



基于分层模型预测控制的接触式空间操作跟踪控制研究

郑子轩¹, 李晨^{2*}, 张军华³, 王英杰⁴

1. 西北工业大学航天学院, 西安 710072

2. 西北农林科技大学机械与电子工程学院, 杨凌 712100

3. 西安航空学院飞行器学院, 西安 710077

4. 西安邮电大学自动化学院, 西安 710061

*联系人, E-mail: c.li@nwafu.edu.cn

收稿日期: 2024-07-24; 接受日期: 2024-10-29; 网络出版日期: 2025-06-06

陕西省青年拔尖人才计划项目和航空航天结构力学及控制全国重点实验室开放课题项目(编号: MCAS-E-0225K01)资助

摘要 机器人自主实施空间操作是未来在轨服务的发展趋势. 现有研究受限于先抓捕后操作的技术框架, 无法充分利用空间机器人的动态特性, 且依赖于特殊抓捕机构, 不具备良好的通用性. 尽管部分研究曾尝试利用接触进行空间操作以适应不同的空间目标, 但接触式操作面临混杂动力学与欠驱动困难, 其跟踪控制问题仍未得到有效解决. 本文提出了一种基于分层异频的控制系统框架, 设计了以模型预测控制为低频预测器、控制障碍函数为高频跟踪器的控制策略. 该策略在有效处理混杂动力学和欠驱动特性并实现对接触式操作轨迹跟踪的同时, 降低了模型预测控制的计算量并能够保持系统稳定, 具有在线应用的潜力. 进一步通过计算机仿真验证了该分层控制策略的有效性和可靠性.

关键词 在轨服务, 机器人, 接触操作, 模型预测控制

PACS: 45.40.Ln, 45.80.+r, 89.20.Ff, 07.05.Dz, 02.30.Yy

1 引言

机器人自主实施空间操作是未来在轨服务的发展趋势^[1]. 在现有研究中, 空间操作任务过程通常被分解为抓捕前(Pre-Grasping)、抓捕中(Grasping)、抓捕后(Post-Grasping)三个阶段分别展开研究^[2]. 空间机器人需要完成与目标稳固的连接(抓捕)后才能够进行移动翻转等位置姿态操作. 尽管这种分解降低了空间

操作的实施难度, 提升了空间操作的可靠性, 但难以充分利用空间操作系统的动态特性, 制约了空间操作技术的发展. 例如, 在面对缺少对接机构的空间目标时, 传统研究尝试利用目标表面的各种几何特征(如上面级连接环、太阳能帆板支架、喷管内外壁等)进行抓捕, 同时还探索了仿壁虎和仿鱼叉等特殊抓捕机构^[3]. 显然, 这些方法仅适用于部分特定空间目标, 且需要额外的载荷, 与空间机器人通用性的需求不符. 实际上,

引用格式: 郑子轩, 李晨, 张军华, 等. 基于分层模型预测控制的接触式空间操作跟踪控制研究. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2025, 55: 294509
Zheng Z X, Li C, Zhang J H, et al. Multi-rate model predictive control based tracking control for on-orbit manipulation through contact (in Chinese).
Sci Sin-Phys Mech Astron, 2025, 55: 294509, doi: [10.1360/SSPMA-2024-0285](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2024-0285)

对于位置姿态调整这类操作任务, 通过合理的轨迹规划和跟踪控制, 机器人可以不依赖抓捕, 仅通过施加在目标上的接触力来实现操作^[4]. 研究接触操作既可以扩展空间机器人的工作模式, 提高其通用性, 又可以应用于传统工作模式中的抓捕阶段, 最终实现空间机器人的任意操作, 具有重要的研究意义.

在空间操作领域, Liu等人^[5]针对高动态自旋非合作目标, 建立了接触下的系统模型并设计了一种基于反复接触的消旋方法. Ma等人^[6]针对消旋机构的柔性终端, 建立了相应的柔性模型并通过实验对模型参数进行了校准, 在此模型基础上利用数值仿真研究了物理参数对消旋的影响. Chen等人^[7]针对空间双臂机器人接触消旋的控制问题, 提出了一种在维持空间双臂机器人姿态稳定的前提下进行精确摩擦控制的方法, 实现了机械臂与基座姿态的协调规划. Dou等人^[8]通过非合作目标上施加外力矩进行参数辨识, 并基于阻抗控制框架同时进行消旋. Li等人^[9]基于接触碰撞的互补约束模型, 尝试为考虑接触碰撞的空间操作给出一种轨迹优化方法, 并为其中考虑碰撞的空间操作任务设计了一种基于预测重规划的跟踪控制策略^[10], 同时还为基于接触的空间操作给出了一种动力学可操作性度量方法^[11]. She等人^[12]深入分析系统的接触动力学, 建立新的运动映射, 基于计算机视觉和特征匹配方法提出了一种估计接触切向速度的新方法. Liu等人^[13]系统性地研究了在轨服务任务中的碰撞控制问题, 首先提出了一种阻尼控制方法, 调整接触物体的接触速度以维持接触, 延长接触时间, 随后在此基础上提出一种只需要空间机器人运动学信息即可实现抓捕的阻抗控制策略^[14]及利用空间机器人漂浮基座减少燃料消耗的阻抗控制策略^[15], 最后提出一种顺应阻力控制方法, 能够进一步防止接触分离并降低最大接触力^[16], 为空间微重力环境下碰撞后的接触维持问题提供了新的方法和思路. 由上述文献可知, 接触式空间操作已经逐渐引起在轨服务及空间操作领域的关注, 并在建模、规划和控制等各方面具备了一定的研究基础, 但仍然缺乏普遍适用的控制策略研究. 在这类控制问题中, 控制器设计面临两个关键挑战: 混杂动力学(Hybrid Dynamic System)和欠驱动(Underactuated System)^[4]. 在接触的多模态模型下, 空间机器人与目标以不同的接触模态(Contact Modes)相互作用, 这些模态以动力学特征划分为分

离(Breaking)、粘连(Sticking)及滑动(Sliding)等^[17]. 这种在不同模态间切换的系统称为混杂动力学系统, 是一种非平滑的动力学系统. 由于大多数的控制技术依赖于动力学系统的平滑性, 混杂动力学系统的控制器设计变得相对困难^[18]. 目前主要的处理方法是分别处理模态切换和模态切换时刻的跟踪器设计问题. 部分研究通过预处理给定了模态切换的时刻表, 但所设计的跟踪控制器无法调整模态切换次序及切换时刻, 难以充分利用系统的动态特性来应对外部扰动, 跟踪过程中将耗费更多的能量. 此外, 模态切换时刻表的预测本身也是一个困难的问题^[19,20]. 为此, 本文希望设计的控制策略能够在执行跟踪的过程中由控制器来自主决定模态的切换. 另一方面, 空间机器人与目标之间的接触作用表现出单边约束的特性, 根据不同的接触条件, 只有部分力和力矩可以施加到目标上($\leq \mathbb{R}^4$), 总自由度小于目标自由度($\mathbb{R}^6$), 表现出欠驱动的特性^[21]. 本文基于摩擦点接触假设进行分析及控制器设计, 空间机器人只能在目标表面上施加(推)力, 不能施加力矩, 驱动自由度进一步降低到 $\mathbb{R}^3$.

为了应对上述的两个挑战, 本文基于模型预测控制(Model Predictive Control, MPC)^[22,23], 针对接触模态切换带来的强非线性, 设计了一种分层异频的控制策略^[24,25]: 以模型预测控制作为上层低频规划器, 给出符合系统长期需求的轨迹及模态切换序列; 以基于控制障碍函数(Control Barrier Functions, CBF)的二次规划(Quadratic Programming, QP)控制方法^[26]作为下层高频跟踪器, 在约束条件下跟踪该轨迹并给出实际的控制输出. 通过引入分层框架, 改进上层优化问题构造, 调整下层约束构造等技术手段, 综合设计以实现对接触操作的跟踪控制. 本文首先构建了接触下机器人系统的混杂动力学模型, 并进一步构造为分层模型. 然后基于局部线性化的上层系统模型, 设计了基于混合整数规划-模型预测控制(MIQP-MPC)的上层规划器, 用以获得符合系统长期需求的轨迹及模态切换序列. 随后针对下层模型的各个单一模态, 考虑模态约束、误差约束和系统原有约束等, 分别设计了各模态下基于控制障碍函数和控制李雅普诺夫函数的二次规划(CBF-CLF-LQP)控制器作为下层跟踪器, 依照上层规划器所得接触模态选择下层跟踪器, 实现模态不变的跟踪. 最后, 通过空间机器人利用接触翻转空间目标的仿真案例, 验证了所提出的分层异频控制策略的有

效性和可靠性.

本文内容主要来自学位论文《空间机器人考虑接触碰撞的轨迹规划与跟踪控制研究》^[27]未正式发表的章节, 结构如下: 第2节建立了空间机器人动力学模型、摩擦接触模型、二者构成的混杂系统模型及重构的分层模型. 第3节在分析分层特性的基础上, 给出了分层控制策略及其基于混合整数规划模型预测控制的上层规划器和基于控制障碍函数的下层跟踪器. 第4节通过数值仿真验证了控制策略的可行性. 第5节进行了总结与展望.

2 问题描述

本文所使用的符号及其定义汇总在表1中.

2.1 空间机器人动力学模型

空间机器人通过接触操作空间目标的系统如图1所示, 该系统可以通过如下的欧拉-拉格朗日形式的动力学方程描述:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{v}) = \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{u} + \mathbf{J}_n(\mathbf{q})^T \boldsymbol{\lambda}_n + \mathbf{J}_t(\mathbf{q})^T \boldsymbol{\lambda}_t, \quad (1)$$

其中, $\mathbf{q}$, $\mathbf{v}$ 和 $\ddot{\mathbf{v}}$ 为系统在关节坐标系中的广义状态量、速度量与加速度量; $\mathbf{u}$ 为系统在驱动坐标系中的控制输入; $\boldsymbol{\lambda}_n$ 和 $\boldsymbol{\lambda}_t$ 为各潜在接触点在其接触局部坐标系中的法向接触力与切向接触力. $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ 为关节坐标系下系统的惯性矩阵, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{v})$ 为关节坐标系下系统速度相关的非线性项, 主要由科氏力及向心力构成. $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ 为驱动力

表 1 术语表

Table 1 Nomenclature

符号	定义
$\mathbf{x}, \boldsymbol{\tau}$	系统状态、控制输入
ϕ, ψ, λ	接触法向距离、接触切向速度、接触力
$\mathbf{x}^-, \mathbf{x}^+$	状态量跳变前的右极限、跳变后的左极限
T, i	上层规划器时间步长、更新次数
$\mathcal{T}, \mathcal{T}^c$	更新时刻间连续集合, 更新时刻集合
$\boldsymbol{\tau}_l, \boldsymbol{\tau}_m$	下层跟踪器输入, 上层规划器输入
$\tilde{\mathbf{x}}$	上层规划器状态量
$\mathcal{X}_c, \mathcal{X}_d$	下层连续状态量、上层离散状态可行集合
$\mathcal{U}_l, \mathcal{U}_m$	下层跟踪器、上层规划器输入可行集合
$\mathcal{S}_x, \mathcal{S}_e$	状态量集合, 误差集合
$\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\tau}^*$	参考轨迹的状态量、控制输入
$\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\boldsymbol{\tau}}_m$	实际轨迹与参考轨迹的状态量、控制输入偏差
$\tilde{\mathbf{x}}_{k j}$	在第 <i>j</i> 次更新时刻计算的第 <i>k</i> 个时间节点

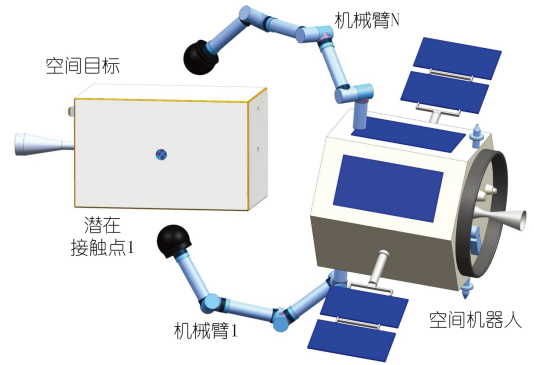


图 1 (网络版彩图)空间机器人通过接触操作空间目标示意图

Figure 1 (Color online) Space manipulation of target through frictional contacts by space robots.

映射矩阵, 将驱动坐标系中的驱动力投影至系统关节坐标系内. 矩阵 $\mathbf{J}_n(\mathbf{q})$ 和 $\mathbf{J}_t(\mathbf{q})$ 将各潜在接触点局部坐标系中的法向接触力及切向接触力投影至关节坐标系中, 称为雅可比矩阵.

在处理控制问题时, 更常用的是状态空间形式的动力学方程, 为此将欧拉-拉格朗日形式的动力学方程(1)转化为如下的非线性仿射控制系统状态方程:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\boldsymbol{\tau}, \quad (2)$$

其中, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} \in \mathcal{X}$ 是系统的状态向量, $\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \boldsymbol{\lambda}_n \\ \boldsymbol{\lambda}_t \end{bmatrix} \in \mathcal{U}$ 是

系统的广义控制向量, 且

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \mathbf{v}) = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{C}(\mathbf{q}, \mathbf{v}) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{g}(\mathbf{q}, \mathbf{v})$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{B}(\mathbf{q}) & \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{J}_n(\mathbf{q})^T & \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q})\mathbf{J}_t(\mathbf{q})^T \end{bmatrix}. \quad (4)$$

2.2 摩擦接触的模式及约束

考虑接触的空间机器人系统动力学方程(2)本身并没有对广义控制向量中接触力项的物理真实性进行约束, 需要引入额外的约束来保证其物理真实性. 接触

约束的引入取决于接触建模, 尽管Hertz模型下考虑接触的机器人系统可以建模为连续系统, 但需要非常小的步长, 通常不用在优化问题中, 综合考虑计算稳定性和计算效率等因素, 接触的多模态建模更适合本文所采用的模型预测控制及控制障碍函数方法. 对于上层低频规划器中的模型预测控制问题, 考虑到优化步长较大且预测时间域(Horizon)有限, 生成的优化问题维度较小, 可以通过混合整数规划处理模态切换问题, 需要分别建立各接触模态的约束. 对于下层高频跟踪器中的控制障碍函数二次规划问题, 本文的处理策略是在上层规划器更新间隔保持系统接触模态不变, 同样需要分别建立各接触模态的约束. 因此, 本文为考虑接触的动力学系统建立了不同接触模态下的约束.

基本约束 首先需要建立摩擦接触的基本约束, 这些约束在任何接触模态下都需要满足, 包括接触双方不相互穿透约束(Non-Penetrating)、接触力单边约束(Unilateral)及摩擦锥(Friction Cone)约束:

$$C_0 : \begin{cases} \phi(x) \geq 0, \\ \lambda_n \geq 0, \\ \|\lambda_t\| \leq \mu \lambda_n, \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\phi(x)$ 是潜在接触点的法向距离, μ 是潜在接触点的摩擦系数.

分离 当接触点分离时, 不存在接触力, 需要满足接触双方之间的法向距离大于0, 接触力等于0的约束:

$$C_1 : \begin{cases} \phi(x) > 0, \\ \lambda_n = 0. \end{cases} \quad (6)$$

粘连 当接触点接触, 但相对静止不发生切向滑动时, 需要满足接触点之间的法向距离等于0, 切向速度等于0的约束:

$$C_2 : \begin{cases} \phi(x) = 0, \\ \psi(x) = 0, \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\psi(x)$ 是接触双方在潜在接触点的相对切向速度.

滑动 当接触点接触且发生切向滑动时, 需要满足接触点之间的法向距离等于0, 切向速度不为0, 且接触

力位于摩擦锥表面的约束:

$$C_3 : \begin{cases} \phi(x) = 0, \\ \psi(x) \neq 0, \\ \|\lambda_t\| = \mu \lambda_n. \end{cases} \quad (8)$$

以上就是接触的基本约束及三种模态下各自所需要额外满足的约束.

2.3 分层系统

由于上层低频规划器与下层高频跟踪器的更新频率不同, 在下层跟踪器中, 原系统可以视为关于时间分段连续的混杂系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))\tau(t), \\ t \in \mathcal{T} = \bigcup_{i=0}^{\infty} (iT, (i+1)T), \\ x^+(t) = \Delta(x^-(t)), \\ t \in \mathcal{T}^c = \bigcup_{i=0}^{\infty} \{iT\}, \end{cases} \quad (9)$$

其中, T 是上层低频规划器的时间步长, i 是上层低频规划器更新次数, 集合 $\mathcal{T}$ 包含了上层低频规划器更新时刻 iT 之间的开区间, 其补集 $\mathcal{T}^c$ 包含了所有的上层低频规划器更新时刻 iT . 显然, 该系统在区间 $(iT, (i+1)T)$ 内连续, 其运动方程为 $\dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))\tau(t)$. 该系统在时刻 iT 发生跳变, 其变化通过复位映射(Reset Map) $\Delta(\cdot)$ 定义, 其中 $x^+ = \lim_{t \rightarrow iT^+} x(t)$ 和 $x^- = \lim_{t \rightarrow iT^-} x(t)$ 分别为状态量 $x(t)$ 在 t 时刻的左极限和右极限.

事实上, 考虑接触的系统本身也是混杂系统, 存在多个模态的相互切换. 但是考虑到接触在模态切换时刻的状态量跳变较小, 且接触模态已经在上层规划器中进行了选择, 本文假设接触模态的跳变只发生在上层规划器更新时刻 $\{iT\}$, 并约束下层跟踪器在每个时间区间 $(iT, (i+1)T)$ 内模态不发生变化, 以简化控制器的设计.

进一步地, 定义系统的控制输入为

$$\tau(t) = \tau_l(t) + \tau_m(t), \quad (10)$$

其中, $\tau_l(t)$ 是下层跟踪器输入, 其关于状态量 x 连续; $\tau_m(t)$ 是上层规划器输入, 是在 $t \in \mathcal{T}^c$ 时刻更新的分段常

值函数. $\tau_l(t)$ 和 $\tau_m(t)$ 通过如下的控制策略 Π 定义:

$$\Pi: \begin{cases} \tau_l(t) = \pi_l(x(t), \tau_m(t), i), & t \in \mathcal{T}, \\ \dot{\tau}_m(t) = 0, \\ \tau_l^+(t) = \tau_l^-(t), \\ \tau_m^+(t) = \pi_m(x^+(t)), \end{cases} \quad t \in \mathcal{T}^c, \quad (11)$$

其中, π_l 和 π_m 分别是下层跟踪器和上层规划器的控制策略. 在下层连续段, 上层控制输入不变; 在上层规划器切换时刻, 下层控制输入不变.

为了保证系统可控, 在跟踪过程中, 还需要满足状态量及控制输入的一般约束:

$$\begin{aligned} x(t) &\in X_c \subset \mathbb{R}^{2n}, & \forall t \in \mathcal{T}, \\ x^+(t) &\in X_d \subseteq X_c \subset \mathbb{R}^{2n}, & \forall t \in \mathcal{T}^c, \\ \tau_l &\in \mathcal{U}_l \subset \mathbb{R}^d, \tau_m \in \mathcal{U}_m \subset \mathbb{R}^d, & \forall t \geq 0, \end{aligned} \quad (12)$$

其中, X_c 和 X_d 分别表示下层连续状态量和上层离散状态量的可行集合, $\mathcal{U}_l$ 和 $\mathcal{U}_m$ 分别表示下层跟踪器和上层规划器输入的可行集合.

3 分层控制策略

为了实现空间机器人接触式空间操作的轨迹跟踪控制, 本文设计了如下的分层异频控制策略: 基于模型预测控制的上层低频规划器用以在线生成满足系统长期行为要求的新参考轨迹, 基于控制障碍函数的下层高频跟踪器用以跟踪上述参考轨迹实现闭环跟踪控制, 如图2所示. 其中, 上层规划器的输出只在更新时刻变化, 其他时刻维持前一时刻的状态量、控制量及模态输出; 下层跟踪器只在单一模态工作, 其模态及模态切换由上层规划器指定. 上层规划器的控制量输出与下层跟踪器的输出共同构成了系统的控制输出.

为了实现上述控制策略, 需要构造如下的增广系统, 由上层规划器与下层跟踪器的分段连续非线性系统组成:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))(\tau_m(t) + \tau_l(t)), & t \in \mathcal{T}, \\ \dot{\tilde{x}}(t) = f_{\tilde{x}}(\tilde{x}(t)) + g_{\tilde{x}}(\tilde{x}(t))(\tau_m(t)), \\ x^+(t) = \Delta(x^-(t)), \\ \tilde{x}^+(t) = \Delta_{\tilde{x}}(\tilde{x}^-(t)), \end{cases} \quad t \in \mathcal{T}^c, \quad (13)$$

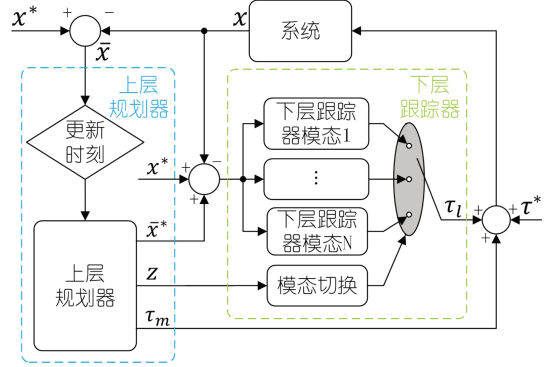


图2 (网络版彩图) 分层异频控制策略框架图

Figure 2 (Color online) Multi-rate control schedule.

其中的上层规划器状态量 $\tilde{x}$ 只受分段常值输入 τ_m 的影响, 并一同输入至下层跟踪器用以计算下层控制输入 τ_l , 增广系统的控制律如下:

$$\Pi_{\tilde{x}}: \begin{cases} \tau_l(t) = \pi_l(x(t), \tilde{x}, \tau_m(t), i), & t \in \mathcal{T}, \\ \dot{\tau}_m(t) = 0, \\ \tau_l^+(t) = \tau_l^-(t), \\ \tau_m^+(t) = \pi_m(x^+(t)), \end{cases} \quad t \in \mathcal{T}^c. \quad (14)$$

3.1 分层特性

考虑增广系统(13)和控制律(14)所构成的闭环系统, 令 t_k 时刻为系统跳变时刻, 即 $t_k = kT, k \in \{1, 2, \dots\}$, 定义误差 $e = x - \tilde{x}$ 及如下的误差动力学方程:

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = f_e(x(t), \tilde{x}(t)) + g_e(x(t), \tilde{x}(t))(\tau_m(t) + \tau_l(t)), & t \in \mathcal{T}, \\ e^+(t) = \Delta_e(x^-(t)), & t \in \mathcal{T}^c, \end{cases} \quad (15)$$

其中, 集合 $\mathcal{T}$ 和 $\mathcal{T}^c$ 的定义与式(9)一致, 复位映射 Δ_e 需要使系统满足如下特性.

特性1(下层状态有界): 对于增广系统(13)和控制律(14)所构成的闭环系统, 下层控制输入 $\tau_l(\cdot)$ 能够确保对于所有的 $x^+(t_k) \in S_x \cap X_d$ 及 $\tau_m^+(t_k) \in \mathcal{U}_m$, 我们有, 对于所有的 $t \in (t_k, t_{k+1})$, $x(t) \in S_x \subseteq X_c$ 且 $\tau_l \in \mathcal{U}_l$.

特性2(下层误差有界): 对于增广系统(13)和控制律(14)所构成的闭环系统, 下层控制输入 $\tau_l(\cdot)$ 能够确保对于所有的 $e^+(t_k) = x^+(t_k) - \tilde{x}^+(t_k) \in S_e$, $x^+(t_k) \in S_x \cap X_d$ 及 $\tau_m^+(t_k) \in \mathcal{U}_m$, 我们有, 对于所有的 $t \in (t_k, t_{k+1})$, $e(t_k) = x(t_k) - \tilde{x}(t_k) \in S_e$.

上述特性1及特性2保证了上层规划器所得轨迹可以被下层跟踪器跟踪.

特性3(上层状态有界): 对于增广系统(13)和控制律(14)所构成的闭环系统, 上层控制输入 $\tau_m(\cdot)$ 能够确保当 $\mathbf{x}(0) = \tilde{\mathbf{x}}(0) + \mathbf{e}(0) \in \mathcal{S}_x \cap \mathcal{X}_d$ 且 $\mathbf{e}(0) \in \mathcal{S}_e$ 时, 我们有 $\pi_m(\mathbf{x}_+(0)) \in \mathcal{U}_m$, 且存在 $\mathbf{z} \in \mathcal{S}_x \cap \mathcal{X}_d$, 对于所有的 $k \in \{1, 2, \dots\}$, 所有的 $\mathbf{z} \in \Delta(\{\tilde{\mathbf{x}}^-(t_k)\} \oplus \mathcal{S}_e)$ 均满足 $\pi_m(\mathbf{z}) \in \mathcal{U}_m$.

特性4(上层误差有界): 对于增广系统(13)和控制律(14)所构成的闭环系统, 上层控制输入 $\tau_m(\cdot)$ 能够确保当 $\mathbf{x}(0) = \tilde{\mathbf{x}}(0) + \mathbf{e}(0) \in \mathcal{S}_x \cap \mathcal{X}_d$ 且 $\mathbf{e}(0) \in \mathcal{S}_e$ 时, 存在 $\mathbf{z} \in \mathcal{S}_x \cap \mathcal{X}_d$, 对于所有的 $k \in \{1, 2, \dots\}$, 所有的 $\mathbf{z} \in \Delta(\{\tilde{\mathbf{x}}^-(t_k)\} \oplus \mathcal{S}_e)$ 均满足 $\Delta(\mathbf{z}) = \Delta_{\tilde{\mathbf{x}}}(\mathbf{z}) + \Delta_{\mathbf{e}}(\mathbf{z})$, $\Delta_{\mathbf{e}}(\mathbf{z}) \in \mathcal{S}_e$.

上述特性3和特性4定义在离散时刻, 允许基于离散时间模型设计上层规划器.

对于闭环系统, 假设经过 k 次满足 $\mathbf{x}^+(t_k) \in \mathcal{S}_x \cap \mathcal{X}_d$, $\mathbf{e}^+(t_k) = \mathbf{x}^+(t_k) - \tilde{\mathbf{x}}^+(t_k) \in \mathcal{S}_e$, $\tau_m^+(t_k) \in \mathcal{U}_m$ 的跳变, 通过特性1可知

$$\mathbf{x}(t) \in \mathcal{S}_x \subseteq \mathcal{X}_c, \tau_l \in \mathcal{U}_l, \forall t \in (t_k, t_{k+1}). \quad (16)$$

通过特性2可知, 在 t_{k+1} 时刻

$$\mathbf{x}^-(t_{k+1}) \in \{\tilde{\mathbf{x}}^-(t_{k+1})\} \oplus \mathcal{S}_e. \quad (17)$$

由式(17)和特性3可知

$$\mathbf{x}^+(t_{k+1}) = \Delta(\mathbf{x}^-(t_{k+1})) \in \mathcal{S}_x \cap \mathcal{X}_d, \pi_m(t_{k+1}) \in \mathcal{U}_m. \quad (18)$$

通过特性4可知

$$\mathbf{e}^+(t_{k+1}) = \mathbf{x}^+(t_{k+1}) - \tilde{\mathbf{x}}^+(t_{k+1}) \in \mathcal{S}_e. \quad (19)$$

因此, 如果满足 $\mathbf{x}^+(t_k) \in \mathcal{S}_x \cap \mathcal{X}_d$, $\mathbf{e}^+(t_k) = \mathbf{x}^+(t_k) - \tilde{\mathbf{x}}^+(t_k) \in \mathcal{S}_e$, $\tau_m^+(t_k) \in \mathcal{U}_m$, 那么在连续段 $t \in (t_k, t_{k+1})$ 内状态和输入始终满足约束(12), 且跳变状态满足 $\mathbf{x}^+(t_{k+1}) \in \mathcal{S}_x \cap \mathcal{X}_d$, 跳变误差满足 $\mathbf{e}^+(t_{k+1}) = \mathbf{x}^+(t_{k+1}) - \tilde{\mathbf{x}}^+(t_{k+1}) \in \mathcal{S}_e$, 上层输入满足 $\tau_m^+(t_k) \in \mathcal{U}_m$. 那么, 根据递归特性, 对于满足约束(12)的初始状态 $\mathbf{x}(0) = \tilde{\mathbf{x}}(0) + \mathbf{e}(0) \in \mathcal{S}_x \cap \mathcal{X}_d$ 和初始误差 $\mathbf{e}(0) \in \mathcal{S}_e$, 满足上述特性1-4的控制律(14)可以保证由增广系统(13)和控制律(14)构成的闭环系统满足状态及输入约束(12).

3.2 上层规划器

根据接触操作的任务需求, 上层规划器必须具备预测系统的长期行为并自行决策接触模式切换序列的能力, 以充分利用系统的动态特性实现稳定跟踪. 为了满足这一需求, 本文基于模型预测控制设计上层规划器.

模型预测控制本质上是在每一时刻重新进行轨迹优化的控制方法, 不同于全局轨迹优化问题, 轨迹跟踪问题可以通过局部线性化的方法获得简化的线性模型, 从而将优化问题转化为一个线性规划问题, 具有快速求解的潜能. 因此, 本文对动力学方程(2)进行了关于参考轨迹的局部线性化, 线性化的动力学方程更利于计算, 可以加快求解速度, 这对本文所提出的控制策略的实施非常有帮助. 对于一组真实的系统参考轨迹 $\mathbf{x}^*(t)$ 和系统参考控制输入 $\tau^*(t)$, 用 $\bar{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^*(t)$ 和 $\bar{\tau}_m(t) = \tau_m(t) - \tau^*(t)$ 表示系统实际轨迹 $\mathbf{x}(t)$ 和实际控制输入 $\tau(t)$ 关于系统参考轨迹 $\mathbf{x}^*(t)$ 和参考控制输入 $\tau^*(t)$ 的偏差, 系统的动力学方程可以线性化为

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}(t)\bar{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}(t)\bar{\tau}_m(t), \quad (20)$$

其中,

$$\mathbf{A}(t) = \left(\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \tau \right) \bigg|_{\mathbf{x}^*(t), \tau^*(t)}, \quad (21)$$

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}) \bigg|_{\mathbf{x}^*(t)}.$$

在实际应用中, 各时刻 t 的矩阵项 $\mathbf{A}(t)$ 和 $\mathbf{B}(t)$ 可提前计算并制表, 供控制器在线计算时调用.

在上层规划器更新时刻 t_{iT} , 以上述局部线性化的方程式(20)为动力学模型, 本文构造预测时域为 $\{t_{iT}, \dots, t_{(i+N)T}\}$ 的模型预测控制问题. 在所构造的控制优化问题中, 决策变量包括从当前时刻 t_{iT} 到随后 N 个规划器时间节点内的实际轨迹关于参考轨迹的状态量偏差 $\{\bar{\mathbf{x}}_{1|i}, \dots, \bar{\mathbf{x}}_{N|i}\}$, 以及实际控制输入关于参考控制输入的控制输入偏差 $\{\bar{\tau}_{m,0|i}, \dots, \bar{\tau}_{m,N-1|i}\}$. 其中

$$\bar{\mathbf{x}}_{k|i} = \bar{\mathbf{x}}((i+k)T), \quad (22)$$

$$\bar{\tau}_{m,k|i} = \bar{\tau}_m((i+k)T),$$

表示在上层规划器第 i 个更新时刻所计算的模型预测控制问题中的第 k 个时间节点对应的状态量偏差及控

制输入偏差. 优化问题的目标是在满足动力学约束及控制输入约束的前提下, 使终端时刻 $t_{(i+N)T}$ 系统关于参考轨迹的偏差收敛到0, 且在预测时域内的成本函数尽可能小. 关于预测时域为 N 个时间节点的模型预测控制问题的成本函数如下:

$$G(\bar{\mathbf{x}}_i, \bar{\mathbf{r}}_{m,i}) = \bar{\mathbf{x}}_{N|i}^T \mathbf{Q}_N \bar{\mathbf{x}}_{N|i} + \sum_{k=0}^{N-1} (\bar{\mathbf{x}}_{k+1|i}^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{x}}_{k+1|i} + \bar{\mathbf{r}}_{m,k|i}^T \mathbf{R} \bar{\mathbf{r}}_{m,k|i}), \quad (23)$$

其中, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{Q}_N$ 和 $\mathbf{R}$ 分别是过程状态偏差、终端状态偏差和控制输入偏差的权重矩阵. 式(23)表示的是模型预测控制问题中一类通用的成本函数, 在前述权重矩阵的选择原则下, 该成本函数使得在终端时刻实际轨迹关于参考轨迹的状态量偏差尽可能小, 而在预测时域内, 状态偏差和控制偏差在约束下达到平衡.

这里, 优化问题首先需要满足的约束是动力学约束:

$$\bar{\mathbf{x}}_{k+1|i} = \bar{\mathbf{x}}_{k|i} + h(\mathbf{A}_{k|i} \bar{\mathbf{x}}_{k|i} + \mathbf{B}_{k|i} \bar{\mathbf{r}}_{m,k|i}), \quad (24)$$

其中, h 是上层规划器的时间步长, $\mathbf{A}_{k|i} = \mathbf{A}((i+k)T)$ 和 $\mathbf{B}_{k|i} = \mathbf{B}((i+k)T)$ 来源于式(21). 除了动力学约束, 模型预测控制问题还需要在各时间节点的各接触点满足接触约束(5)–(8). 对于第 k 个时间节点的第 j 个潜在接触点, 接触相关的约束有

$$\begin{aligned} \text{基本约束: } C_{0,k|i,j} : & \begin{cases} \phi_{k|i,j}(\bar{\mathbf{x}}_{k|i}) \geq 0, \\ \lambda_{n,k|i,j} \geq 0, \\ \|\lambda_{t,k|i,j}\| \leq \mu \lambda_{n,k|i,j}, \end{cases} \\ \text{分离: } C_{1,k|i,j} : & \begin{cases} \phi_{k|i,j}(\bar{\mathbf{x}}_{k|i}) > 0, \\ \lambda_{n,k|i,j} = 0, \end{cases} \\ \text{粘连: } C_{2,k|i,j} : & \begin{cases} \phi_{k|i,j}(\bar{\mathbf{x}}_{k|i}) = 0, \\ \psi_{k|i,j} = 0, \end{cases} \\ \text{滑动: } C_{3,k|i,j} : & \begin{cases} \phi_{k|i,j}(\bar{\mathbf{x}}_{k|i}) = 0, \\ \|\lambda_{t,k|i,j}\| = \mu \lambda_{n,k|i,j}, \\ \psi_{k|i,j} \neq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (25)$$

上述接触约束(25)的施加取决于各时刻的接触模态. 本文通过在优化问题中引入整数决策变量来处理多模态混杂动力学系统, 形成混合整数规划

问题. 对于各个时间节点 k 的各个潜在接触点 j , 引入 $z_{1,k|i,j} \in \{0, 1\}$, $z_{2,k|i,j} \in \{0, 1\}$ 和 $z_{3,k|i,j} \in \{0, 1\}$ 三个整数决策变量, $z_{1,k|i,j} = 1$, $z_{2,k|i,j} = 1$ 或 $z_{3,k|i,j} = 1$ 分别表示 k 时刻潜在接触点 j 的接触模态为分离、粘连或滑动. 进一步地, 这里要求同一时刻同一潜在接触点的三个整数决策变量之和为1($z_{1,k|i,j} + z_{2,k|i,j} + z_{3,k|i,j} = 1$), 这使得各时刻的各潜在接触点只能位于一种接触模态中. 这样, 混合整数模型预测控制的优化问题(MPC-MIQP)可以写作

$$\begin{aligned} \min_{\bar{\mathbf{x}}_{k|i}, \bar{\mathbf{r}}_{m,k|i}, z_{k|i,j}} & \bar{\mathbf{x}}_{N|i}^T \mathbf{Q}_N \bar{\mathbf{x}}_{N|i} + \dots \\ & \sum_{k=0}^{N-1} \left(\bar{\mathbf{x}}_{k+1|i}^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{x}}_{k+1|i} + \bar{\mathbf{r}}_{m,k|i}^T \mathbf{R} \bar{\mathbf{r}}_{m,k|i} + \sum_{j=1}^m z_{k|i,j}^T \mathbf{W}_{k,j} z_{k|i,j} \right), \\ \text{s.t. } & \bar{\mathbf{x}}_{k+1|i} = \bar{\mathbf{x}}_{k|i} + h(\mathbf{A}_{k|i} \bar{\mathbf{x}}_{k|i} + \mathbf{B}_{k|i} \bar{\mathbf{r}}_{m,k|i}), \\ & \bar{\mathbf{x}}_{k|i} \in \mathcal{X}, \\ & \bar{\mathbf{r}}_{m,k|i} \in \mathcal{U}, \\ & (\bar{\mathbf{x}}_{k|i}, \bar{\mathbf{r}}_{m,k|i}) \in C_{0,k|i,j}, \\ & (\bar{\mathbf{x}}_{k|i}, \bar{\mathbf{r}}_{m,k|i}) \in C_{1,k|i,j}, \quad \text{if } z_{1,k|i,j} = 1, \\ & (\bar{\mathbf{x}}_{k|i}, \bar{\mathbf{r}}_{m,k|i}) \in C_{2,k|i,j}, \quad \text{if } z_{2,k|i,j} = 1, \\ & (\bar{\mathbf{x}}_{k|i}, \bar{\mathbf{r}}_{m,k|i}) \in C_{3,k|i,j}, \quad \text{if } z_{3,k|i,j} = 1, \\ & z_{1,k|i,j} + z_{2,k|i,j} + z_{3,k|i,j} = 1, \end{aligned} \quad (26)$$

其中, $z_{k|i,j} = [z_{1,k|i,j}, z_{2,k|i,j}, z_{3,k|i,j}]^T$. $\mathbf{Q}$, $\mathbf{Q}_N$ 和 $\mathbf{R}$ 的定义与式(23)中一致. 权重矩阵 $\mathbf{W}_{k,j}$ 用以调整实际接触模态切换序列与参考接触模态切换序列之间的相似程度.

通过求解该混合整数优化问题, 可以同时获得最优的模态切换($z_{k|i,j}$)和控制输入($\bar{\mathbf{r}}_{m,k|i}$). 在实际应用中, 可以通过“大 M (big- M)”方法构造该混合整数优化问题, 其中 M 是一个较大的标量值, 用以激活或冻结接触模态相关的约束. 如果将该优化问题的最优解表示为控制输入 $\bar{\mathbf{r}}_{m,i}^* = [\bar{\mathbf{r}}_{m,0|i}^*, \dots, \bar{\mathbf{r}}_{m,N-1|i}^*]$ 、状态轨迹 $\bar{\mathbf{x}}_i^* = [\bar{\mathbf{x}}_{1|i}^*, \dots, \bar{\mathbf{x}}_{N|i}^*]$ 和接触模态切换时刻表 $\mathbf{z}_{i,j}^* = [z_{1|i,j}^*, \dots, z_{N|i,j}^*]$, 则上层规划器在 $t = iT$ 时刻的控制输入为

$$\pi_m(\mathbf{x}^+(iT)) = \bar{\mathbf{r}}_{m,0|i}^*, \quad (27)$$

确定出的下层跟踪器在 $t \in (iT, (i+1)T)$ 时间段内的接触模态为

$$\mathbf{z}_i = [z_{1|i,1}^*, \dots, z_{1|i,m}^*]^T, \quad (28)$$

为 $t \in (iT, (i+1)T)$ 时间段生成的下层跟踪器参考轨迹为

$$\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}^*(t) + \tilde{\mathbf{x}}_{1|i}^*, \quad t \in (iT, (i+1)T). \quad (29)$$

3.3 下层跟踪器

考虑到在接触系统的模态切换时刻, 位置状态量是连续但不可导的, 速度状态量跳变有限, 微弱地违反当前模态约束不会造成闭环系统的失稳, 且通过反馈控制可以让系统回到当前模态的约束内. 在进行下层跟踪器的设计时, 本文假设系统中接触模态的切换只发生在上层规划器的更新时刻. 对于下层跟踪器, 一方面, 上层规划器做出模态切换的指令时, 系统将在随后的跟踪中出现状态量初值违反当前模态约束的情况, 但对于一个稳定跟踪的系统, 状态量在前一跟踪段的结尾已经接近了切换边界, 切换时状态量对模态约束的违反将相当有限, 如图3所示. 另一方面, 如果上层规划器做出模态维持不变的预测, 则无需考虑下一阶段状态量初值违反模态约束的问题.

处于单一接触模态的系统是连续的, 可以采用各种传统反馈控制方法进行跟踪控制. 这里考虑到下层跟踪器还需要满足模态约束、误差约束、系统原生约束等众多约束, 因此采用了基于控制障碍函数(Control Barrier Functions)的二次规划(Quadratic Programming)最优控制方法. 本文采用零位调整控制障碍函数(Zeroing Control Barrier Function), 相比于最初的严格不可穿越边界的控制障碍函数定义, 其在可行域

外($h(\mathbf{x}) < 0$)是有定义的, 当状态量位于可行域外时, 仍然可以将状态控制回到可行域内, 在实际应用中有很多优势, 成为了目前控制障碍函数应用的主流定义. 对于本节的下层跟踪器, 因为被控系统在上层规划器发出模态切换指令时, 下一阶段的状态量初值一定在可行域外, 所以控制障碍函数在可行域外有定义的特性至关重要.

为了应用控制障碍函数, 首先定义如下模态约束集:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{x,1} &= \{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_c : h_{x,1}(\mathbf{x}) \geq 0\}, \\ &\vdots \\ \mathcal{S}_{x,2^m} &= \{\mathbf{x} \in \mathcal{X}_c : h_{x,2^m}(\mathbf{x}) \geq 0\}, \end{aligned} \quad (30)$$

分别对应空间机器人与空间目标各潜在接触点分离或接触状态的组合, 整个系统共有 2^m 个不同接触模态. 然后定义如下误差约束集:

$$\mathcal{S}_e = \{\mathbf{e} \in \mathbb{R}^{2n} : h_e(\mathbf{e}) \geq 0\}. \quad (31)$$

其中, $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}$ 是实际状态量与上层规划器输出的状态量规划轨迹之间的误差. 通过对该误差增加边界约束, 可以使该误差保持在较小的量级上, 增加跟踪器的稳定性. 当上层规划器更新等情况造成该误差突然变化超出边界时, 设计合适的控制障碍函数会快速将其控制回到边界内. 最后定义如下系统原有约束集:

$$\mathcal{S}_{x,a} = \{\mathbf{x} : h_{x,a}(\mathbf{x}) \geq 0\}, \quad (32)$$

这部分约束包括空间机器人构型约束、环境碰撞约束等长期存在的系统约束.

同时引入控制李雅普诺夫函数(Control Lyapunov Functions)来惩罚真实轨迹与规划轨迹的偏离, 迫使其收敛. 这里选用的李雅普诺夫函数为

$$V(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) = (\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}})^T Q_V (\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}). \quad (33)$$

下层控制器构造并求解的控制障碍函数-控制李雅普诺夫函数-二次规划问题(CBF-CLF-QP)为

$$\begin{aligned} \min_{\tau \in U, \gamma} \quad & \|\tau_l\|_2 + c_1 \gamma^2, \\ \text{s.t.} \quad & L_f V(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) + L_{f_{\tilde{\mathbf{x}}}} V(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) + \dots \\ & (L_g V(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) + L_{g_{\tilde{\mathbf{x}}}} V(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}))(\tau_m + \tau_l) \\ & \leq -c_2 V(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}) + \gamma, \end{aligned}$$

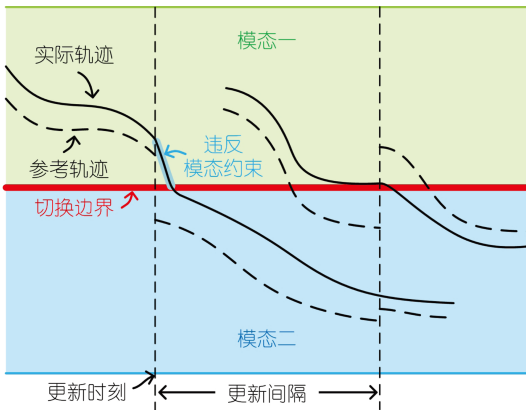


图3 (网络版彩图)模态切换示意图

Figure 3 (Color online) A diagram of model switching.

$$\begin{aligned}
 &L_{f_e} h_e(\mathbf{e}) + L_{g_e} h_e(\mathbf{e})(\boldsymbol{\tau}_m + \boldsymbol{\tau}_l) \geq -\alpha_1(h_e(\mathbf{e})), \\
 &L_{f_{x,a}} h_{x,a}(\mathbf{x}) + L_{g_{x,a}} h_{x,a}(\mathbf{x})(\boldsymbol{\tau}_m + \boldsymbol{\tau}_l) \geq -\alpha_2(h_{x,a}(\mathbf{x})), \\
 &L_{f_{x,1}} h_{x,1}(\mathbf{x}) + \dots \\
 &L_{g_{x,1}} h_{x,1}(\mathbf{x})(\boldsymbol{\tau}_m + \boldsymbol{\tau}_l) \geq -\alpha_3(h_{x,1}(\mathbf{x})), \\
 &\vdots \\
 &L_{f_{x,2^m}} h_{x,2^m}(\mathbf{x}) + \dots \\
 &L_{g_{x,2^m}} h_{x,2^m}(\mathbf{x})(\boldsymbol{\tau}_m + \boldsymbol{\tau}_l) \geq -\alpha_3(h_{x,2^m}(\mathbf{x})),
 \end{aligned}
 \quad \text{if } \mathbf{x} \in \mathcal{S}_{x,1}, \quad (34)$$

其中, $c_1, c_2 > 0$, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathcal{K}$. 假设该优化问题的解为 $\boldsymbol{\tau}^*(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{v})$, 则下层控制器输入为

$$\boldsymbol{\pi}_l(\mathbf{x}(t), \tilde{\mathbf{x}}(t), \boldsymbol{\tau}_m(t)) = \boldsymbol{\tau}_l^*(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\tau}_m). \quad (35)$$

4 数值仿真

为了验证本文所提出的利用接触进行在轨操作的轨迹跟踪方法的可行性, 本节设计了一个任务场景: 小型空间机器人推动板状目标航天器进行姿态的翻转, 如图4所示. 由于仿真条件的限制, 这里对空间机器人进行了简化, 不再考虑机械臂动力学, 聚焦于接触动力学. 如果考虑机械臂动力学, 则需要在本研究基础上, 根据所需终端位置及接触力, 设计柔顺控制器, 并考虑机械臂控制误差对接触点的力/位扰动, 对本文所关注的接触问题影响有限. 进一步地, 本案例假设空间机器人与目标之间只存在一个潜在接触点, 并假设为摩擦点接触.

目标航天器的质心位置 $[x_t, y_t, z_t]^T$ 描述在固连于轨道上的惯性坐标系 Σ_I 中, 其绕质心的转动通过欧拉角 $[\theta_x, \theta_y, \theta_z]^T$ 表示, 其质心平移速度和绕质心转动角速度分别记为 $[\dot{x}_t, \dot{y}_t, \dot{z}_t]^T$ 和 $[\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$. 空间机器人的质心位置 $[x_b, y_b, z_b]^T$ 和质心速度 $[\dot{x}_b, \dot{y}_b, \dot{z}_b]^T$ 描述在固连于目标航天器本体的体坐标系 Σ_B 中. 该空间操作系统的物理参数汇总在表2内.

本仿真案例截取了任务总时长中的前15 s进行了跟踪控制. 任务目标为控制空间机器人跟踪参考轨迹并使目标航天器绕y轴翻转到指定角度. 参考轨迹由全局轨迹优化方法给出. 目标航天器的初始质心位置状态为 $[x_t; y_t; z_t] = [0; 0; 0]$, 姿态状态为 $[\theta_x; \theta_y; \theta_z] = [0; 0; 0]$, 其初始速度和角速度均为0. 空间机器人的初始位置状态为 $[x_b; y_b; z_b] = [-0.1; 0; -1.8]$, 初始速度为 $[\dot{x}_b; \dot{y}_b; \dot{z}_b] = [0; 0; 0]$. 空间机器人的初始位置及速度

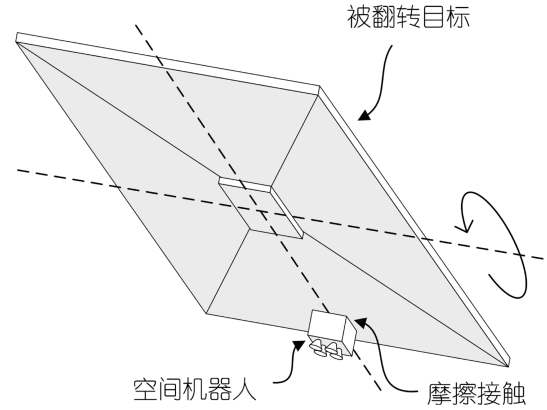


图4 利用接触翻转空间目标仿真案例示意图

Figure 4 Simulation case of space manipulation through frictional contacts.

表2 利用接触翻转空间目标仿真案例物理参数

Table 2 Parameters for the simulation case of space manipulation through frictional contacts

刚体	质量 m (kg)	惯量 (kg m^2)			边长 (m)		
		I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}	l_x	l_y	l_z
空间机器人	100	—	—	—	—	—	—
目标航天器	1000	2583.3	1336.7	1336.7	0.2	4	4

在其x轴方向上存在一定的初始误差. 在仿真过程中, 上层规划器更新频率设置为10 Hz, 预测步长设置为20步; 下层跟踪器控制频率设置为1000 Hz.

图5给出了空间机器人在其x轴方向上的位置和速度轨迹. 其中绿色实线表示参考轨迹, 红色实线表示实际轨迹. 空间机器人在其x轴方向上的位置和速度轨迹分别存在0.014和0.007 m的初始误差. 空间机器人在4.7 s前处在一个逐步接近目标表面的过程中. 由于空间机器人描述在目标航天器的体坐标系中, 其在x轴方向上的位置最终维持在0.1 m, 即目标航天器表面上(目标航天器厚度0.2 m). 在空间机器人与目标航天器表面接触前, 其在x轴方向上的速度减小至接近0 m/s, 以减少可能的碰撞冲击, 并在接触后经过短暂的调整最终维持在0 m/s, 与位置状态维持在0.1 m同时说明了接触后的空间机器人不再与目标航天器表面分离.

目标航天器绕其y轴的角度和角速度轨迹如图6所示. 二者在接触发生前均保持不变. 由于接触后实际角速度大于参考角速度, 导致实际角度有一个偏离参考

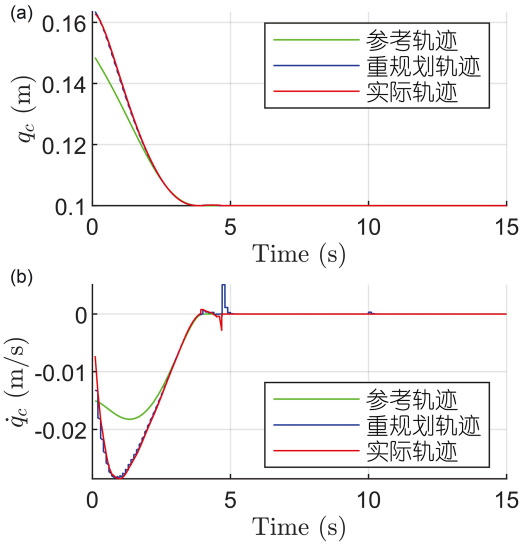


图 5 (网络版彩图)空间机器人沿其 x 轴方向的(a)位置和(b)速度轨迹
Figure 5 (Color online) Trajectories of (a) position and (b) velocity of the space robot on the x -axis.

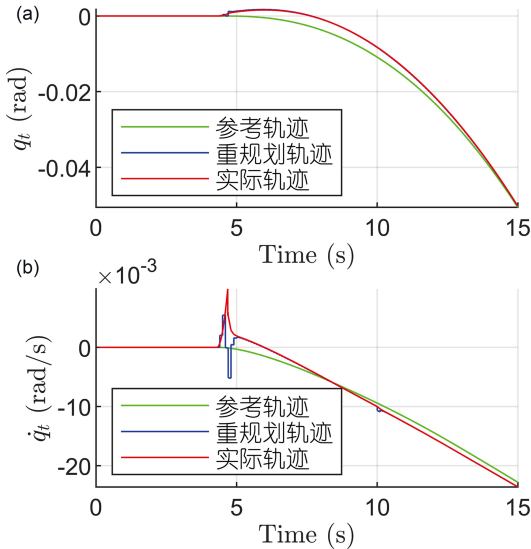


图 6 (网络版彩图)目标航天器绕其 y 轴的(a)角度和(b)角速度轨迹
Figure 6 (Color online) Trajectories of (a) angle and (b) velocity of the target around the y -axis.

角度的过程. 随后通过低于参考角速度的实际角速度实现角度的跟踪.

图7给出了空间机器人在其 x 轴方向上的位置和速度跟踪误差. 其中蓝色实线表示上层规划器重规划轨

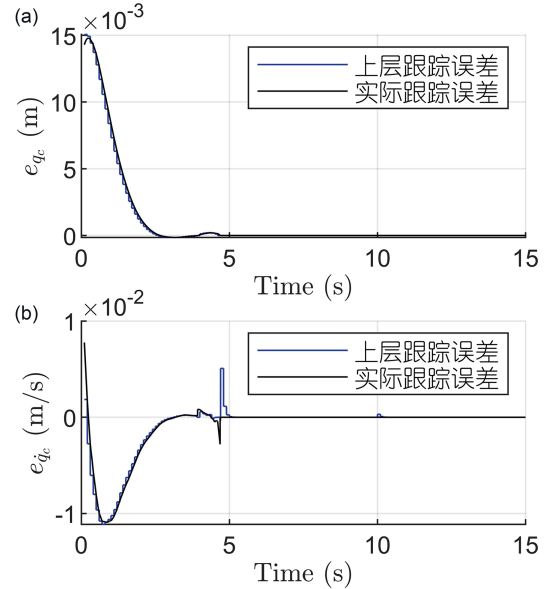


图 7 (网络版彩图)空间机器人沿其 x 轴方向的(a)位置和(b)速度误差
Figure 7 (Color online) Errors of (a) position and (b) velocity of the space robot on the x -axis.

迹关于原参考轨迹的位置或速度误差, 黑色实线表示空间机器人实际的位置或速度跟踪误差. 空间机器人在其 x 轴方向上的位置和速度跟踪误差的收敛过程为: 由于正向初始速度误差的存在, 初始位置误差在初期仍然增加; 随着速度误差快速达到负向, 位置误差开始减小; 随着位置误差的减小, 速度误差也从负向逐步趋向于零; 两者最终在接触前降低到了可以接受的范围. 在形成稳定接触的过程中, 空间机器人在其 x 轴方向上的速度跟踪误差与重规划轨迹速度误差出现了背离, 这是下层跟踪器输出的调节作用.

图8给出了目标航天器绕其 y 轴的角度和角速度跟踪误差. 可以看到, 在接触发生前, 目标航天器绕其 y 轴不存在角度或角速度误差. 在接触发生后, 目标航天器绕其 y 轴的角速度较之其参考轨迹产生了较大的误差, 上层规划器给出一个长期过程使这部分误差收敛: 角速度误差逐步减小至0附近, 在这个过程中角度误差在持续增加并到达最高点; 角速度误差在负向维持在一个较小的范围内, 使角度误差从最高点逐步减小; 随着角度误差接近0, 角速度误差也逐渐接近0. 在这个过程中, 实际跟踪误差始终与上层规划器重规划轨迹关于原参考轨迹的误差接近. 在形成稳定接触的过程中, 上

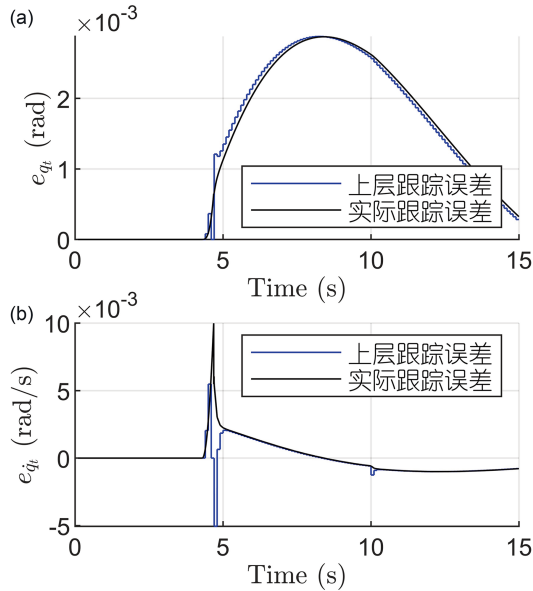


图 8 (网络版彩图)目标航天器绕其y轴的(a)角度和(b)角速度误差

Figure 8 (Color online) Errors of (a) angle and (b) velocity of the target around the y-axis.

层规划器重规划轨迹误差存在一次严重的突变, 实际轨迹的误差并没有能够完全接近, 产生了滞后.

形成上述轨迹的空间机器人在x轴方向上的控制

输出由图9给出. 其中, 右侧大图分别用绿色、蓝色、红色及黑色实线描绘了空间机器人在x轴方向上的参考控制输出、上层规划器控制输出、下层跟踪器控制输出及总输出. 空间机器人总输出是系统参考控制输出、上层规划器控制输出及下层跟踪器控制输出的叠加. 为了清晰起见, 左侧小图从下至上分别又单独描绘了系统参考控制输出、上层规划器控制输出及下层跟踪器控制输出, 颜色标识与右图一致. 可以看到, 当空间机器人状态量存在初始误差时, 额外的控制力主要由上层规划器给出, 下层跟踪器只提供少量的修正. 但是控制障碍函数的特性会导致在某些较为严重违反模态约束的时刻产生不合理的脉冲控制力.

空间机器人和目标航天器在任务过程中所受的法向接触力如图10所示. 其中绿色实线表示法向接触力的参考轨迹, 黑色实线表示实际的法向接触力. 可以看到, 尽管参考法向接触力在4.5 s左右已经出现, 但是由于上层规划器的更新频率较低, 下层跟踪器仍然在分离模态下工作, 直至4.6 s后上层规划器更新, 指示下层跟踪器进入接触模态工作, 随后接触才发生. 图中的局部放大图对应于红色点划线框, 是4.6–4.8 s的局部放大, 可以看到, 法向接触力在接触初期并不是连续变化的, 经过若干次碰撞后, 才形成连续的接触.

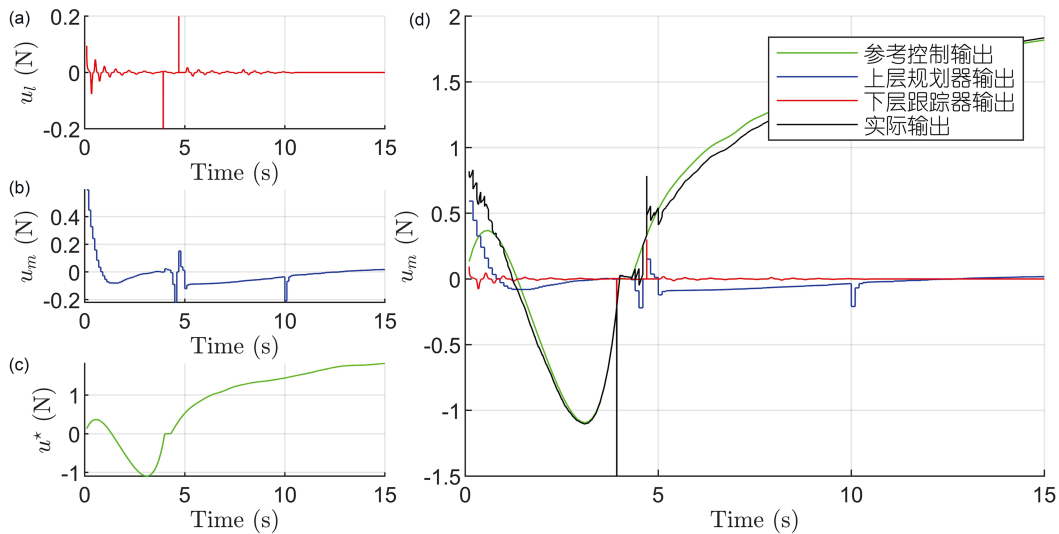


图 9 (网络版彩图)分层控制器在空间机器人x轴方向上的(a)下层跟踪器输出、(b)上层规划器输出、(c) 参考控制输出及(d)总输出

Figure 9 (Color online) Control outputs of (a) low level tracker, (b) high level planner, (c) reference and (d) combination of space robot on x-axis.

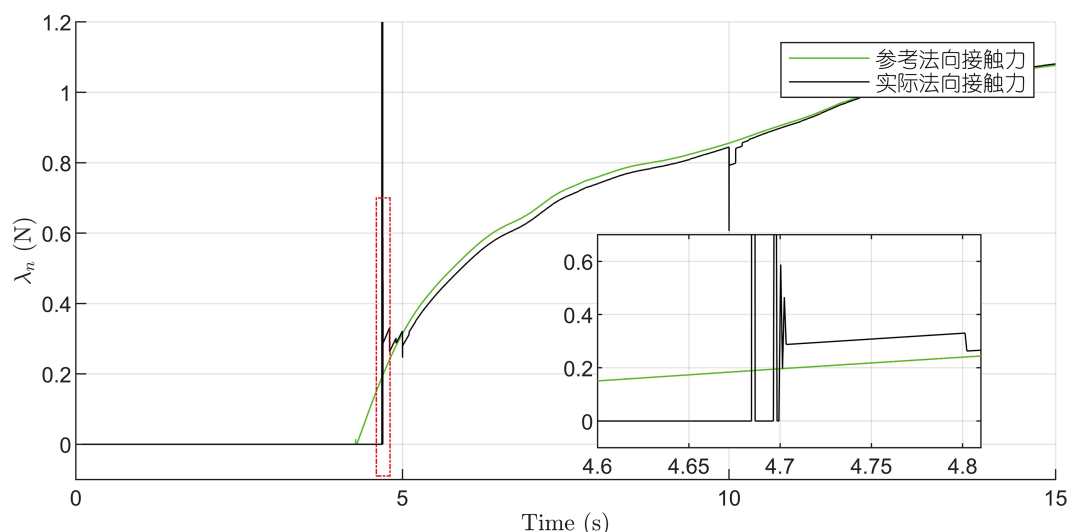


图 10 (网络版彩图)空间机器人和目标航天器之间的法向接触力

Figure 10 (Color online) The normal contact force between the space robot and the target.

5 总结

本文针对空间机器人利用接触进行在轨操作的任务,设计了一种分层异频的跟踪控制策略,由上层基于模型预测控制的规划器与下层基于控制障碍函数的跟踪器构成。上层规划器考虑闭环系统的长期表现,规划接触切换序列并更新参考轨迹;下层跟踪器跟踪

新参考轨迹以维持系统当前的稳定性,其接触模态由上层系统指定。并通过空间机器人利用接触翻转空间目标的跟踪控制仿真案例验证了所提出的跟踪策略的有效性。本文所提出的上层规划器中模型预测控制部分还有改进的空间,例如通过离线深度学习等方法改进模态切换顺序决策的速度,具有进一步提升的潜力。

参考文献

- 1 Zhang Z, Liu C K, Wang M M, et al. Development and prospects of space intelligent operation (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2024, 54: 289–303 [张哲, 刘传凯, 王明明, 等. 空间作业智能操控技术研究与展望. 中国科学: 技术科学, 2024, 54: 289–303]
- 2 Xue Z H, Liu J G. Review of space manipulator control technologies (in Chinese). *Robot*, 2022, 44: 107–128 [薛智慧, 刘金国. 空间机械臂操控技术研究综述. 机器人, 2022, 44: 107–128]
- 3 Xu K, Dong G Y, Qiao A W, et al. Review and prospect of on-orbit serving spacecraft capture device technology (in Chinese). *Aerosp Shanghai*, 2022, 39: 12–28 [徐坤, 董桂宇, 乔宏伟, 等. 航天器在轨服务捕获装置技术研究综述与展望. 上海航天, 2022, 39: 12–28]
- 4 Ruggiero F, Lippiello V, Siciliano B. Nonprehensile dynamic manipulation: A survey. *IEEE Robot Autom Lett*, 2018, 3: 1711–1718
- 5 Liu Y Q, Yu Z W, Liu X F, et al. Active detumbling technology for high dynamic non-cooperative space targets. *Multibody Syst Dyn*, 2019, 47: 21–41
- 6 Ma Z, Liu Z, Zou H, et al. Dynamic modeling and analysis of satellite detumbling using a brush type contactor based on flexible multibody dynamics. *Mech Mach Theor*, 2022, 170: 104675
- 7 Chen G, Wang Y, Wang Y, et al. Detumbling strategy based on friction control of dual-arm space robot for capturing tumbling target. *Chin J Aeronaut*, 2020, 33: 1093–1106
- 8 Dou B, Yue X, Zhang T. Optimal detumbling strategy for a non-cooperative target with unknown inertial parameters using a space manipulator. *Adv Space Res*, 2022, 69: 3952–3965
- 9 Li C, Zheng Z, Yuan J. A trajectory optimization method with frictional contacts for on-orbit capture. *Acta Astronaut*, 2020, 175: 90–98

- 10 Li C, Zheng Z, Yuan J. Trajectory tracking for repeated-impact-based detumbling using a multi-arm space robot. [Aerosp Sci Tech](#), 2023, 133: 108144
- 11 Chen L, Zheng Z, Yuan J. Dynamic manipulability measure for on-orbit manipulation by frictional contacts. [Proc Inst Mech Eng Part G-J Aerosp Eng](#), 2022, 236: 3457–3467
- 12 She Y, Li S, Hu J. Contact dynamics and relative motion estimation of non-cooperative target with unilateral contact constraint. [Aerosp Sci Tech](#), 2020, 98: 105705
- 13 Liu X F, Wang R H, Cai G P, et al. Resistance control: A new collision control method for on-orbit service. [Nonlinear Dyn](#), 2023, 111: 13969–13984
- 14 Zhang X Y, Liu X F, Wang M M, et al. A new strategy for capturing a noncooperative spacecraft by a robotic arm. [Multibody Syst Dyn](#), 2023, 59: 143–169
- 15 Liu X F, Cai G P, Wang M M, et al. Contact control for grasping a non-cooperative satellite by a space robot. [Multibody Syst Dyn](#), 2020, 50: 119–141
- 16 Wang R, Liu X, Ji R, et al. Compliance resistance collision control for operating a space robot to capture a non-cooperative spacecraft. [Aerosp Sci Tech](#), 2024, 153: 109425
- 17 Siciliano B, Khatib O, Kröger T. Springer Handbook of Robotics. 2nd ed. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2016
- 18 Brogliato B. Nonsmooth Mechanics: Models, Dynamics and Control. 3rd ed. Cham: Springer International Publishing, 2016
- 19 Sleiman J P, Farshidian F, Hutter M. Versatile multicontact planning and control for legged loco-manipulation. [Sci Robot](#), 2023, 8: 5014
- 20 Jelavic E, Qu K, Farshidian F, et al. LSTP: Long short-term motion planning for legged and legged-wheeled systems. [IEEE Trans Robot](#), 2023, 39: 4190–4210
- 21 Mason M T. Toward robotic manipulation. [Annu Rev Control Robot Auton Syst](#), 2018, 1: 1–28
- 22 Hogan F R, Rodriguez A. Reactive planar non-prehensile manipulation with hybrid model predictive control. [Int J Robot Res](#), 2020, 39: 755–773
- 23 Schwenzer M, Ay M, Bergs T, et al. Review on model predictive control: An engineering perspective. [Int J Adv Manuf Technol](#), 2021, 117: 1327–1349
- 24 Rosolia U, Ames A D. Multi-rate control design leveraging control barrier functions and model predictive control policies. [IEEE Control Syst Lett](#), 2020, 5: 1007–1012
- 25 Du X, Zhou S, Schoellig A P. Hierarchical task model predictive control for sequential mobile manipulation tasks. [IEEE Robot Autom Lett](#), 2024, 9: 1270–1277
- 26 Ames A D, Xu X, Grizzle J W, et al. Control barrier function based quadratic programs for safety critical systems. [IEEE Trans Automat Control](#), 2016, 62: 3861–3876
- 27 Li C. Planning and Control for Space Robot with Contact and Collision (in Chinese). Dissertation for Doctoral Degree. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2022 [李晨. 空间机器人考虑接触碰撞的轨迹规划与跟踪控制研究. 博士学位论文. 西安: 西北工业大学, 2022]

Multi-rate model predictive control based tracking control for on-orbit manipulation through contact

ZHENG ZiXuan¹, LI Chen^{2*}, ZHANG JunHua³ & WANG YingJie⁴

¹*School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*

²*College of Mechanical and Electronic Engineering, Northwest AF University, Yangling 712100, China*

³*School of Aerocraft, Xi'an Aeronautical University, Xi'an 710077, China*

⁴*School of Automation, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710061, China*

**Corresponding author (email: c.li@nwafu.edu.cn)*

The autonomous implementation of space manipulation by space robots are trends for future on-orbit services. Existing researches are constrained by a framework of capturing before operating, which fails to fully utilize dynamics of space robots and relies on specialized capturing structures, lacking good generality. Although some studies have attempted to leverage contacts to adapt to different targets in space manipulations, hybrid and underactuated dynamics caused by contacts made their tracking control difficult to realize. This paper proposes a hierarchical control framework that employs model predictive control as a low-frequency planner and control barrier function based optimal control as a high-frequency tracker. This control strategy tracks trajectory of contact-based operations effectively. The stable tracking with reduced computational consumption of model predictive control makes the strategy suitable for online applications. A simulation case is provided to demonstrate the effectiveness and reliability of the hierarchical control strategy.

on-orbit service, robot, manipulation through contact, model predictive control

PACS: 45.40.Ln, 45.80.+r, 89.20.Ff, 07.05.Dz, 02.30.Yy

doi: [10.1360/SSPMA-2024-0285](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2024-0285)