both models shift significantly toward higher values. However, the HS model accommodates this high-mass constraint mainly by restructuring the phase-transition parameter space, whereas the pure NS model relies more directly on strengthening the high-density pressure support of hadronic matter. Bayesian-evidence comparisons further show that, in the Gaussian baseline case, the pure NS model is only weakly favored over the HS model, whereas in the KDE framework the HS model receives strong support. After adding GW190814, the absolute evidence of all models decreases, but the penalty is stronger for the pure NS model and relatively weaker for the HS model. Our study demonstrates that, when the physics of dense-matter phase transitions, quark-matter formation, and model selection are concerned, preserving the non-Gaussian information in the mass-radius posterior is not a mere technical detail, but can substantially affect the statistical inference and the resulting physical conclusions for the EOS of dense matter.

neutron star, hybrid star, equation of state, Bayesian inference, likelihood function

PACS: 97.60.Jd, 26.60.Kp, 21.65.Qr, 24.85.+p, 04.30.Tv

doi: 10.1360/SSPMA-2026-0254