中国科学: 物理学 力学 天文学 2026 年 第 56 卷 第 6 期: 269511
SCIENTIA SINICA Physica, Mechanica & Astronomica physcn.scichina.com
《中国科学》杂志社 SCIENCE CHINA PRESS
论 文

基于广义相对性原理的月球与地球时间转换

刘民[1], 平劲松[2], 李文潇[2], 曹周键[3], 杨捷[4], 王永军[5], 金洪波[2], 张文昭[2,3], 邵明学[2,6], 鄢建国[7], 余和真[1*]

1. 北京东方计量测试研究所, 北京 100094
2. 中国科学院国家天文台, 北京 100101
3. 北京师范大学物理与天文学院, 北京 100091
4. 兰州大学兰州理论物理中心, 甘肃省理论物理重点实验室, 量子理论及应用基础教育部重点实验室, 兰州 730000
5. 兰州空间技术物理研究所, 真空技术与物理全国重点实验室, 兰州 730000
6. 中国科学院电工研究所, 北京 100190
7. 武汉大学测绘遥感信息工程全国重点实验室, 武汉 430070
*联系人, E-mail: yuhezhen0556@163.com

收稿日期: 2025-02-15; 接受日期: 2025-07-16; 网络出版日期: 2025-10-09
中国空间技术研究院2024年度院士课题资助项目(编号: 030010006420240017)、国家重点研发计划(编号: 2022YFC2204101)、中国科学院攻坚专项行星历表方向项目(编号: GJ030203)和理论物理专款兰州理论物理中心(编号: 12247101)资助

摘要 月球上的时间计量是地球以外统一时间规则的典型案例, 与地球类似, 月球应该具有独立的守时、授时和历法. 美国学者近期发表的两篇相对论框架下定义和描述月球时间方面的论文, 给出了一种把地球标准时间传递到月球上使用的转换公式, 并认为定义了月球上的参考时间. 然而其推导过程和公式的条件存在争议. 太阳系大天体之间复杂的相互围绕旋转的关系, 用“外问题”和“内问题”方法可简化成多层嵌套的广域和局域的相对关系. 以物理定律的对称性和守恒性为出发点, 爱因斯坦的广义相对性原理明确指出“平权”和“本地”思想. 平权思想认为多层级坐标系之间的关系是独立且相似的, 用分形几何的自相似性来类比物理规律在各层级之间的关系. 本地思想认为物理规律仅在本地局域坐标系内具有不变的形式, 不旋转的坐标系是质点运动曲线上的费雷内标架, 只有把旋转的参照物放在本地局域内部, 而不是放到外部的遥远星体, 才能保证物理规律的不变性. 把遥远星体作为地球质心坐标系方向的参照物, 违反了广义相对性原理. 本文推导了坐标时与原时的关系, 运用了地球-月球坐标系作为中转站, 推导出更加简洁的月球时到地球质心坐标时的转换公式, 初步建议了独立而且通用的月球标准时间. 其中坐标时转换系数是长期缓慢变化的, 可通过地月之间的时间比对进行测量和预测.

关键词 月球标准时间, 原时, 坐标时, 广义相对性原理, 费雷内标架, 月球质心坐标时, 地球质心坐标时, 空间计量

PACS: 04.20.Cv, 04.25.Nx, 96.20.Br, 06.30.Ft, 06.20.-f

引用格式: 刘民, 平劲松, 李文潇, 等. 基于广义相对性原理的月球与地球时间转换. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2026, 56: 269511
Liu M, Ping J S, Li W X, et al. Lunar and Earth time conversion based on the principle of general relativity (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2026, 56: 269511, doi: 10.1360/SSPMA-2025-0057

© 2025《中国科学》杂志社

1　引言

如何联系不同坐标系上的坐标时? 是广义相对论中最基础的问题, 更是时间计量理论中的新问题. 2021年中国科学技术协会推出重大科学问题“地球以外有统一的时间规则吗?” 提出了时间统一的相对性观点[1], 认为地球上的标准时间及其授时信号仅能适用于地球及其附近范围, 同时性受限于局域坐标系内, 跨越不同质心坐标系, 两者的局域原时, 不能直接同步, 因而, 如何统一两个局域系统时间? 月球、火星、木星卫星、土星卫星等天体是否应该拥有自己的独立的时间计量体系? 成为国际天文学和计量领域热议的话题[2]. 月球应该拥有属于自己的独立于地球的时间计量体系, 其守时, 授时和历法规则将不同于地球上的时间计量. 2024年4月2日, 白宫科学与技术政策办公室(OSTP)发布备忘录(www.whitehouse.gov/wp-content/uploads/2024/04/Celestial-Time-Standardization-Policy.pdf)指示NASA为月球和其他天体建立统一的时间标准, 首先重点关注地月空间及月表任务, 预计在2026年底前制定协调月球时间(LTC), 考虑到月球较小的重力影响, 月球时间将比地球时间快约58.7 μs d^{-1}此外, 伴随其他周期性变化, 月球时间与地球时间将进一步出现偏差. 国际天文联合会(IAU)在2000年(IAU2000)的决议“B1.3”中给出了太阳系质心坐标系(BCRS)的坐标时(TCB)到地球质心坐标系(GCRS)的坐标时(TCG)的转换关系. 在IAU2000决议“B1.5”加入后牛顿势系数后, 给出了更加准确的TCB-TCG转换公式[3]. 美国学者Kopeikin和Kaplan在文献[4]中将坐标时转换公式推广到月球质心坐标系(LCRS)与GCRS中, 为了获得月球质心坐标时(TCL)与TCG的关系, 借助了BCRS坐标系中的坐标时TCB, 通过更换符号角标的方法直接列出TCB到TCL的关系. 这种推导, 一方面违反了施瓦西度规的引力理论约束条件, 另一方面把地球标准时间传递到月球上, 认为经过转换后的地球时间是月球标准时间. 从物理本质上, 他们并没有给出独立的月球标准时间的定义.

2　施瓦西度规条件

施瓦西求解爱因斯坦场方程时, 先约定了时空度规的条件[5], 即球对称、静态、质量分布在有界范围内, 坐标系的原点在系统的质心等. 非质心原点的观者, 若考虑了除自身以外的其他质量, 则不满足施瓦西度规的条件, 诸如对称和分布有界的约束.

图1是Kopeikin和Kaplan的推导过程, 他们从可用角度简单地把表示地球角标“E”替换为表示月球的角标“L”, 其公式(1)[4]照搬了IAU2000决议“B1.3”, 源自施瓦西度规形式.

IAU的TCB-TCG转换公式[6], 仅适用于地球, 从推荐的度规形式来看, 应符合施瓦西时空的度规条件, 而月球质心相对于BCRS原点不能构成球对称关系, 也不是静态的时空, 受地球的引力扰动很大. 对于月球质心来说, 地球引力势强于太阳引力势, 在BCRS系中运动的月球质心, 其轨道是一条波浪曲线, 其速度幅值变化范围28.7–30.6 km/s, 动能相对变化12%, 图1位置A点处月球势能最高, 动能最大, 位置B点处势能最低, 动能最小, 右上框是Kopeikin原文式(2)的截图, 其积分号内, 机械能不守恒, 哈密顿量的时间平移也是波浪变化的, 不满足对称性, 于是不符合施瓦西度规的约束条件, 因此在BCRS中, 直接更换图1左上框公式的下角标E为右上框中下角标L, 没有考虑球对称、静态以及质量分布在有界范围内的条件;

爱因斯坦广义相对论约定在无挠条件下, 即挠率为零的空间, 若地月系的质心在BCRS系中被作为一个质点, 可以符合该条件, 或者地球因质量较大也近似符合, 但是从BCRS到LCRS坐标系之间越过了地月质心坐标系(Earth-Moon-Centre Reference System, EMCRS). 那么, 在BCRS系中用$x_{\rm L}$表示的月球质心, 其三维空间运动轨迹就是有挠率的, 因此Kopeikin直接更换角标“E→L”的推导, 不符合广义相对论中无挠的约束条件, 可理解为后牛顿势的近似.

3　广域的“外问题”和局域的“内问题”

二体问题中的天体运动符合开普勒轨道条件, 则坐标系局域内的物理定律应该具有对称性和守恒性. 以物理定律的对称性和守恒性为出发点, 把天体之间复杂的相互围绕旋转的关系, 简化成多级嵌套的广域和局域的关系, 各层级内近似为二体运动学模型. 若一组天体在上层级坐标系中的集体表现, 被看作一个质点, 那么上层级坐标系可被称为“广域”, 质点的自由落体运动称为广域中的“外问题”[7], 以这一组天体

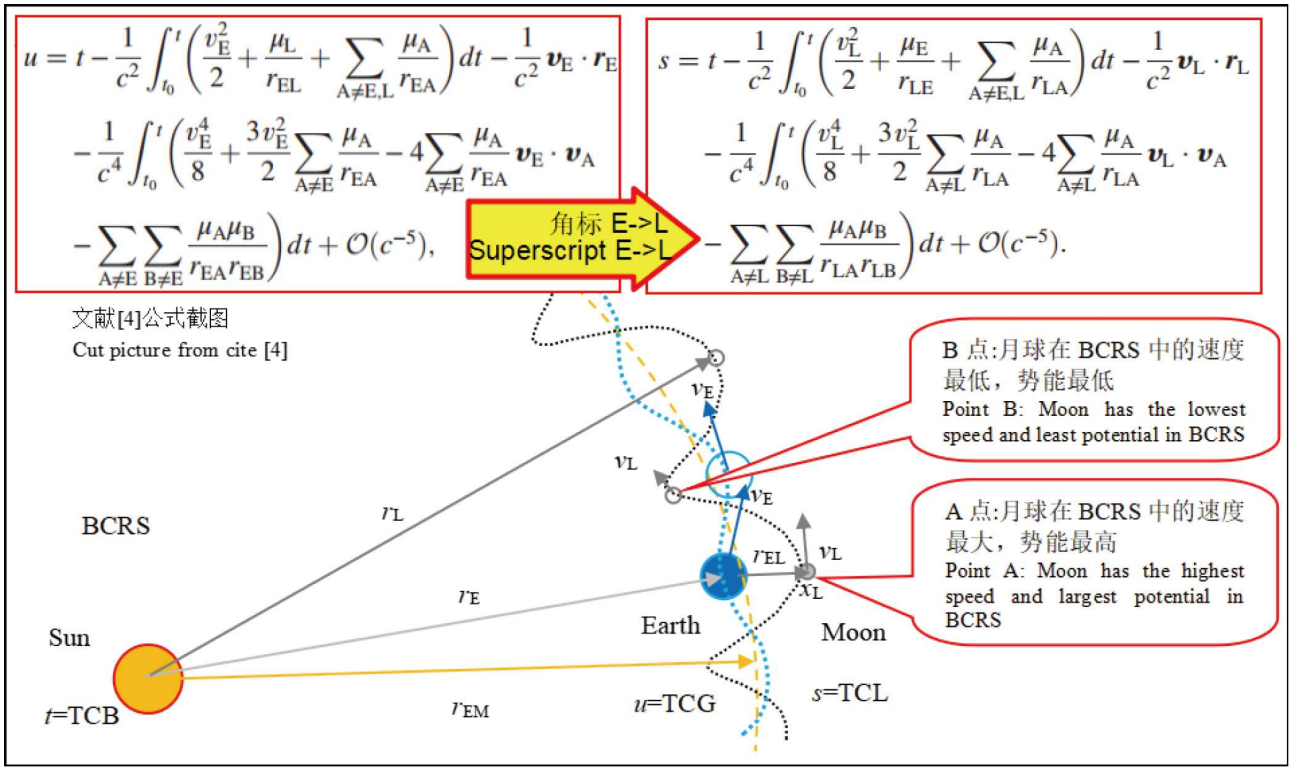


图 1　(网络版彩图)文献[4]直接替换E与L下角标推出公式过程
Figure 1　(Color online) The process of derivation in Kopeikin's work [4] that directly replace E by L of subscript.

的质心为坐标原点的坐标系, 是下层级坐标系, 相对广域来说被称为"局域", 局域坐标系内每个天体的运动被称为局域中的"内问题". 1991年三位学者Damour, Soffel, Xu[7]提出求解内问题时(简称DSX理论), 外部广域中的引力势可以不再考虑, 包括外部天体所谓潮汐引力势也不用考虑. 然而, 后牛顿天体力学没有提出多级嵌套的坐标系概念, 仅有一个空间参考系, 也不区分"外问题"和"内问题". 所以保留了潮汐引力势修正的方法, 给出的公式也不能满足局域内物理定律的守恒性和对称性.

Ashby和Patla[8]运用了自由落体和开普勒轨道条件推导出月球表面原时(LT)到地球大地水准面原时(TT)之间的转换公式, 用椭圆轨道的真近角作为变量, 替代了时间变量, 巧妙地运用椭圆轨道特性, 绕开了时间积分过程中的自变量不均匀的难题, 但是Ashby和Patla采用的EMCRS没有划清"内问题"和"外问题"的边界, 仍然把EMCRS外部的太阳引力势作为潮汐项, 其公式推导过程是一种权宜之计, 仅针对了地球标准时间传递到月球上的需求, 认为经过转换后的地球时间是月球标准时间. 从物理本质上, 他们并没有给出独立的月球标准时间的定义, 没有把多层嵌套的概念引入到EMCRS中, 不是严格的递推过程, 这也许是文献[8]混淆"内/外问题"的主要原因.

把多体问题简化成多层嵌套的坐标系, 然后每层坐标系内仅考虑二体问题, 这是有条件的: 应满足局域的尺度与广域曲率半径相比, 局域尺度应远远小于曲率半径. 例如, 地月系在太阳系的轨道上, 曲率半径近似为1.49×10^{11} m, 地月系轨道长轴0.769×10^{9} m, 仅为前者的1/194, 能够满足把太阳、地球和月球三体问题简化为太阳系-地月系二体, 以及地球-月球二体, 两层嵌套坐标系的条件.

4　本地局域坐标系的旋转

后牛顿天体力学规定BCRS是惯性坐标系, 认为BCRS相对于遥远的银河系外参考物, BCRS是不旋转的. 进而规定了GCRS是准惯性坐标系, 即相对于遥远星体也是不旋转的. 这种跨越两层级坐标系, 选择旋转

参照物的做法, 让坐标时转换公式变得复杂了. 或者说把“外问题”引入“内问题”的做法, 破坏了局域内的守恒性和对称性. 把遥远星体作为GCRS系方向的参照物, 违反了广义相对性原理. 若放弃GCRS相对遥远星体不旋转的约束, 在近上层坐标系内选择局域坐标系旋转的参照物, 则可满足广义相对性原理, 进而简化坐标时转换公式.

广义相对性原理, 有平权思想和本地思想, 平权思想说的是不同坐标系之间的关系, 尤其是上层与下层坐标系之间的平权, 物理规律在上层与下层坐标系之间是独立且相似的关系, 表现为物理定律简单的复制, 如同分形几何的自相似性[9], 下层坐标系把复杂的组织结构隐藏起来, 组装成一个质点, 在上层坐标系内仅仅考虑该质点的整体表现, 这个质点运动是非旋转运动, 上层中不考虑下层内部细节, 这就是平权的思维方法, 见图2.

图2中质点1围绕着其中心天体O_1做开普勒轨道运动, 在广域1的上层坐标系内存在开普勒轨道对称性和哈密顿量守恒性等物理规律. 质点1中包含着局域1的下层坐标系, 在下层坐标系中, 坐标系指向为α_1, 是质点1在上层坐标系的测地线切向, 即速度方向, 质点2围绕着它的中心天体O_2运动, 也存在着物理定律的对称性和守恒性. 同理, 在下下层坐标系中, 质点3及其中心天体O_3包含在质点2中, 它们在下下层坐标系内也有属于局域2的物理定律的对称性和守恒性. 然而, 若跨越下层坐标系, 直接在广域上层坐标系描述质点3的运动, 例如以广域O_1为参考描述质点3绕O_3的角速度, 就必须叠加质点2在局域1的轨道, 以及质点1在广域1中的轨道, 则破坏了质点3的物理定律的对称性和守恒性.

本地思想是指物理定律(如诺特定律的对称性和守恒性)仅在本地坐标系下成立[10], 从本地自然坐标参考出发, 不旋转的坐标系是质点运动曲线上的特殊坐标系, 被称为费雷内标架(Frenet Frame) α-β-γ[11], 这是微分几何学的曲线基础, 见图3其参考方向是质点轨道切矢α, 主法向γ垂直于曲线密切平面, 一般是指轨道平面, 副法向的方向为β, 三个坐标轴符合右手螺旋法则, $\gamma=\alpha\times\beta$, 在广义相对论中, 自由下落的质心坐标系, 不用考虑外部引力场作用, 但必须在弯曲的空间内自由运动, 跟随质点运动的坐标系也称为费米(Fermi)坐标系[12]. 两者有些相似又有不同, 费雷内标架在跟随质点沿曲线运动时, 其坐标轴的参考方向就是速度矢量方向, 也称为测地线切向. 而费米坐标系除了跟随质点运动以外, 更关注质点运动的形式, 即自由落体运动, 但是费米坐标系没有强制要求坐标轴的方向必须指向测地线切线方向, 所以本文沿用费雷内标架来描

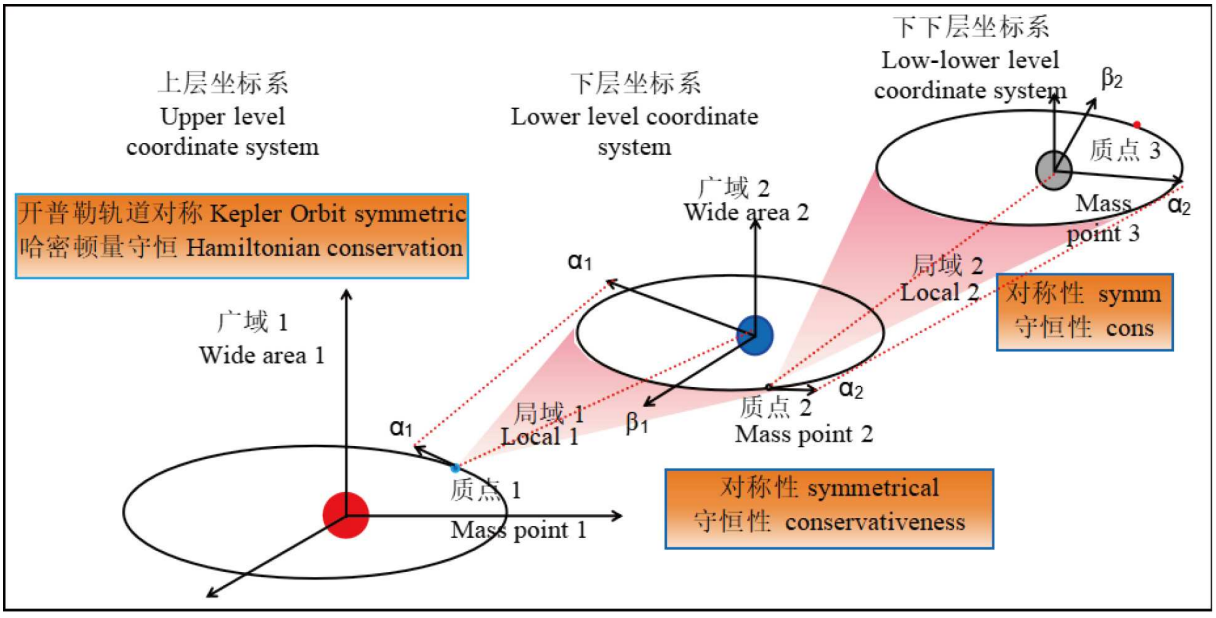


图 2　(网络版彩图)广义相对性原理的平权思想与分形几何的自相似性

Figure 2　(Color online) The idea of equal rights in general relativity principle and self-similarity in fractal geometry.

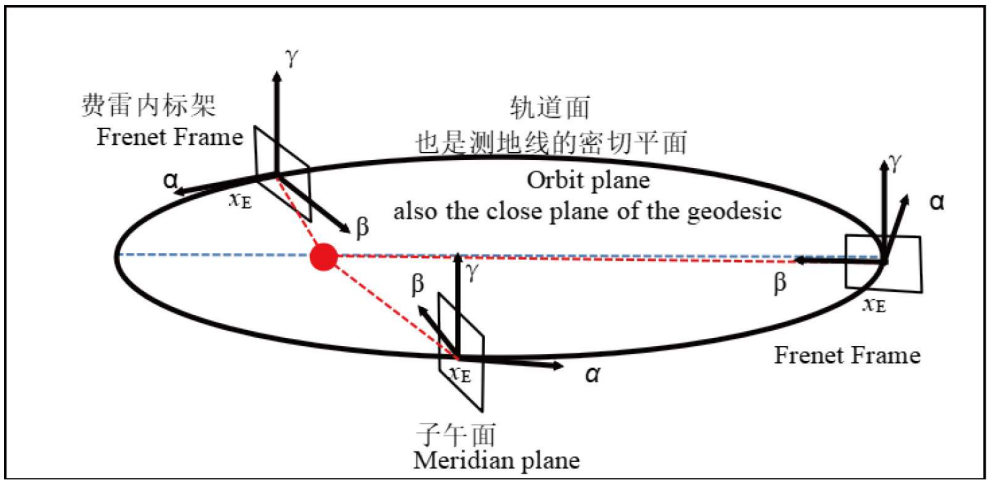


图 3　(网络版彩图)曲线的费雷内标架示意图
Figure 3　(Color online) Schematic representation of the Ferret frame of the curve

述自由落体运动的旋转特性.

轨道切矢α, 也是三维速度的方向, α指向在整个周期内连续地变化, 无法固定正前方的参照物. 为了在星空背景中固定参照物, 一般选取β-γ面作为子午面, 以子午面扫过星空的图景为参照物, 若是圆轨道, 则β指向轨道的圆心, 参照物位于轨道的圆心, 如BCRS中近似太阳的位置; 若是椭圆轨道, 运动到椭圆拱点处, β指向椭圆焦点, 其他时刻β指向其他位置, 虽不在BCRS的原点, 也偏离原点不远. 椭圆焦点与子午面的相对位置是有时超前, 有时滞后的相对运动关系. 若以子午面为参考椭圆焦点周期往复地穿越子午面, 一个公转周期内具有周期性和对称性. 在地球上观测到的真太阳日与平太阳日的时差正是基于此原理[13]. 虽然费雷内标架α-β-γ的旋转, 相对于椭圆焦点的参照物来说, 角速度不均匀, 但是整个周期具有对称性, 其平均值可用于表达和计算周期数值, 可依据轨道对称性原理, 找到公转周期的起始和结束点.

5　原时到坐标时的转换(τ-t转换)

从广义相对性原理的本地性思想出发, 时间转换只能在同一个坐标系内进行, 不能跨越两个不同坐标系进行坐标时转换. TCB-TCG跨越了两个层级的坐标系, 理论上两者不能出现在同一个转换公式中. 按“时间和空间不可分割”的准则, 必须让每种时间有确定的空间坐标与之对应, 确定的空间坐标应该用稳定的且周期性的历表表达.

时间转换只存在同一个坐标系中, 且只有坐标时与原时的转换, 不能说是坐标时与坐标时之间的转换, 否则会产生混淆. 那么, IAU的TCB-TCG转换, 可以解释为TCG在BRCS中实际表现为x_E位置处的原时, 假想的观者时钟只能绑定在地球质心, 不能出现在其他非坐标原点处.

在同一个坐标系内的坐标时与原时的关系, 可从度规张量的表达式推导过来, 见公式(1), 测量原时的位置就是观者本身位置, 空间变化为零, 有$\mathrm{d}x^i=0$, $\mathrm{d}x^j=0$.

$$\begin{aligned}\mathrm{d}s^2 &= -c^2\mathrm{d}\tau^2 = g_{\mu\upsilon}\mathrm{d}x^{\mu}\mathrm{d}x^{\upsilon}\\ &= \left(g_{00}+g_{0i}\frac{v^i}{c}+g_{ij}\frac{v^iv^j}{c^2}\right)c^2\mathrm{d}t^2,\end{aligned}\tag{1}$$

式中, t为坐标时; τ为原时; v^i, v^j是分别在i, j空间坐标方向的速度(i, j=1, 2, 3), $g_{\mu\upsilon}$是时空度规(Metric), $\mathrm{d}x^i$, $\mathrm{d}x^j$为空间坐标的微分.

$$\Delta t = \int_{\tau_0}^{\tau}\frac{1}{\sqrt{-\left(g_{00}+g_{0i}\frac{v^i}{c}+g_{ij}\frac{v^iv^j}{c^2}\right)}}\mathrm{d}\tau,\tag{2}$$

$$g_{00} = -1+\frac{2w}{c^2}-\frac{2w^2}{c^4},$$

$$g_{0i} = -\frac{4w^i}{c^3},$$

$$g_{ij} = \delta_{ij}\left(1+\frac{2w}{c^2}\right),$$

将IAU2000决议“B1.3”推荐的度规代入公式(2), 再

用$1/\sqrt{1-\Delta}\approx 1+(1/2)\Delta$近似化简后, 略去$(c^{-4})$小量,

$$\Delta t=\int_{\tau_0}^{\tau}\left(1+\frac{w}{c^2}-\frac{v^2}{2c^2}\right)\mathrm{d}\tau. \tag{3}$$

在太阳系中, 公式(3)有一项引力势GM_s/Rc^2, 太阳表面的引力势约为2.1×10^{-6}, 因此, 整个太阳系的引力微弱, 可以通过弱场近似描述太阳系内地月空间的时空度规(Metric), 由于地球和月球不是快速旋转的天体, 可以忽略拖曳效应, 因此, 度规$g_{\mu\nu}$用1阶后牛顿近似(1 PN)来表示, 可以满足地月计时的精度要求[14].

坐标时与原时的换算公式(3)为同一个坐标系内τ-t转换, 前提条件是已知引力势w和相对于坐标原点的线速度v, 符合自由运动(Free Fall)的质点, 沿测地线运动的观者, 括号内后两项分别代表与轨道的势能和动能相关的参数, 在不与外部交换质量和能量的情况下, 势能和动能之和应为常数, 以满足机械能守恒定律, 考虑动能和势能相互转化是周期性的, 机械能守恒满足时间平移不变性, 要求$H\cdot T$=常数, H是哈密顿量(动能和势能之和), T是质点绕BRCS公转的周期. 公式(3)是先测量原时, 再换算得到坐标时, 这与IAU2000的公式表达不同.

公式(3)中的速度v需要特别说明, 这是在费雷内标架内的速度, 例如, 传统的EMCRS坐标方向指向遥远星体, 而费雷内标架下的相同坐标原点的地月系, 用符号α-EMCRS表示朝向不同, 其坐标方向指向测地线切矢方向α, 相对于遥远星体方向, 绕太阳公转运行一周后, 方向α相对于BCRS坐标系旋转了整360°, 公式(3)中的v^2项, 在这两类坐标系内有不同的值. 因为, 两类坐标系旋转参照物不同造成的v^2项数值不同, 这个不同就能把EMCRS坐标内太阳的潮汐引力势, 消化在v^2项的差异上. 这就是广义相对性原理的本地要求, 既然已经沿着弯曲时空运行了, 就不要再重复考虑广域弯曲的问题.

6　分层嵌套的坐标系结构(TCB-TCC关系)

若公式(3)的积分号内哈密顿量为常数, 即系统的机械能守恒且质心自由运动, 则可以把常数提出积分号外:

$$\Delta t=(1+L)(\tau-\tau_0),\qquad \text{其中}L=\left(\frac{w}{c^2}-\frac{v^2}{2c^2}\right), \tag{4}$$

式中, L为坐标时转换系数, 是相对值.

然而, IAU的TCB-TCG转换简化了空间结构, 即省略了EMCRS层级, 近似地认为地球质心绕着BCRS做轨道运动, 轨道参数(如x_{E}^i, v_{E}^i, a_{E}^i历表)是已知的条件, 用潮汐引力势来处理月球的影响, 这种跨越两级分层坐标系的处理方法, 造成坐标时TCB-TCG关系的不均匀, 为此, 理论上推出很复杂的摄动解决方法. 实际上, α-EMCRS系统运行在等势的轨道面上, 用"α-"符号的含义是坐标系指向按费雷内标架定义, 理论上, 太阳和系内行星的引力势属于"外问题", 对α-EMCRS系统内部不存在潮汐引力势影响.

广义相对性原理表明任何坐标系都是平权的, 分层嵌套的上下层坐标系之间的关系也是平权的, 物理规律仅在每个坐标系所包含的范围内是形式不变的, 若没有质量和能量交换, 时空对称性和守恒性等普遍的物理规律不能跨越上下层级相互影响, 或者说, 跨越了上下层级的物理规律需要修正, 如在火车上打台球时, 能量守恒, 动量守恒和角动量守恒, 这些守恒定律仅在本层级局域坐标系内成立, 即在火车上适用等效原理, 而以地面为参照系的观者将不认为火车上的台球具有守恒定律. 再例如, 在BCRS坐标系内地球-月球组成一个系统: 称为"地月系", 地月系的质心(简称$\mathrm{O_{EM}}$)在BCRS内存在守恒定律和对称性, 而地球质心(简称$\mathrm{O_E}$)在BCRS内不存在守恒定律和对称性, 把不守恒的能量和动量处理为地球外部天体对地球的摄动问题和引力潮汐问题, 是一种近似的处理方法, 不符合广义相对性原理. 平权思想认为, TCB仅与$\mathrm{O_{EM}}$的坐标时(简称TCC)存在着原时到坐标时(τ-t)的转换关系, 这是BCRS层级的物理规律, 而TCC与TCG之间的关系, 属于下层级坐标系的物理规律, 直接表达TCB-TCG的关系就会出现跨越坐标系层级的问题. 假设$\mathrm{O_{EM}}$点的在BCRS中的历表参数(x_{C}^i, v_{C}^i, a_{C}^i)具有周期性, 且地月系在BCRS中质量和能量守恒, 实际中的质量散失情况暂时忽略, 则可代入式(4)得

$$\Delta\mathrm{TCB}=(1+L_{\mathrm{CC}})\Delta\mathrm{TCC},\quad \text{其中}L_{\mathrm{CC}}=\left(\frac{w_C}{c^2}-\frac{v_C^2}{2c^2}\right), \tag{5}$$

式中, L_{CC}为坐标时转换系数, 是相对值; ΔTCC为$\mathrm{O_{EM}}$处的原时, 在地月系内又是坐标时, 单位为SI秒; w_{C},v_{C}为在BCRS坐标系中$\mathrm{O_{EM}}$处的引力势和线速度.

7　地球和月球在会合坐标系中的关系(TCL-TCG关系)

在地月坐标系α-EMCRS中, 地球和月球分别以共同的质心为焦点做椭圆运动, 为典型的二体模型, 共同的质心O_{EM}在地月连线上, 距离地球质心四千多公里, 于地表之下. α-EMCRS内还包含着地球质心(TCG, x_{CE}) 和月球质心(TCL, x_{CE}) 的轨道, 以α-EMCRS的坐标时ΔTCC为中间量, 分别列出TCC-TCG、TCC-TCL的转换式:

$$\Delta\mathrm{TCC} = (1+L_{CG})\Delta\mathrm{TCG},$$
$$\text{其中}L_{CG} = \left(\frac{w_{CE}}{c^2} - \frac{v_{CE}^2}{2c^2}\right), \tag{6}$$
$$\Delta\mathrm{TCC} = (1+L_{CL})\Delta\mathrm{TCL},$$
$$\text{其中}L_{CL} = \left(\frac{w_{CL}}{c^2} - \frac{v_{CL}^2}{2c^2}\right), \tag{7}$$

式中, L_{CG}、L_{CL}分别为地球、月球质心到O_{EM}的坐标时转换系数, 是相对值; ΔTCG、ΔTCL分别是地球、月球质心在α-EMCRS中的原时, 也是地球, 月球质心坐标系内的各自的坐标时, 单位为SI秒; w_{CE}, v_{CE}, w_{CL}, v_{CL}分别为地球, 月球在α-EMCRS坐标系中地球, 月球质心处的引力势和速度. 这里的速度不同于传统EMCRS坐标系中的速度, 两坐标系具有相同的坐标原点, 但坐标系方向不同, 一个公转周期相对旋转360°.

于是, TCG经过两层坐标系的转换, [(TCG-TCC)-TCB], 联系到了TCB, 而不是IAU2000中“B1.3”的单一个公式. 同理地球质心的时间与月球质心的时间也可以用TCC联系在一起, 结合式(6)和(7)推导出地月质心坐标时之间的关系[(TCL-TCC)-TCG]:

$$\begin{aligned}\Delta\mathrm{TCL} &= \frac{1+L_{CG}}{1+L_{CL}}\Delta\mathrm{TCG} \approx (1+L_{CG}-L_{CL})\Delta\mathrm{TCG}\\ &= (1+L_{GL})\Delta\mathrm{TCG},\\ \text{或}\Delta\mathrm{TCG} &= (1-L_{GL})\Delta\mathrm{TCL},\end{aligned} \tag{8}$$

式中, L_{GL}为地球与月球坐标时转换系数.

因为地球和月球在同一α-EMCRS中, 且满足自由落体条件, 空间历表具有周期性, 且各自满足能量守恒, 因此L_{GL}是准常数. 在α-EMCRS系中, 能量守恒和角动量守恒的条件下, 地球与月球之间的坐标时可以保持相对固定的走速比, 虽然EMCRS系与外部有质量和能量的交换, 但是这种交换是缓慢的, 这为我们足够的测量和预测时间, 因此不必准确测量或计算轨道参数(w_{CE}, v_{CE}, w_{CL}, v_{CL}). 未来通过测量和迭代不断收敛这个常数, 遵循GCRS系和LCRS系平权的原则, 用SI秒定义和守时原子钟独立测量各自的本地原时, 通过地月之间通信链路进行时间比对, 通过测量和迭代的方法确定准常数L_{GL}. 由于质量和能量的散失, 该常数还将会缓慢且长期地变化.

8　讨论和结论

从相对时间观和广义相对性原理出发, 针对构建月球时间的需求, 对IAU2000决议“B1.3”坐标时TCB-TCG转换公式, 以及Kopeikin和Kaplan的跨越两层坐标系转换时间的限制条件提出了质疑, 提出同时性仅在同一个坐标系内有定义, 跨越不同坐标系进行时间转换, 不符合广义相对性原理的“平权”和“本地”原则, 破坏了物理定律的对称性和守恒性的问题. 为保证物理定律的守恒性与对称性, 把“平权”和“本地”思想运用到月球质心坐标时到地球质心坐标时的转换中, 引入本地坐标系参考——费雷内标架, 再引入地球-月球质心坐标系, 再次推导了坐标时到原时的转换公式, 获得更加简单的转换关系式, 该方法的不足之处是EMCRS坐标系中的历表尚有空缺, 该不足却不影响我们得出以下的结论, 指导后续月球时间计量体系的构建:

月球表面及其附近构成一个独立的质心坐标系统, 应依据SI秒定义建立独立的守时系统, 并借助月球历法构建独立的时间计量体系.

地球和月球之间的坐标系是平权的, 各自坐标系内的标准时间授时到对方后, 不再被看作标准时间, 可以成为时间比对的参考, 用于计算和预测地球与月球坐标时转换系数L_{GL}, 无需实际测定轨道参数, 而把L_{GL}的测量不确定度, 归因于地月系统的不守恒和不对称的缓慢变化.

在预测坐标时转换系数L_{GL}的基础上, 建立地球与月球两地时间换算的方法, 定期更新和发布两地的坐标时转换系数和两地历法对照表, 在EMCRS坐标系内形成两地时间统一.

参照费雷内标架, 月球没有自转运动, 由月球表面原时转换到月球质心坐标时, 仅与本地引力势有关, 与转速或者纬度无关. 因此本文初步建议把月球坐标时约定为月球上的标准时间, 用这个标准时间统一月球上各处的用户时间, 月球的标准时间建立在坐标时上, 月面各处均应将原时换算到坐标时, 再进行时间比对.

参考文献

1 Liu M. Is there a rule to unify time out of the Earth (in Chinese)? In: 2021 Assembly of Major Scientific Issues, Engineering Technical Problems and Industry Technology Issues. Beijing: China Science and Technology Press, 2021, 20–25 [刘民. 地球以外有统一的规则吗? 见: 2021重大科学问题、工程技术难题和产业技术问题汇编. 北京: 中国科学技术版社, 2021, 20–25]

2 Liu M, Wang Q J, Shuai P, et al. Discussion on time rule out of the Earth. In: Proceedings of the 2022 3rd URSI Atlantic and Asia Pacific Radio Science Meeting (AT-AP-RASC), Gran Canaria, Spain. 2022, 1–4

3 Kaplan G H. The IAU resolutions on astronomical reference systems, time scales, and Earth rotation models explanation and implementation, arXiv: astro-ph/0602086

4 Kopeikin S M, Kaplan G H. Lunar time in general relativity. Phys Rev D, 2024, 110: 084047

5 Zhao Z, Liu W B. Fundamentals of General Relativity (in Chinese). Beijing: Tsinghua University Press, 2010, 10 [赵峥, 刘文彪. 广义相对论基础. 北京: 清华大学出版社, 2010, 10]

6 Soffel M, Klioner S A, Petit G, et al. The IAU 2000 resolutions for astrometry, celestial mechanics, and metrology in the relativistic framework: Explanatory supplement. Astron J, 2003, 126: 2687–2706

7 Damour T, Soffel M, Xu C. General-relativistic celestial mechanics. I. Method and definition of reference systems. Phys Rev D, 1991, 43: 3273–3307

8 Ashby N, Patla B R. A relativistic framework to estimate clock rates on the moon. Astron J, 2024, 168: 112

9 Li B L. Fractal geometry applications in description and analysis of patch patterns and patch dynamics. Ecol Model, 2000, 132: 33–50

10 Cameron R P, Barnett S M. Electric-magnetic symmetry and Noether's theorem. New J Phys, 2012, 14: 123019

11 Sun H J, Zhao P B. Modern Differential Geometry (in Chinese). Beijing: Publishing House of Electronics industry, 2015, 15 [孙和军, 赵培标. 现代微分几何. 北京: 电子工业出版社, 2015, 15]

12 Han C H, Huang T Y, Xu B X. Geocentric quasi-Fermi coordinate system and geocentric harmonic coordinate system (in Chinese). Sci Sin A, 1990, 12: 1306–1313 [韩春好, 黄天衣, 许邦信. 地心准Fermi坐标系与地心谐和坐标系. 中国科学A辑, 1990, 12: 1306–1313]

13 Han C H. Principle of Spacetime Measurement (in Chinese). Beijing: Science Press, 2018, 1, 188 [韩春好. 时空测量原理. 北京: 科学出版社, 2018, 1, 188]

14 Ni W T. Solar-system tests of the relativistic gravity. Int J Mod Phys D, 2016, 25: 1630003

Lunar and Earth time conversion based on the principle of general relativity

LIU Min[1], PING JinSong[2], LI WenXiao[2], CAO ZhouJian[3], YANG Jie[4], WANG YongJun[5], JIN HongBo[2], ZHANG WenZhao[2,3], SHAO MingXue[2,6], YAN JianGuo[7] & YU HeZhen[1*]

[1] *Beijing Orient Institute of Metrology and Test, Beijing 100094, China*
[2] *National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China*
[3] *Department of Physics and Astronomy, Beijing Normal University, Beijing 100091, China*
[4] *Lanzhou Center for Theoretical Physics, Key Laboratory of Theoretical Physics of Gansu Province, Key Laboratory of Quantum Theory and Applications of Ministry of Education, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China*
[5] *National Key Laboratory on Vacuum Technology and Physics, Lanzhou Institute of Physics, Lanzhou 730000, China*
[6] *Institute of Electrical Engineering, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*
[7] *State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430070, China*
**Corresponding author (email: yuhezhen0556@163.com)*

Time metrology on the Moon is a typical example of rule to unify time outside the Earth. Similar to the Earth, the Moon should have independent time-keeping, timeservice, and calendar. Two recent papers about lunar time defined and described in the relativity framework published by American scholars, give one kind of formula for the transition from the standard time on Earth to lunar time for use, and hold that defines the reference time on the Moon. However, the derivation process and the conditions of the formula are questioned. The complex rotating relationship between large celestial objects in solar system can be simplified into multiple layer nested wide area and local area relationships with "external problem" and "internal problem" methods. Taking the symmetry and conservation of physical laws as the starting point, Einstein's principle of general relativity clearly points out the idea of equal weight and local. The idea of "equal weight" holds that the relationship between multi-level coordinate systems is independent and similar, and the self-similarity of fractal geometry is used to analogy the relationship between the laws of physics at all levels. The "local" idea holds that the laws of physics should have an invariant form only in the local coordinate system, and the coordinate system without rotation is the Frenet frame on the motion curve of the mass point. Only put the rotating reference inside the local domain, rather than the faraway stars outside, can the invariance of the laws of physics be guaranteed. Using distant stars as a reference for the direction of the Earth center coordinate system violates the principle of general relativity. Here, the relationship between the coordinate time and the proper time is derived, and the Earth-Moon coordinate system is used as a transfer station to derive a more simpler conversion formula for the coordinates time of the Moon to the Earth. An independent and universal lunar standard time is preliminarily suggested. In them, the coordinate time conversion coefficient changes slowly for a long time, which can be measured and predicted by the Earth-Moon time comparison.

lunar standard time, proper time, coordinate time, principle of general relativity, Frenet frame, lunar centre coordinate time, geocentric coordinate time, space metrology

PACS: 04.20.Cv, 04.25.Nx, 96.20.Br, 06.30.Ft, 06.20.-f

doi: 10.1360/SSPMA-2025-0057