

考虑轨道偏转约束的小行星动能撞击与 近距离探测轨迹优化

宋昱岐, 黄兴宏, 李海洋, 向开恒, 刘旺旺, 吴健, 潘林心

(深空探测实验室, 合肥 230026)

摘要: 针对具有潜在撞击地球风险的小行星轨道确定精度不足、物理参数不明确以及动能撞击后轨道偏转效果难以准确刻画等问题, 以近地小行星 2024 YR4 为研究对象, 开展了轨道偏转机理建模及动能撞击与近距离探测任务的转移轨迹优化研究。首先, 构建了高精度轨道递推模型, 评估了 2024 YR4 撞击地球与月球的概率。其次, 系统研究了动能撞击后的轨道偏转规律, 分析了速度改变量幅值的主要影响因素, 推导了速度改变量方向与日-星-器夹角之间的几何关系, 并基于高精度递推结果建立了轨道偏转距离与平近点角及速度改变量之间的函数关系, 给出了满足有效偏转距离和日-星-器夹角约束的撞击窗口范围, 并据此开展了动能撞击任务轨迹优化。最后, 针对伴飞探测与飞越探测任务, 采用逐年遍历的方法对发射窗口与交会窗口进行搜索, 优化得到了在多种借力方案及飞越次数条件下的可行转移轨迹。所提出的建模与分析方法为小行星轨道偏转机理研究提供了新的思路, 所构建的轨迹优化流程可为未来小行星探测与防御任务设计提供参考。

关键词: 小行星轨道偏转; 2024 YR4; 动能撞击; 伴飞/飞越探测; 轨迹优化

中图分类号: P185.7; V475.2

文献标识码: A

文章编号: 2096-9287(2026)03-0261-15

DOI: 10.3724/j.issn.2096-9287.2026.20250122

引用格式: 宋昱岐, 黄兴宏, 李海洋, 等. 考虑轨道偏转约束的小行星动能撞击与近距离探测轨迹优化[J]. 深空探测学报(中英文), 2026, 13(3): 261-275.

Reference format: SONG Y Q, HUANG X H, LI H Y, et al. Trajectory optimization for asteroid kinetic impact and proximity observation under orbital deflection constraints[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2026, 13(3): 261-275.

引言

近地小行星的探测和防御已成为国际社会广泛关注的前沿课题和航天领域重要研究方向之一^[1-2]。一方面, 通过实施近距离探测任务, 可有效提升小行星轨道确定精度, 获取其地表三维形貌、物质成分、尺寸和内部结构等关键参数^[3]; 另一方面, 采用航天器对小行星实施动能撞击, 已被视为当前最具可行性和响应效率的在轨防御手段之一^[4]。

对于具有潜在撞击地球风险的小行星, 国际社会的关注尤为密切。以Apophis为代表的小行星因其曾对地球构成最大威胁, 已成为动能撞击任务研究的重点对象, 相关防御策略与轨道设计的研究成果丰富^[5-7]。2024年12月27日, 近地小行星2024 YR4被小行星撞击地球最后警报系统(Asteroid Terrestrial-impact Last Alert System, ATLAS)发现, 预计将于2032年12月22日近距离飞越地球, 并存在一定撞击风险。该小行

星初始撞击概率约为1%, 后续观测一度将其修正为3.2%, 引发全球行星防御界高度关注, 并促使国际小行星预警网络(International Asteroid Warning Network, IAWN)开展应对分析^[8]。尽管截至2025年6月, 美国喷气推进实验室(Jet Propulsion Laboratory, JPL)公布的撞击概率已降至 8.1×10^{-6} ^[9], 对地球的威胁显著减弱, 但由于其将在地月空间内飞掠, 仍具有较高的研究和示范价值。

在近距离探测方面, 伴飞探测与飞越探测已成为主要方式^[10], 已有学者对不同小行星目标开展了任务分析和轨道设计。例如, Yang等^[11]针对地球特洛伊小行星2010 TK7设计了基于电推进器的多次掠近和L4巡航轨道。Hibberd等^[8]基于初步窗口分析方法, 探讨了针对2024 YR4的飞越探测、动能撞击、交会探测和采样返回等任务的可行性, 初步绘制了Porkchop图, 但并未进一步开展详细任务设计与轨迹优化。

收稿日期: 2025-10-28 修回日期: 2025-12-31

基金项目: 国家自然科学基金(62394350); 空间碎片与近地小行星防御科研专项(KJSP2023020302); 深空探测实验室前沿科研项目(GC04FY1003ZC3ZT-2325)

在动能撞击方面,已有学者基于简化解析模型对轨道偏转机理进行了初步分析,并进行了转移轨迹优化研究。李涛等^[6]针对Apophis小行星提出了轨道偏转几何设计方法,通过撞击位置与方位控制偏转效果并进行轨道预报验证。王杰等^[12]采用遗传算法优化地球停泊轨道出发轨迹,获取偏转效果最优的发射窗口。王艺睿等^[5]重点分析了撞击速度增量在目标速度方向的分量与偏转距离间的相关性,并在另一项研究中提出一种基于近地点时刻预估的偏转距离近似预测模型^[7]。此外陈媛媛等^[13]从轨道历表精度、撞击时刻与方向、目标可观测性及威胁减缓角度综合评估撞击任务工程可行性。张焄等^[3]以最小距离增加超过两个地球半径为防御成功判据,对多目标防御任务进行了定量仿真评估。李海洋等^[14]则研究了一箭双星协同完成动能撞击与伴飞探测任务的可行性,建立了联合轨迹优化模型,并对多个候选小行星开展了窗口搜索与轨迹优化。

尽管国内外已在小行星探测与动能撞击领域开展了大量研究工作,但针对具有潜在撞击地球风险的小行星 2024 YR4,仍缺乏系统的任务方案设计与轨迹优化研究。鉴于该小行星曾表现出相对较高的撞击地球概率,针对此类高风险目标开展动能撞击任务设计时,其转移轨迹应以显著提升撞击后小行星轨道偏转距离为核心目标。然而,现有相关研究在轨迹优化过程往往并未将有效偏转需求作为关键约束,且多采用低精度的简化模型对轨道偏转距离进行近似估算,导致所得轨迹结果在防御有效性方面难以满足实际需求。

此外,太阳-小行星-航天器夹角(以小行星为顶点,由其指向太阳与指向航天器的两矢量所形成的夹角,以下简称日-星-器夹角)直接影响接近小行星阶段的光照条件以及末制导精度,是近距离探测与动能撞击任务中的关键工程约束。然而,现有飞越探测任务设计中未充分考虑该角度约束;在动能撞击相关研究中,该夹角与撞击速度及轨道偏转效果之间的耦合关系缺乏系统刻画。

面对上述问题,本文针对小行星 2024 YR4 在 2026—2032 年的动能撞击和近距离探测任务,基于高精度动力学模型建立轨道偏转距离与平近点角及速度改变量之间的函数关系,并推导满足有效偏转距离和日-星-器夹角约束的平近点角取值范围。在此基础上,分别开展动能撞击任务与近距离探测任务的轨迹优化研究,为同类型潜在危险小行星的探测与防御任务设计提供参考。

1 动力学建模

1.1 坐标系定义

本文采用的坐标系主要包括:

1) 日心黄道J2000坐标系: 原点位于太阳质心。 X 轴指向J2000历元的春分点, Z 轴垂直于黄道平面并指向北天极方向; Y 轴位于黄道平面内,与 X 、 Z 轴共同构成右手坐标系,其方向由 Z 轴叉乘 X 轴确定。

2) 小行星VNC坐标系: 原点位于小行星质心。 X 轴指向小行星的日心速度方向, Y 轴垂直于小行星轨道平面并指向轨道角动量方向, Z 轴位于轨道平面内,其方向由 X 轴叉乘 Y 轴确定,三轴共同构成右手坐标系。

1.2 小行星轨道递推模型

参考陈媛媛等^[14]对典型小行星所受各种摄动力量级的分析,本文在构建2024 YR4的高精度动力学模型时,主要考虑以下摄动因素:八大行星、月球、主带小行星谷神星(Ceres)和冥王星的引力,太阳光压(Solar Radiation Pressure, SRP)以及相对论效应(General Relativity, GR)。鉴于2024 YR4将在2032年近距离飞越地球,还引入地球非球形引力(J2项)以提高建模精度。另外由于当前缺乏2024 YR4的非引力加速度经验参数,本文暂不考虑雅科夫斯基效应。所建立的高精度轨道动力学模型如下

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{\mu_s}{|\mathbf{r}|^3} \mathbf{r} - \sum_{i=0}^9 \mu_{pi} \left(\frac{(\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}_{pi})}{|\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}_{pi}|^3} + \frac{\boldsymbol{\rho}_{pi}}{|\boldsymbol{\rho}_{pi}|^3} \right) + \mathbf{a}_{Ceres} + \mathbf{a}_{GR} + \mathbf{a}_{J2} + \mathbf{a}_{SRP} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{r}$ 为小行星日心位置矢量; μ_s 为太阳引力常数; μ_{pi} 和 $\boldsymbol{\rho}_{pi}$ 分别为第 i 个摄动天体的引力常数和日心位置矢量, i 取0和9分别代表月球和冥王星, i 取1~8依次代表八大行星; $\mathbf{a}_{Ceres}$ 、 $\mathbf{a}_{GR}$ 、 $\mathbf{a}_{J2}$ 和 $\mathbf{a}_{SRP}$ 分别表示谷神星引力摄动加速度、相对论效应摄动加速度、地球非球形引力(J2项)摄动加速度和太阳光压摄动加速度。

1.3 深空轨迹优化模型

1.3.1 转移模型

本文采用附加深空机动的转移轨迹模型,即在每两个天体之间转移时施加一次深空机动。设航天器在 t_i 时刻离开第 i 个天体,在 t_{i+1} 时刻到达第 $i+1$ 个天体,则第 i 次深空机动的施加时刻 $t_{DSM,i} = t_i + \eta_i \times (t_{i+1} - t_i)$,其中 $\eta_i \in (0, 1)$ 表示第 i 次深空机动的的时间系数。该模型将相邻天体间的转移轨迹拆分为两段:第一段从第 i 个天体出发,基于初始状态利用开普勒方程递推至深空

机动点; 第二段从深空机动点至第 $i+1$ 个天体, 通过求解Lambert问题确定该段轨迹。最终, 通过求出两段轨迹在 $t_{\text{DSM},i}$ 时刻的速度矢量之差, 得到所需的深空机动速度增量 $\Delta v_{\text{DSM},i}$ 。

1.3.2 借力模型

采用基于B平面参数的借力模型, 航天器在借力后的双曲线剩余速度 $\mathbf{v}_{\infty\text{-out}}$ 为

$$\begin{cases} \mathbf{v}_{\infty\text{-out}} = |\mathbf{v}_{\infty\text{-in}}| (\cos \delta \hat{\mathbf{S}} + \cos b \sin \delta \hat{\mathbf{T}} + \sin b \sin \delta \hat{\mathbf{R}}) \\ \delta = 2 \sin^{-1} \left(1 / \left(1 + \frac{(R_p + H_p) |\mathbf{v}_{\infty\text{-in}}|^2}{\mu_p} \right) \right) \\ \hat{\mathbf{S}} = \frac{\mathbf{v}_{\infty\text{-in}}}{|\mathbf{v}_{\infty\text{-in}}|} \\ \hat{\mathbf{T}} = \frac{\hat{\mathbf{S}} \times \mathbf{v}_p}{\|\hat{\mathbf{S}} \times \mathbf{v}_p\|} \\ \hat{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{S}} \times \hat{\mathbf{T}} \end{cases} \quad (2)$$

其中: $\mathbf{v}_{\infty\text{-in}}$ 为借力前双曲线剩余速度; δ 、 b 和 H_p 依次为借力转角、B平面角和借力高度; μ_p 和 R_p 分别为借力天体的引力常数和半径; 单位矢量 $\hat{\mathbf{S}}$ 、 $\hat{\mathbf{T}}$ 和 $\hat{\mathbf{R}}$ 分别表示B平面坐标系的3个轴; $\mathbf{v}_p$ 为借力天体的日心速度。

1.3.3 优化模型

假设航天器在转移过程中经过 N 次借力飞行, 则其决策向量由 $4N+6$ 个优化变量构成, 记为

$$\mathbf{X} = [t_0, v_{\infty}, \alpha_{\infty}, \beta_{\infty}, t_{\text{DSM},1}, t_{\text{GA},1}, H_{p1}, b_1, t_{\text{DSM},i}, t_{\text{GA},i}, H_{pi}, b_i, \dots, t_{\text{DSM},N}, t_{\text{GA},N}, H_{pN}, b_N, t_{\text{DSM},N+1}, t_f]$$

其中: t_0 和 t_f 分别为发射时间和到达小行星时间; v_{∞} 、 α_{∞} 、 β_{∞} 分别为逃逸双曲线剩余速度的大小、黄经和黄纬; $t_{\text{GA},i}$ 、 H_{pi} 、 b_i 分别为第 i 次借力时间、借力高度和B平面角 ($i=1, 2, \dots, N$)。

基于工程可实现性及既有行星防御任务的设计经验, 本文假设撞击器与探测器的初始发射质量均为1 t, 并将撞击器在撞击时刻的有效质量 m_2 取为500 kg (忽略不同转移轨迹对应的推进剂消耗差异)。结合“长征五号”运载火箭的发射能力, 即对1 t航天器可提供的最大C3约为 $50 \text{ km}^2/\text{s}^2$, 针对不同任务类型构建相应的优化目标函数 J 如式(3)所示。对于伴飞探测任务, 应尽可能减小航天器到达小行星时的相对速度大小 v_{rel} , 以降低伴飞制动所需的速度增量。对于飞越探测任务, 为满足成像光照条件, 令日-星-器夹角不超过 90° 。对于动能撞击任务, 为兼顾动能撞击效果与末制导精度, 将撞击相对速度大小 v_{rel} 限制在 $6 \sim 11 \text{ km/s}$; 同时要求撞击后小行星轨道偏转距离不小于1个地球半径, 并分别在不考虑和考虑日-星-器夹角约束的两种情形下建立相应的目标函数。

$$J = \begin{cases} \sum_{i=1}^{N+1} \Delta v_{\text{DSM},i} + C_1 & (\text{伴飞探测}) \\ \sum_{i=1}^{N+1} \Delta v_{\text{DSM},i} + C_2 & (\text{飞越探测}) \\ \sum_{i=1}^{N+1} \Delta v_{\text{DSM},i} + C_3 + C_4 & (\text{动能撞击, 不考虑日-星-器夹角约束}) \\ \sum_{i=1}^{N+1} \Delta v_{\text{DSM},i} + C_3 + C_4 + C_5 & (\text{动能撞击, 考虑日-星-器夹角约束}) \end{cases} \quad (3)$$

其中约束条件为

$$\begin{cases} C_1 = v_{\text{rel}} \\ C_2 = 10^6 \times \max(\theta_{\text{SAI}} - 90^\circ, 0) \\ C_3 = 10^{10} \times (\max(v_{\text{rel}} - 11, 0) + \max(6 - v_{\text{rel}}, 0)) \\ C_4 = 10^4 \times \max(6378 - \Delta D, 0) \\ C_5 = 10^6 \times \max(\theta_{\text{SAI}} - 45^\circ, 0) \end{cases} \quad (4)$$

其中: θ_{SAI} 为到达时日-星-器夹角, 该角度反映太阳光照条件, 取值越接近零, 光照条件越有利; ΔD 表示小行星轨道偏转距离, 取正值表示撞后小行星相对地球的最小距离增大, 取负值则表示最小距离减小, 通常要求尽可能取较大的正值。

2 小行星轨道及偏转规律

2.1 标称轨道

截至2025年6月24日, JPL公布的2024 YR4轨道根数(JPL 78版本)基于477次观测数据生成, 观测时间跨度为137 d (2024-12-25至2025-05-11), 具体参数如表1所示。

表1 2024 YR4 轨道根数 (日心黄道J2000坐标系)
Table 1 Orbital elements of 2024 YR4 (heliocentric ecliptic J2000 coordinate system)

参数	标称取值	标准差
历元时刻 (UTC)	2025-05-04 23:58:50.815	/
半长轴/AU	2.515 867 717 273 818	$8.487 8 \times 10^{-6}$
偏心率	0.661 548 213 520 979 8	$1.210 2 \times 10^{-6}$
倾角/ ($^\circ$)	3.408 173 977 587 257	$4.466 6 \times 10^{-6}$
升交点经度/ ($^\circ$)	271.365 615 082 256 1	$8.272 5 \times 10^{-6}$
近日点幅角/ ($^\circ$)	134.361 366 076 413 8	$9.365 6 \times 10^{-6}$
平近点角/ ($^\circ$)	40.402 575 371 341 02	$2.079 9 \times 10^{-4}$

图1展示了2024 YR4在2024年1月1日—2034年12月31日期间的日心轨道, 以及其与地球、火星和木星轨道的空间位置关系。由图可知, 2024 YR4的远日点接近木星轨道, 近日点则位于地球轨道附近。根据半长轴计算, 其公转周期约为4年。

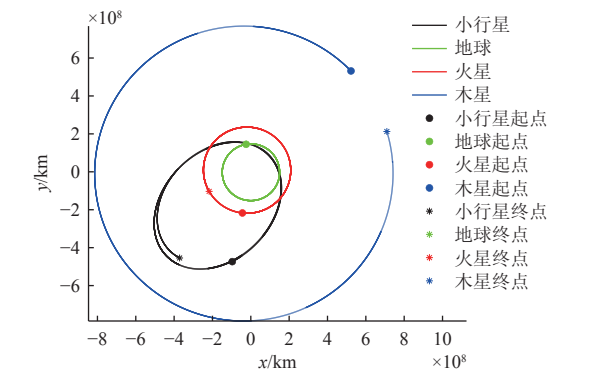


图1 2024 YR4日心轨道及其与地球、火星和木星的空间位置关系
Fig. 1 Heliocentric orbit of 2024 YR4 and its spatial configuration relative to Earth, Mars, and Jupiter

截至2025年6月24日，2024 YR4的轨道不确定性等级为3，后续仍需持续观测以提升轨道确定精度。[图2](#)展示了其在2024—2034年的视星等变化曲线。可以看出，2024 YR4在2032年12月近距离飞越地球之前，仅在2028年底出现一次地基可观测窗口。考虑国内地基望远镜探测能力（视星等 ≤ 24.5 ），该观测窗口为2028年12月16日—2029年2月19日，共计65 d。期间最亮视星等出现在2028年12月25日，约为20.8。

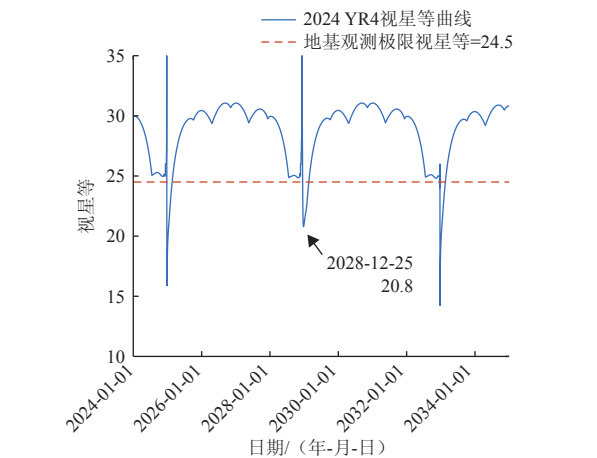


图2 2024—2034年2024 YR4视星等曲线
Fig. 2 Apparent magnitude curve of 2024 YR4 from 2024 to 2034

2.2 撞击概率

撞击概率是衡量小行星未来撞击地球可能性的重要参数。由于受限于观测弧段长度和观测精度，小行星轨道根数通常存在一定的不确定性。对此，JPL在公布轨道根数标称值的同时，也给出了相应的标准差，用于描述其不确定范围。撞击概率的计算原理是基于轨道根数的误差协方差矩阵，确定小行星未来可能出现的轨道分布范围（置信区域），并评估其中是否包含会与地球发生碰撞的轨道簇，进而估算出实际的撞击概率^[15]。

撞击概率的计算主要可分为线性方法和非线性方法两类。其中，蒙特卡洛方法是一种典型的非线性方法，其基本思想是通过大量随机样本的统计频次来估计概率。该方法直接在轨道参数空间中对概率分布进行采样，能够充分覆盖置信区域，因而在处理强非线性问题时具有精度高、实现简便和适用性强等优势。基于上述特点，本文采用蒙特卡洛仿真方法来评估小行星2024 YR4与地球之间的撞击概率，并将该方法进一步拓展用于小行星撞击月球概率分析。

具体而言，本文依次选取JPL在不同时期发布的4种轨道根数版本（包含标称值及对应的标准差），分别以地球和月球为目标天体独立开展蒙特卡洛仿真分析。在当前轨道确定精度下，假设轨道根数不确定性可由多元正态分布近似描述，并据此通过随机采样生成1 000组初始轨道状态，随后采用高精度轨道递推方法进行演化计算。轨道递推以达到预设时间或发生撞击事件作为终止条件。

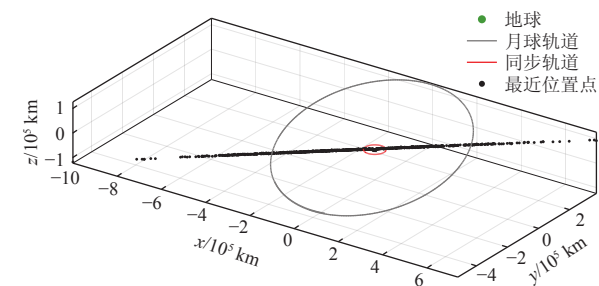
考虑地球大气层影响，当小行星与地球的相对高度低于120 km时判定为发生撞击地球事件；鉴于月球地形起伏及其不确定性，当小行星与月球的相对高度低于10 km时判定为发生撞击月球事件。通过统计1 000条轨道中与目标天体发生撞击事件的次数，根据撞击概率 = 撞击次数 ÷ 1 000进行计算，得到对应的撞击概率结果见[表2](#)，仿真过程中小行星相对地球和月球的最近距离空间分布分别如[图3](#)和[图4](#)所示。

表2 不同轨道版本下撞击地球/月球概率蒙特卡洛仿真结果		
Table 2 Monte Carlo simulation results of probability of impacting the Earth/Moon under different orbit versions		
轨道版本（公布日期）	撞击地球概率/%	撞击月球概率/%
JPL 46（2025-02-06）	3.2	0.0
JPL 59（2025-02-19）	1.7	0.7
JPL 69（2025-03-01）	0.0	2.6
JPL 78（2025-06-03）	0.0	3.6

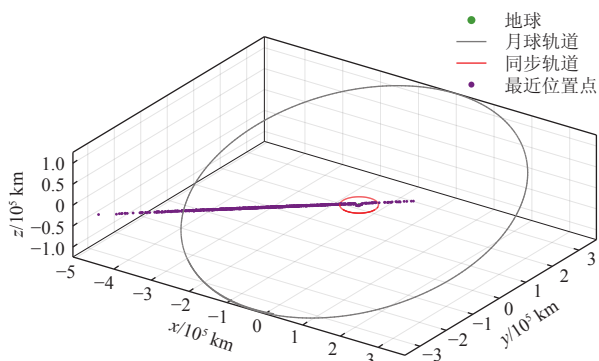
可以看出，随着轨道版本的不断更新（观测数据逐步增多），小行星相对于地球的最近距离分布区域（不确定区域）由早期横跨地球两侧、整体较为对称的形态，如[图3](#)（a）。逐渐演变为明显向地球一侧偏移且整体远离地球的分布特征，如[图3](#)（d）。不确定区域中心与地球之间的最小距离（见[表3](#)）呈持续增大趋势，使得小行星撞击地球的概率不断降低并最终趋近于零。

相比之下，小行星相对于月球的最近距离分布区域虽随着轨道精度的提升在长度上逐步收缩，但其分布始终横跨月球两侧，整体保持较为对称的特征，且

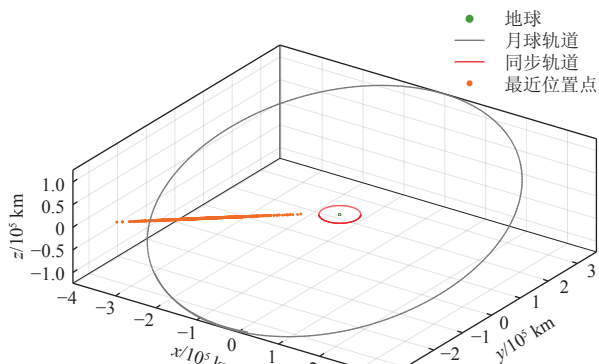
不确定区域中心与月球之间的距离(见表3)呈逐渐减小趋势,使得小行星撞击月球的概率不仅未降低,反而呈现出上升趋势。



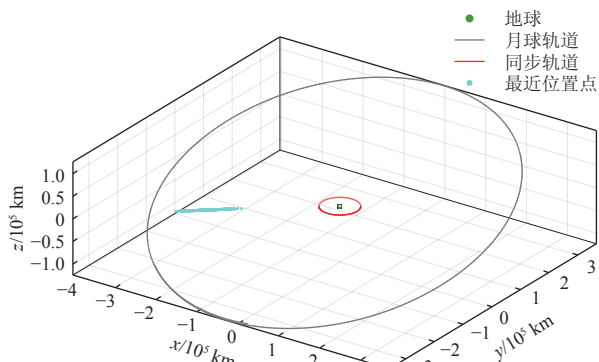
(a) JPL 46



(b) JPL 59



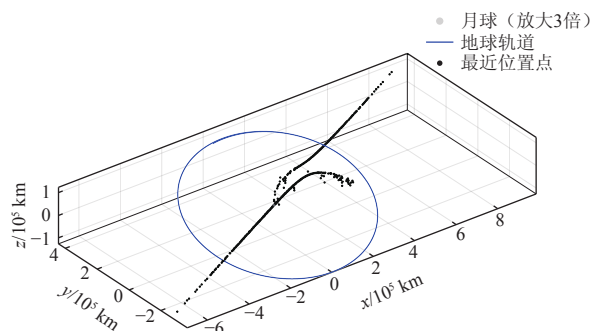
(c) JPL 69



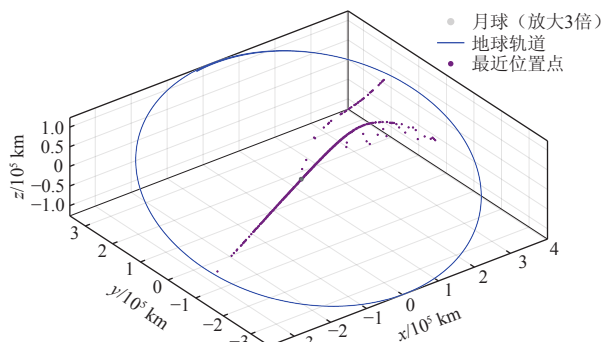
(d) JPL 78

图3 不同轨道版本下蒙特卡洛仿真的小行星与地球最近位置分布

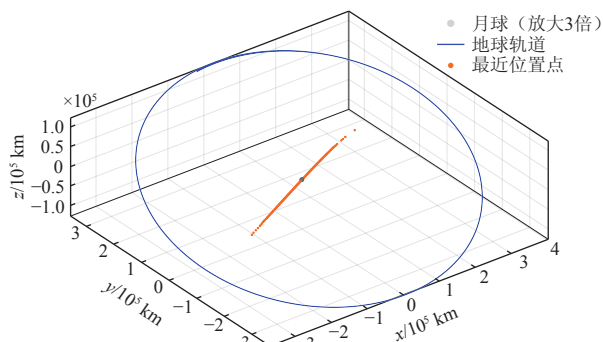
Fig. 3 Distribution of the closest positions between asteroid and the Earth using Monte Carlo simulation under different orbit versions



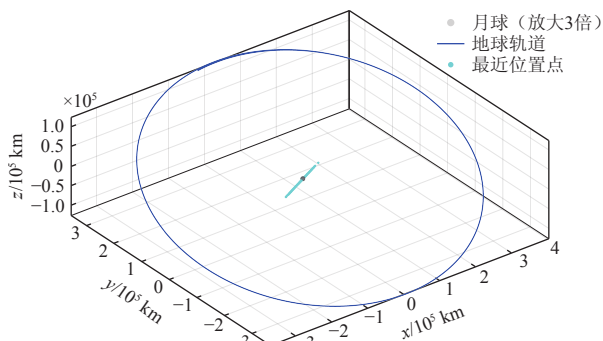
(a) JPL 46



(b) JPL 59



(c) JPL 69



(d) JPL 78

图4 不同轨道版本下蒙特卡洛仿真的小行星与月球最近位置分布

Fig. 4 Distribution of the closest positions between asteroid and the Moon using Monte Carlo simulation under different orbital versions

由于2024 YR4在2025年4月之后逐渐远离地球,观测难度显著增加,导致轨道根数版本的更新频率明显下降。因此,可以预期JPL 78版本(于2025年6月更新)将在较长时间内保持稳定,短期内不会再更新。

本文后续的任务分析与轨道设计均基于该版本标称轨道展开。

表3 不同版本的标称根数下小行星与地球/月球最近距离
Table 3 Closest distance between the asteroid and the Earth/Moon under nominal orbital elements of different orbit versions

轨道版本	与地球最近距离/(万km)	与月球最近距离/(万km)
JPL 46	8.770	18.710
JPL 59	19.869	6.273
JPL 69	27.293	1.713
JPL 78	26.705	1.086

2.3 撞后轨道偏转规律

动能撞击的本质在于改变小行星在惯性坐标系中的瞬时速度，从而引起其日心轨道的改变。对于具有潜在撞击地球风险的小行星，研究重点不仅在于其日心轨道的变化程度，更关键的是评估其相对于地球轨道的偏转程度，特别是撞击后小行星与地球的最近距离是否显著增加。为定量刻画动能撞击引起的轨道偏转效应，本文引入“轨道偏转距离”这一指标，其定义为实施动能撞击后小行星在偏转轨道上与地球的最近距离，与不实施动能撞击情形下小行星在标称轨道上与地球的最近距离之差。该指标能够直观反映动能撞击在改变小行星撞击地球风险方面的实际作用。

轨道偏转距离由地球轨道、撞击前小行星轨道和撞击后小行星轨道共同决定。其中，地球轨道和撞击前小行星轨道可由精密星历唯一确定；而撞击后小行星轨道则由撞击位置（等价于撞击时刻）及撞击引起的小行星瞬时速度改变量矢量共同决定。

瞬时速度改变量矢量 $d\mathbf{v}$ 可采用两种等价的表示方式：其一是以幅值与方向角参数 $(|d\mathbf{v}|, \gamma, \alpha)$ 表示；其二是以直角坐标分量 (dv_x, dv_y, dv_z) 表示。前者有利于揭示速度改变量方向角 (γ, α) 与日-星-器夹角等参数之间的定量关系；后者更有利于建立速度改变量矢量与轨道偏转距离之间的函数关系。两种表示方式之间的转换关系为：

$$\begin{cases} dv_x = -|d\mathbf{v}| \times \cos \gamma \times \cos \alpha \\ dv_y = |d\mathbf{v}| \times \sin \gamma \\ dv_z = |d\mathbf{v}| \times \cos \gamma \times \sin \alpha \end{cases} \quad (5)$$

其中： $|d\mathbf{v}| = \sqrt{dv_x^2 + dv_y^2 + dv_z^2}$ 表示速度改变量幅值；方向角 γ 表示速度改变量矢量与小行星轨道平面的夹角；方向角 α 表示速度改变量矢量在轨道平面内的投影与 VNC 坐标系 $-x$ 轴之间的夹角。 dv_x 、 dv_y 和 dv_z 分别表示速度改变量矢量在 VNC 坐标系 x 轴、 y 轴和 z 轴的投影值。

基于上述分析，下文首先讨论影响速度改变量幅

值与方向的主要因素；随后阐明速度改变量在 VNC 坐标系三轴方向上的分量对轨道偏转距离的作用机理，并进一步评估速度改变量矢量对整体轨道偏转距离的综合效应；最后，研究日-星-器夹角与轨道偏转距离之间的关系。

2.3.1 影响速度改变量幅值的因素

动能撞击作用下，小行星获得的速度改变量幅值由小行星质量 m_1 、撞击器有效质量 m_2 、动量传递系数 β 和撞击相对速度大小 v_{rel} 共同决定。

在小行星质量方面，根据当前观测数据，小行星2024 YR4的尺寸与密度尚存在较大不确定性，目前仅提供估算范围。例如，2025年2月，地基多天体红外光谱仪观测显示其绝对星等为 23.9 ± 0.3 ，对应直径约为 $30 \sim 65 \text{ m}^{[16]}$ ；随后，詹姆斯韦伯太空望远镜于2025年3月26日的观测结果给出了较精确的估值，其直径为 $60 \pm 7 \text{ m}^{[17]}$ 。文献[13]指出，尺寸和密度的不确定性共同作用于质量估算，使得质量的不确定性可能跨越两个数量级。为聚焦于本文所关注的撞后轨道偏转效应分析，并兼顾建模的可行性和简洁性，本文不对小行星尺寸、密度及其引起的质量不确定性展开详细讨论，而是选取代表性平均质量参数作为后续计算基础。具体而言，依据美国国家航空航天局（National Aeronautics and Space Administration, NASA）哨兵系统（Sentry）截至2025年6月24日基于撞击概率加权平均的评估结果，2024 YR4小行星的绝对星等为24.0，对应估算直径约为54 m，对应质量 m_1 约为 $2.1 \times 10^8 \text{ kg}^{[9]}$ 。

在动量传递系数方面，该参数用于表征撞击过程中喷射物对小行星动量变化的放大效应，其取值受撞击速度、小行星物性及撞击几何等多种因素影响。已有研究表明， β 的取值范围通常为 $1 \sim 5^{[13]}$ 。为突出撞击相对速度大小等主要因素对动能撞击效果的影响机理，并避免过多参数不确定性对分析结果的干扰，本文在计算中选取平均值 $\beta = 3$ 作为代表性取值。

在上述参数假设下，对于给定的撞击相对速度大小 v_{rel} ，可计算得到撞击引起的小行星速度改变量幅值为

$$|d\mathbf{v}| = \beta \times \frac{m_2 v_{rel}}{m_1 + m_2} \quad (6)$$

根据式（6），当 v_{rel} 在 $6 \sim 11 \text{ km/s}$ 范围内变化时，对应的 $|d\mathbf{v}|$ 取值范围约为 $4.3 \sim 7.9 \text{ cm/s}$ 。

2.3.2 影响速度改变量方向的因素

速度改变量方向与撞击相对速度方向密切相关。在实际动能撞击过程中，由于小行星形态、材质非均匀性及喷射物分布等因素，二者之间可能存在一定偏

差。然而, 已有动能撞击建模、数值模拟及飞行验证结果普遍表明, 传递给小行星的有效动量方向主要由撞击相对速度方向主导^[18-20]。因此, 本文在后续的理论推导与轨迹优化中, 假设速度改变量方向与撞击相对速度方向一致, 以突出动能撞击偏转中的主导动力学机制, 并降低计算复杂度。

日-星-器夹角通过约束撞击相对速度方向, 进而影响速度改变量方向, 以下分析日-星-器夹角与速度改变量方向角 γ 和 α 之间的关系。如图5所示, $\mathbf{dv}_{\text{xoz}}$ 为 $\mathbf{dv}$ 在轨道平面上的投影, 二者的夹角为 γ ; $\mathbf{dv}_{\text{xoz}}$ 与VNC坐标系 $-x$ 轴的夹角为 α 。 $\mathbf{dv}_{\text{xoz}}$ 与小行星位置矢量 $\mathbf{r}$ 的夹角为 φ , $\mathbf{r}$ 与小行星速度矢量 $\mathbf{v}$ 之间的夹角为 ϕ 。由于 $\mathbf{dv}$ 与撞击相对速度方向(即撞击瞬时撞击器-小行星连线方向)一致, 而 $\mathbf{r}$ 是沿着太阳-小行星连线方向的, 因此 $\mathbf{r}$ 与 $\mathbf{dv}$ 的夹角实际上就是日-星-器夹角 θ_{SAI} 。

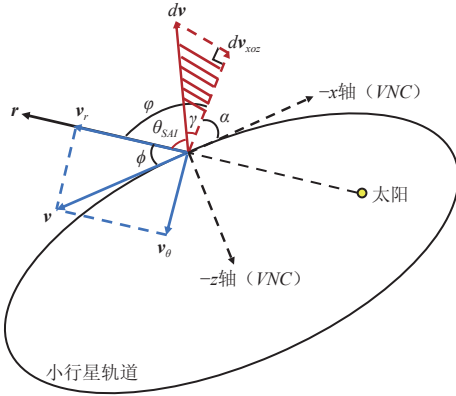


图5 日-星-器夹角与速度改变量方向角之间的关系

Fig. 5 Relationship between Sun-asteroid-spacecraft angle and velocity increment direction angle

根据正交投影定理 $(\mathbf{dv} - \mathbf{dv}_{\text{xoz}}) \cdot \mathbf{r} = 0$, 可得 $\mathbf{r} \cdot \mathbf{dv} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{dv}_{\text{xoz}}$, 因此

$$\cos \theta_{\text{SAI}} = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{dv}}{|\mathbf{r}| |\mathbf{dv}|} = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{dv}_{\text{xoz}}}{|\mathbf{r}| |\mathbf{dv}|} = \frac{|\mathbf{r}| |\mathbf{dv}_{\text{xoz}}| \cos \varphi}{|\mathbf{r}| |\mathbf{dv}|} = \cos \gamma \cos \varphi \quad (7)$$

由图中可知 $\varphi = \pi - \phi - \alpha$, 将其代入式(7)化简可得速度改变量方向与日-星-器夹角的定量关系

$$\theta_{\text{SAI}} = \arccos(-\cos \gamma \cos(\phi + \alpha)) \quad (8)$$

其中, 角度 ϕ 可进一步表达为平近点角 M 和偏心率 e 的表达式。根据径向速度 $v_r = \frac{\mu}{h} e \sin f$ 和切向速度 $v_\theta = \frac{\mu}{h} (1 + e \cos f)$, 可得 $\tan \phi = \frac{v_\theta}{v_r} = \frac{1 + e \cos f}{e \sin f}$, 即:

$$\phi = \arctan\left(\frac{1 + e \cos f}{e \sin f}\right) \quad (9)$$

其中: f 为真近点角, 与平近点角 M 的对应关系为

$$\begin{cases} M = E - e \sin E \\ \tan\left(\frac{f}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan\left(\frac{E}{2}\right) \end{cases} \quad (10)$$

于是有

$$\theta_{\text{SAI}} = \arccos\left(-\cos \gamma \cos\left(\arctan\left(\frac{1 + e \cos f}{e \sin f}\right) + \alpha\right)\right) \quad (11)$$

式(10)和(11)建立了日-星-器夹角与平近点角和速度改变量方向之间的数量关系。

特殊地, 当 $\mathbf{dv}$ 在轨道平面外的分量为0, 即 γ 角约等于0时, 式(11)可简化为

$$\theta_{\text{SAI}} = \pi - \arctan\left(\frac{1 + e \cos f}{e \sin f}\right) - \alpha \quad (12)$$

2.3.3 偏转距离与速度改变量的关系

从精确建模的角度出发, 对于三维空间中的速度改变量矢量 $\mathbf{dv}$, 可将其视为撞击瞬间直接施加于小行星速度矢量的扰动, 即令 $\mathbf{r}' = \mathbf{r}$, $\mathbf{v}' = \mathbf{v} + \mathbf{dv}$, 其中 $\mathbf{r}'$ 和 $\mathbf{v}'$ 分别表示撞击后瞬间小行星的位置和速度矢量。随后, 通过对小行星撞后轨道进行高精度递推得到对应的真实轨道偏转距离 ΔD_{true} 。然而, 该类高精度轨道递推计算量大、耗时长, 难以满足轨迹优化过程中对偏转距离进行大规模评估的快速性需求。因此, 有必要建立轨道偏转距离与撞击位置和速度改变量矢量之间的函数关系, 从而通过直接调用该函数实现偏转距离的快速计算, 以提高轨迹优化效率。

由于撞击位置与平近点角一一对应, 本文采用平近点角 M 表征撞击位置, 并以直角坐标分量形式(VNC坐标系的 x 轴、 y 轴和 z 轴)描述速度改变量矢量。在此意义下, 上述问题可表述为在四维参数空间中构建轨道偏转距离关于平近点角与速度改变量矢量的函数关系 F , 使得

$$\Delta D_{\text{true}} = F(M, \mathbf{dv}_x, \mathbf{dv}_y, \mathbf{dv}_z) \quad (13)$$

然而, 直接对该高维函数关系进行建模不仅实现难度很大, 而且不利于偏转机理的理论分析及结果的直观可视化。

基于上述考虑, 本文采用分解建模的思路, 将高维建模问题拆解为若干低维子问题, 分别建立偏转距离与平近点角和速度改变量在VNC坐标系三轴方向分量之间的二维参数函数关系 F_x 、 F_y 和 F_z , 使得

$$\begin{cases} \Delta D_{x,\text{true}} = F_x(M, \mathbf{dv}_x) \\ \Delta D_{y,\text{true}} = F_y(M, \mathbf{dv}_y) \\ \Delta D_{z,\text{true}} = F_z(M, \mathbf{dv}_z) \end{cases} \quad (14)$$

其中, $\Delta D_{x,\text{true}}$ 、 $\Delta D_{y,\text{true}}$ 和 $\Delta D_{z,\text{true}}$ 分别表示通过高精度轨道递推获得的速度改变量三轴分量单独作用时所产

生的真实轨道偏转距离数据。最后通过对三轴分量作用对应的偏转距离贡献进行线性加权求和,近似重构速度改变量矢量整体作用下的轨道偏转距离,在显著降低建模复杂度的同时,提高模型的计算效率与物理可解释性。

1) 偏转距离与速度改变量三轴分量

平近点角 M 在 $[100^\circ, 720^\circ]$ 区间内按 10° 步长进行采样,对应撞击时间范围为2026年1月1日—2032年12月22日; dv_x 、 dv_y 和 dv_z 均在 $[-10 \text{ cm/s}, 10 \text{ cm/s}]$ 区间内按 0.5 cm/s 步长进行采样。针对三轴方向分别进行高精度轨道递推计算每一组采样组合对应的轨道偏转距离。三轴方向部分平近点角(仅展示以 50° 为间隔的13组平近点角取值)下偏转距离与速度改变量分量的关系如图6所示。三轴方向全部平近点角(以 10° 为间隔的63组取值)下偏转距离关于平近点角和速度改变量分量的等高线图如图7所示。

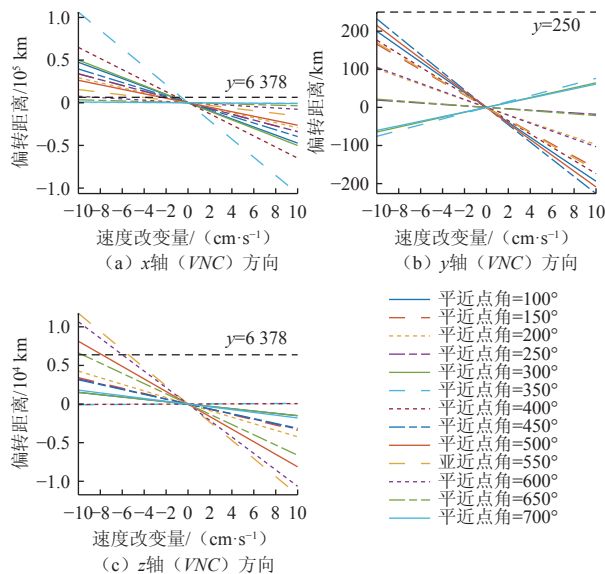


图6 部分平近点角下偏转距离与速度改变量分量的关系

Fig. 6 Relationship between deflection distance and velocity increment components for selected mean anomalies

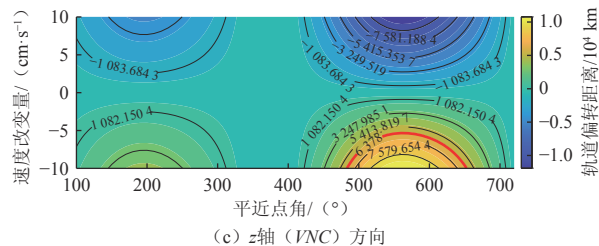


图7 偏转距离关于平近点角和速度改变量分量的等高线图

Fig. 7 Contour map of deflection distance with respect to mean anomaly and velocity increment components

由图6可清晰看出,在每一组给定的平近点角条件下,轨道偏转距离与速度改变量三轴分量之间均呈现出良好的近似线性关系。该特性在图7中进一步体现为图像关于速度改变量分量为零的轴线具有显著的轴对称性。同时,随着速度改变量分量的增大,轨道偏转距离逐渐增大,其对应的颜色标识由浅色向深色连续过渡。

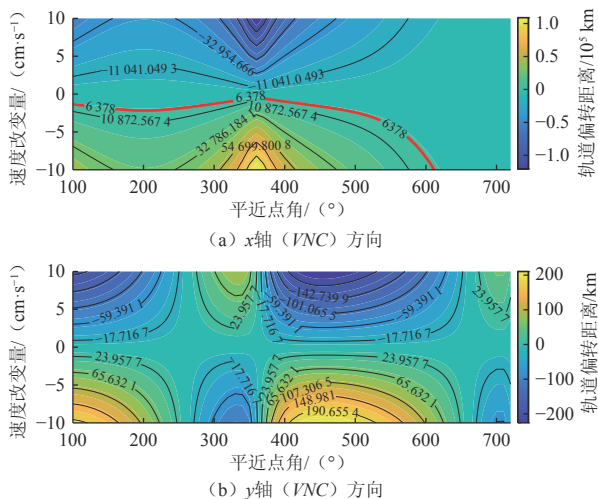
结合图6和图7可进一步观察到,在 x 轴方向上,当速度改变量分量为负,即速度改变量方向与 $-x$ 轴一致时,轨道偏转距离为正(撞后小行星距离地球更远);当速度改变量分量为正,即速度改变量方向与 $+x$ 轴一致时,轨道偏转距离为负(撞后小行星距离地球更近)。在该方向上,可实现偏转距离大于 6378 km 的平近点角取值范围为 $100^\circ \sim 610^\circ$ 。当平近点角取 360° ,即在近日点处实施撞击时,所获得的轨道偏转距离显著大于其他撞击位置;且当速度改变量分量达到 -10 cm/s 时,偏转距离达到最大值 $1.2 \times 10^5 \text{ km}$ 。

对于 y 轴方向而言,轨道偏转距离整体较小,其最大值不超过 232.3 km ,难以实现有效偏转。其中最大偏转距离对应的平近点角为 460° ,速度改变量分量为 -10 cm/s 。

对于 z 轴方向,可实现偏转距离大于 6378 km 的平近点角取值范围为 $490^\circ \sim 650^\circ$,对应的速度改变量分量需沿 $-z$ 轴方向,且其绝对值大于 5 cm/s 。该方向上的最大偏转距离为 $1.2 \times 10^4 \text{ km}$,对应平近点角为 560° ,速度改变量分量为 -10 cm/s 。

综上分析可知,在VNC坐标系的三个轴向中,轨道偏转效率最高的速度改变量方向为 $-x$ 轴方向,即与小行星速度矢量相反;同时,在该方向上于小行星近日点附近实施撞击,可获得最为显著的轨道偏转效果。若以最大化偏转距离作为唯一优化目标,则应尽可能使速度改变量的方向角 γ 和 α 接近零,使其在轨道面外的投影为零,而在轨道面内的投影完全沿着偏转效率最高的 $-x$ 轴方向,从而实现最优的轨道偏转效果。

为满足后续轨迹优化过程中对轨道偏转距离进行



快速评估的需求, 本文分别针对速度改变量在三轴方向上作用的情形, 以采样数据中的平近点角与速度改变量分量作为自变量, 以真实轨道偏转距离作为因变量, 利用 MATLAB 曲线拟合工具箱 `cftool` 中的插值 (Interpolant) 方法, 分别构建三轴方向上轨道偏转距离关于平近点角和速度改变量分量的二维函数关系 F_x 、 F_y 和 F_z , 其结果如图 8 所示。其中, 黑色圆点表示高精度轨道递推获得的原始采样数据点, 有色曲面为插值重构得到的函数曲面。由于 Interpolant 方法属于严格通过采样点的插值重构技术, 其生成的函数曲面在所有自变量采样点处均满足零插值误差, 因此残差平方和 (SSE) 理论上为 0, 决定系数 (R^2) 取值为 1。该插值曲面在完整保留原始仿真数据精度的同时, 能够连续刻画轨道偏转距离在参数空间内的变化特征, 从而在后续轨迹优化与参数分析过程中可直接调用函数关系替代重复的高精度轨道递推, 显著提高整体计算效率。

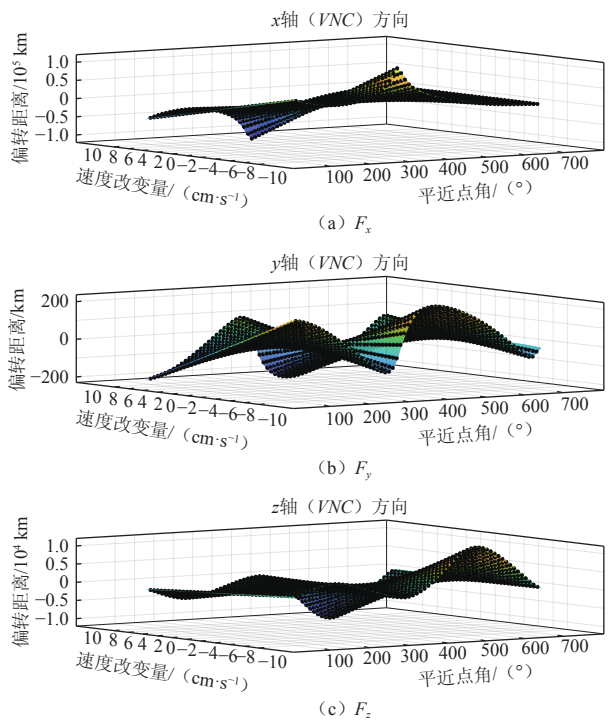


图 8 偏转距离与平近点角和速度改变量的插值函数曲面
Fig. 8 Interpolated functional surface of deflection distance versus mean anomaly and velocity increment

2) 偏转距离与速度改变量矢量

对于给定的一组 $(|dv|, \gamma, \alpha)$, 由式 (5) 得到三轴方向的速度改变量分量, 根据三轴方向下偏转距离与平近点角和速度改变量分量之间的函数关系, 结合平近点角 M , 分别求出速度改变量三轴分量所对应的轨道偏转距离函数值 ΔD_x 、 ΔD_y 和 ΔD_z 为

$$\begin{cases} \Delta D_x = F_x(M, dv_x) \\ \Delta D_y = F_y(M, dv_y) \\ \Delta D_z = F_z(M, dv_z) \end{cases} \quad (15)$$

最后, 采用线性加权求和的方法对各分量方向上对应的偏转距离函数值进行叠加计算, 得到真实偏转距离的近似值 ΔD_{approx} , 用于近似评估速度改变量矢量整体作用所引起的轨道偏转效应。其中, 各分量方向的加权系数分别为 ω_x 、 ω_y 和 ω_z , 则有

$$\Delta D_{\text{approx}} = \omega_x \Delta D_x + \omega_y \Delta D_y + \omega_z \Delta D_z \quad (16)$$

为评估线性加权近似方法的有效性, 本文构建了一组具有代表性的测试样本点, 对不同加权系数组合下近似偏转距离 ΔD_{approx} 与真实偏转距离 ΔD_{true} 之间的偏差进行对比分析。测试样本的参数设置如下: 平近点角 M 在 $[100^\circ, 720^\circ]$ 区间内以 100° 为步长取值, 速度改变量模值 $|dv|$ 在 $[-10 \text{ cm/s}, 10 \text{ cm/s}]$ 区间内以 2 cm/s 为步长取值, 方向角 γ 分别取 1° 、 2° 和 3° , 方向角 α 分别取 -45° 、 -135° 和 45° 等典型值。上述参数组合共生成 385 个测试点, 能够较为充分地覆盖研究所涉及的参数空间。在此基础上, 对全部测试点中近似偏转距离与真实偏转距离之间的偏差进行计算, 分别统计偏差的最大值、最小值和平均值, 并选取表 4 所列的 7 组具有代表性的线性加权系数组合, 系统分析不同权重配置对近似精度的影响。

表 4 不同权重组合下测试点的近似偏转距离与真实偏转距离的偏差

Table 4 Deviation between approximated deflection distance and true deflection distance for test cases under different weighting combinations

权重组合编号	ω_x	ω_y	ω_z	最大偏差/km	最小偏差/km	平均偏差/km
1	1.0	1.0	1.0	13.4	0.0	2.2
2	1.0	1.0	2.0	1 759.1	0.0	452.6
3	1.0	1.0	0.5	886.0	0.0	226.3
4	1.0	2.0	1.0	22.9	0.0	3.3
5	1.0	0.5	1.0	18.1	0.0	2.6
6	2.0	1.0	1.0	57 444.0	0.0	24 868.5
7	0.5	1.0	1.0	28 722.3	0.0	12 434.3

由表可知, 不同权重组合下近似偏转距离与真实偏转距离之间的偏差差异显著。其中, 当三轴方向权重均取 1 时, 所得最大偏差和平均偏差均为所有组合中的最小值, 整体近似效果最优。对比组合 1、2 和 3 可以发现, z 轴权重相对于基准值 1 增大或减小一倍, 均会导致偏差提高约两个数量级; 对比组合 1、4 和 5 可知, y 轴权重的变化对偏差的影响相对较小; 而对比组合 1、6 和 7 可知, x 轴权重增大或减小一倍会使偏差增加约 4 个数量级。

上述结果进一步验证了前文分析结论,即 x 轴和 z 轴方向的速度改变量对轨道偏转距离的贡献显著大于 y 轴,因此距离偏差对其权重的变化更为敏感;相较之下,由于 y 轴方向的偏转贡献较小,即使权重发生变化,对偏差的影响亦较为有限。这表明,当主导方向的权重取值偏离合理范围时,线性加权求和近似法的误差将被显著放大。基于上述对比,本文在后续分析与轨道优化计算中统一采用三轴权重均为1的权重组合,以保证近似精度。

2.3.4 偏转距离与日-星-器夹角的关系

根据式(12)可知,在平近点角取值相同的情况下,日-星-器夹角越小,速度改变量方向角 α 越大,从而其在偏转效率最高的 $-x$ 轴方向上的投影越小,导致轨道偏转效果减弱,这一过程揭示了日-星-器夹角对偏转距离产生影响的内在机理。基于此,本节结合2.3.3节建立的轨道偏转距离与速度改变量矢量的关

系,以及2.3.2节给出的日-星-器夹角与速度改变量方向的关系,进一步构建轨道偏转距离与平近点角以及日-星-器夹角之间的定量联系,并在此基础上识别出满足轨道偏转距离和日-星-器夹角约束的撞击时刻取值范围。

假设速度改变量的方向位于小行星的轨道平面内($\gamma = 0$),仅考虑其轨道面内方向角 α ,以突出主要偏转机理并降低参数维数。同时,为保证轨道偏转效果, $d\mathbf{v}$ 在 x 轴和 z 轴分量不能同时为正,因此 α 的取值范围为 $[-180^\circ, 90^\circ]$ 。平近点角 M 在 $100^\circ \sim 720^\circ$ 之间以 1° 为步长进行采样,方向角 α 以 1° 为步长进行采样,撞击相对速度 v_{rel} 在 $6 \sim 11 \text{ km/s}$ 之间以 1 km/s 为间隔进行采样,针对每一组 M 、 α 和 v_{rel} 的采样组合:首先根据式(10)和式(12)求出 θ_{SAI} 取值;其次根据式(5)和式(6)算出 (dv_x, dv_y, dv_z) ,再根据式(15)和式(16)算出 ΔD_{approx} 。最后绘制不同 v_{rel} 取值下, ΔD_{approx} 与 θ_{SAI} 和 M 的等高线图,如图9所示。

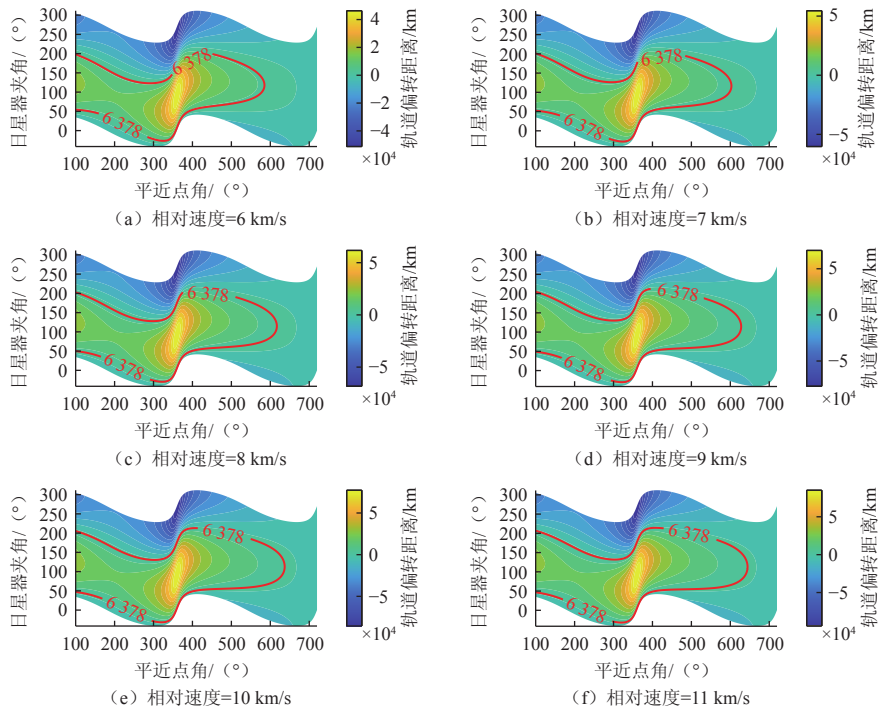


图9 偏转距离与平近点角和日-星-器夹角的等高线图

Fig. 9 Contour plot of deflection distance with respect to mean anomaly and Sun-asteroid-spacecraft angle

由图可知,随着撞击相对速度的提高,能够实现轨道偏转距离大于一个地球半径的平近点角取值区间逐步扩大。当相对速度为 6 km/s 时,该区间为 $100^\circ \sim 585^\circ$;当相对速度增大至 11 km/s 时,区间扩展至 $100^\circ \sim 644^\circ$ 。结合平近点角与历元时间之间的对应关系可知,扩展后的可行平近点角区间对应的撞击时刻范围为2026年1月1日—2032年1月12日。

为进一步保证撞击时刻具备良好的太阳光照条件,还需引入日-星-器夹角约束。在同时满足偏转距离大于一个地球半径和日-星-器夹角不超过 45° 的约束条件下,随着撞击相对速度的提高,可行平近点角区间同样呈现扩大趋势:当相对速度取 6 km/s 时,该区间为 $159^\circ \sim 382^\circ$;当相对速度增大至 11 km/s 时,扩展至 $109^\circ \sim 390^\circ$ 。扩展后的平近点角区间所对应的撞击

时刻范围为2026年2月6日—2029年3月20日。

基于上述等高线图分析所确定的撞击时刻范围,下文将分别在两类约束条件下开展动能撞击转移轨迹优化研究:①仅考虑偏转距离约束(偏转距离 $\geq 6\,378\text{ km}$);②同时考虑偏转距离与光照条件约束(偏转距离 $\geq 6\,378\text{ km}$,且日-星-器夹角 $\leq 45^\circ$)。

3 轨迹优化

3.1 动能撞击

分别针对撞击器不借力、地球借力、金星借力和火星借力等多种方案开展转移轨迹优化。根据上一节的分析结果,发射时间范围设定为2026年1月1日—2031年12月12日,撞击时间范围设定为2026年2月1日—2032年1月12日;同时将撞击相对速度约束在 $6\sim 11\text{ km/s}$ 之间。在满足轨道偏转距离不小于 $6\,378\text{ km}$ 的条件下,各借力方案下的轨迹优化结果汇总如表5所示。

表 5 满足偏转距离约束的动能撞击轨迹优化结果
Table 5 Optimization results of kinetic impact trajectory satisfying deflection distance constraint

序 号	借力 序列	发射 日期	C3/ ($\text{km}^2\cdot\text{s}^{-2}$)	交会 日期	相对 速度/ ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$)	偏转距 离/km	日-星- 器夹角/ ($^\circ$)	总速度 增量/ ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$)
1	不借力	2028-01	10.56	2028-12	10.42	67 061.71	141.96	0.00
2	地球	2026-12	48.74	2028-12	7.30	60 628.57	91.63	0.00
3	金星	2026-02	27.04	2028-11	10.75	91 738.04	89.20	0.00
4	火星	2026-12	45.60	2028-12	7.08	26 627.21	153.00	0.00

从满足偏转距离约束的动能撞击轨迹优化结果可知,撞击器无论采用不借力、地球借力、金星借力还是火星借力方案,均可在不施加速度增量的情况下实现轨道偏转距离满足约束且留有较大裕度。然而,由于该组优化并未对日-星-器夹角施加约束,因此各方案对应的夹角取值普遍较大。从发射时刻分布来看,不借力方案的最优轨迹对应的发射时间集中于2028年,而地球、金星及火星借力方案的最优发射时间均提前至2026年,其原因在于引入行星借力后转移时间显著增加,需要更早发射以匹配目标撞击窗口。

在进一步考虑轨道偏转距离不小于 $6\,378\text{ km}$ 和日-星-器夹角不超过 45° 的约束条件下,根据上一节分析结果,将撞击时间窗口限定为2026年2月6日—2029年3月20日,并相应将发射时间范围设定为2026年1月6日—2029年2月20日。满足上述双重约束的轨迹优化结果汇总如表6所示。

由满足偏转距离和日-星-器夹角约束的动能撞击轨迹优化结果可知,撞击器无论采用不借力、地球借力、金星借力还是火星借力方案,均可在零速度增量

条件下同时满足轨道偏转距离不小于 $6\,378\text{ km}$ 以及日-星-器夹角不超过 45° 的约束条件。其中,地球借力与金星借力方案可获得较大的轨道偏转距离,分别达到 $66\,528.77\text{ km}$ 和 $62\,984.66\text{ km}$,但对应的日-星-器夹角相对较大,分别为 33.04° 和 37.94° ;相比之下,不借力与火星借力方案能够实现更小的日-星-器夹角,分别为 1.82° 和 11.53° ,但其轨道偏转距离相对较小,分别为 $24\,876.38\text{ km}$ 和 $25\,053.52\text{ km}$ 。该结果表明,在当前约束条件下,最大化轨道偏转距离与最小化日-星-器夹角之间存在制约关系,进一步验证了2.3.4节所揭示的日-星-器夹角影响轨道偏转距离的内在机理。因此,在动能撞击防御任务设计中,应依据任务目标优先级与工程实施需求,对二者进行综合权衡与合理折中。

表 6 满足偏转距离和日-星-器夹角约束的
动能撞击轨迹优化结果
Table 6 Optimization results of kinetic impact trajectories satisfying deflection distance and Sun-asteroid-spacecraft angle constraints

序 号	借力 序列	发射 日期	C3/ ($\text{km}^2\cdot\text{s}^{-2}$)	撞击 日期	相对 速度/ ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$)	偏转距 离/km	日-星- 器夹角/ ($^\circ$)	总速度 增量/ ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$)
1	不借力	2026-12	46.46	2028-06	8.17	24 876.38	1.82	0.00
2	地球	2026-01	8.92	2028-10	11.00	66 528.77	33.04	0.00
3	金星	2026-07	17.02	2028-09	9.73	62 984.66	37.94	0.00
4	火星	2026-11	28.47	2028-06	8.38	25 053.52	11.53	0.00

3.2 伴飞探测

针对小行星近距离伴飞探测任务,分别考虑三类转移方案:不借力直接转移、一次借力转移以及两次借力转移。直接转移方案具有飞行时间较短的优势,但对发射C3和交会速度增量的要求较高;相比之下,借力转移可显著降低发射C3和总速度增量需求,但其代价是转移时间相对较长。

综合考虑探测器研制周期以及需在2032年12月小行星再次接近地球之前完成在轨观测的需求,将到达小行星时间设定为不晚于2032年9月,发射时间窗口设定为2026年1月—2032年6月。采用按发射年份与到达年份逐年遍历的搜索策略,分别对不同借力序列下各年份组合的转移轨迹进行优化。为降低优化算法随机性对结果收敛性的影响,每一组工况均独立运行5次优化计算。最终,各借力序列下以总速度增量最小为目标得到的轨迹优化结果汇总如表7所示。

不同借力序列下总速度增量最小的轨迹优化结果表明,直接转移方案所需总速度增量均超 2 km/s ,工程可行性较低。在一次借力方案中,仅地球借力能够获得可接受的速度增量水平,而金星借力和火星借力方

案对应的速度增量均过大。在两次借力方案中，“金星-地球”和“火星-地球”序列表现出相对较优的性能。其中，“金星-地球”的借力方案不仅显著降低了总速度增量，还将发射 C3 需求从约 $50\text{ km}^2/\text{s}^2$ 降低至 $22.6\text{ km}^2/\text{s}^2$ ；相比之下，“火星-地球”借力虽然同样有助于降低 C3，但其总速度增量并未优于单次地球借力方案。总体来看，近距离伴飞探测任务至少需要一次地球借力以有效降低速度增量需求；在此基础上，若需进一步降低发射C3，则可在地球借力之前引入一次金星或火星借力。

表 7 不同借力序列下总速度增量最小的轨迹优化结果
Table 7 Trajectory optimization results of minimum total velocity increment under various gravity assist sequences

序号	借力序列	发射日期	C3/ (km^2/s^2)	交会日期	总速度增量/ ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$)
1	无	2028-11	50.00	2032-01	2.10
2	地球	2026-09	50.00	2032-08	0.97
3	金星	2026-11	50.00	2032-04	3.00
4	火星	2026-11	50.00	2032-03	2.86
5	地球-地球	2026-02	50.00	2031-01	2.22
6	地球-金星	2027-05	27.35	2031-12	4.10
7	地球-火星	2027-06	37.89	2032-08	3.95
8	金星-地球	2026-05	22.62	2030-11	0.68
9	金星-金星	2028-04	50.00	2032-05	2.70
10	金星-火星	2026-03	50.00	2028-12	4.06
11	火星-地球	2026-12	32.86	2032-04	1.81
12	火星-金星	2026-12	41.16	2032-03	2.42
13	火星-火星	2026-10	50.00	2031-09	3.29

除上述总速度增量最小的转移轨迹外，在3种借力序列下还存在多组次优但可行的解，其总速度增量均小于 2 km/s 。对应的发射窗口与交会窗口分布如图10所示。由图可见，这些可行解的发射时段均早于2027年2月，而到达时段均晚于2029年12月，表明伴飞探测器需较早发射，并经历相对较长的转移飞行时间。

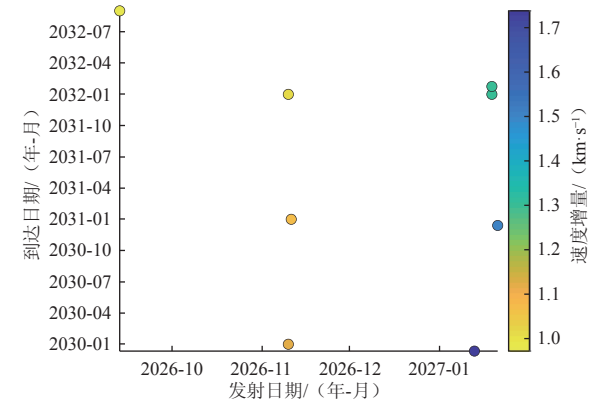


图 10 伴飞探测总速度增量小于 2 km/s 的发射和交会窗口
Fig. 10 Launch and rendezvous windows for rendezvous observation missions with total velocity increment below 2 km/s

3.3 飞越探测

对于近距离飞越探测任务，分别考虑实现1次飞越、2次飞越和3次飞越3种方案。其中，一次飞越方案的轨迹优化结果中总速度增量为零的可行解汇总见表8。结果表明，在零速度增量条件下实现一次飞越，其飞越窗口仅出现在2028年和2032年，即小行星再次近距离接近地球的时段；相比之下，发射窗口相对宽泛，在2026—2032年间各年份均存在可行的发射机会。进一步对比不同发射窗口可知，2028年1月发射对应的C3需求最小，但其日-星-器夹角较大；而2029年12月发射的C3略有增加，但可显著改善日-星-器夹角条件。综合权衡发射能量需求与光照几何约束，2029年12月对应的发射窗口更具综合优势。

表 8 实现一次飞越的最优转移轨迹参数
Table 8 Optimal transfer trajectory parameters for one flyby

发射日期	C3/ (km^2/s^2)	飞越日期	飞越相对速度/ ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$)	日-星-器 夹角/ $(^\circ)$	总速度增量/ ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$)
2026-12	36.76	2028-04	10.80	2.90	0.00
2026-01	42.52	2032-03	10.99	3.99	0.00
2027-10	44.04	2028-10	15.14	35.12	0.00
2027-12	48.07	2032-02	10.06	1.17	0.00
2028-01	6.98	2028-10	13.00	22.28	0.00
2029-12	16.29	2032-08	11.10	8.11	0.00
2030-12	37.80	2032-03	11.26	2.16	0.00
2031-01	44.87	2032-03	12.12	3.02	0.00
2032-03	18.51	2032-08	22.13	6.81	0.00

实现两次飞越探测的轨迹优化结果汇总如表9所示。结果表明，两次飞越方案整体上对发射能量的需求较高，对应的C3普遍偏大。综合分析可发现，最优转移轨迹主要可分为两类：第一类轨迹中，探测器于2028年8月小行星首次近距离接近地球期间完成第1次飞越，并在2032年8月小行星第2次近距离接近地球时完成第2次飞越，此类方案的总速度增量接近零，但对应的日-星-器夹角较大；第二类轨迹则通过进一步提高C3，将第1次飞越时刻提前至2027年12月，第2次飞越时刻提前至2031年12月，从而在一定程度上改善日-星-器夹角条件，但需付出更高的总速度增量代价。总体而言，两次飞越之间的时间间隔约为4年，与小行星的轨道周期基本一致。

实现3次飞越的轨迹优化结果如表10所示。结果表明，该方案总速度增量超过 2 km/s ，日-星-器夹角较大，且所需C3达到设定上限 $50\text{ km}^2/\text{s}^2$ ，整体工程可行性较低。在飞越阶段的相对运动特性来看，第1次飞越时探测器与小行星的相对速度较小，第2次飞越时已接近零，表明探测器基本进入伴飞状态；第3次飞越时则实现了伴飞，其轨迹本质上等价于“一次飞越后转入伴

飞探测”的派生方案。由此可见, 在既定发射窗口与任务约束条件下, 飞越次数难以进一步增加, 总速度增量不超过 2 km/s 的可行方案仅限于1次或2次飞越。

表 9 实现两次飞越的最优转移轨迹参数
Table 9 Optimal transfer trajectory parameters for two flybys

发射日期	C3/ ($\text{km}^2\cdot\text{s}^{-2}$)	第一次飞越		第二次飞越		日-星-器夹角/ ($^\circ$)	总速度增量/ ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$)
		日期	相对速度/ ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$)	日期	相对速度/ ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$)		
2026-12	50.00	2027-12	16.67	2031-12	16.52	2.57	1.06
2026-03	49.74	2028-08	25.76	2032-08	25.48	4.69	0.04
2027-01	50.00	2027-12	16.73	2031-12	16.58	2.40	0.79
2027-12	41.15	2028-08	19.65	2032-08	19.28	8.06	0.25
2028-01	44.21	2028-08	19.94	2032-08	19.59	8.42	0.00

表 10 实现3次飞越的最优转移轨迹参数
Table 10 Optimal transfer trajectory parameters for three flybys

发射日期	2028-11-01
C3/ ($\text{km}^2\cdot\text{s}^{-2}$)	50.00
第1次飞越日期	2032-01-13
第1次飞越相对速度/ ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$)	1.19
第2次飞越日期	2032-08-28
第2次飞越相对速度/ ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$)	0.01
第3次飞越日期	2032-08-30
第3次飞越相对速度/ ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$)	0.00
日-星-器夹角/ ($^\circ$)	53.64
总速度增量/ ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$)	2.13

4 结 论

本文以具有潜在撞击风险的近地小行星 2024 YR4 为研究对象, 系统研究了动能撞击轨道偏转机理, 详细开展了近距离探测与动能撞击防御任务的轨道设计。

在轨道偏转机理方面, 围绕动能撞击产生的速度改变量, 分析了影响其幅值的主要因素, 并从空间几何角度推导了速度改变量方向角与日-星-器夹角之间的定量关系。在此基础上, 建立了轨道偏转距离与平近点角及速度改变量在 VNC 坐标系三轴分量之间的函数关系, 并通过线性加权方法近似构建了速度改变量矢量与整体轨道偏转效果之间的关联模型。研究结果表明, 速度改变量在 $-x$ 轴方向(与小行星速度方向相反)上的轨道偏转效率最高, 且在近日点附近实施撞击可获得最显著的偏转效果; 日-星-器夹角的减小将削弱速度改变量在高效偏转方向上的投影, 从而降低轨道偏转能力, 并显著限制可选的撞击时刻范围。

在任务轨道设计方面, 分别针对伴飞探测、飞越探测与动能撞击任务建立了轨迹优化目标, 并系统考虑了多种借力方案及飞越次数组合对转移轨迹的影

响。优化结果表明, 伴飞探测任务对速度增量约束最为敏感, 其可行轨迹仅存在于特定发射窗口下, 并需依赖行星借力实现; 飞越探测任务的发射窗口条件相对宽松, 可在零速度增量条件下实现一次或两次飞越; 对于动能撞击任务, 多种借力方案均可在零速度增量条件下同时满足轨道偏转距离要求和日-星-器夹角约束, 但轨道偏转效果的最大化与日-星-器夹角的最小化之间存在相互制约关系。

总体而言, 本文构建了一套面向动能撞击与近距离探测任务的轨道偏转定量分析与任务轨道设计方法, 可为高风险近地小行星的探测与防御任务的方案论证提供理论参考。后续研究可在此基础上进一步考虑非引力扰动、小行星物理参数不确定性以及速度改变量方向偏差等因素, 以提升模型的精度、鲁棒性及工程适用性。

参考文献

[1] 吴伟仁, 龚自正, 唐玉华, 等. 近地小行星撞击风险应对战略研究[J]. 中国工程科学, 2022, 24(2): 140-151.
WU W R, GONG Z Z, TANG Y H, et al. Response to risk of near-Earth asteroid impact[J]. Strategic Study of Chinese Academy of Engineering, 2022, 24(2): 140-151.

[2] 孙海彬, 孙胜利. 近地小行星观测技术分析[J]. 深空探测学报(中英文), 2020, 7(2): 197-205.
SUN H B, SUN S L. Research on the near-Earth asteroid observation technology[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2020, 7(2): 197-205.

[3] 张焯, 顾征, 韩承志. 小行星撞击防御任务分析与设计[J]. 深空探测学报(中英文), 2023, 10(4): 387-396.
ZHANG H, GU Z, HAN C Z. Analysis and design of asteroid impact defense mission[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2023, 10(4): 387-396.

[4] 吴伟仁, 唐玉华, 李明涛. 小行星防御在轨处置技术研究进展[J]. 深空探测学报(中英文), 2023, 10(4): 345-356.
WU W R, TANG Y H, LI M T. Research progress in asteroid defense on-orbit disposal technology[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2023, 10(4): 345-356.

[5] 王艺睿, 李明涛. 动能撞击小行星防御轨道优化设计[J]. 空间碎片研究, 2019, 19(3): 43-49.
WANG Y R, LI M T. Orbital design and optimization of kinetic impactor for asteroid deflection[J]. Space Debris Research, 2019, 19(3): 43-49.

[6] 李涛, 覃金贵, 任磊生, 等. 近地小行星动能撞击的最优撞击方案分析[J]. 空间碎片研究, 2021, 21(4): 49-54.
LI T, QIN J G, REN L S, et al. Optimal interception orbit analysis in the kinetic impact of near Earth asteroids[J]. Space Debris Research, 2021, 21(4): 49-54.

[7] 王艺睿, 李明涛, 周炳红. 基于偏转距离近似模型的动能撞击小行星防御任务脉冲轨道优化研究[J]. 力学学报, 2021, 53(3): 912-928.
WANG Y R, LI M T. Impulsive trajectory optimization of kinetic

- impactor missions for asteroid deflection based on an approximation deflection model[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(3): 912-928.
- [8] CORNELL UNIVERSITY. Preliminary analysis into the feasibility of missions to asteroid 2024 YR4 [EB/OL]. (2025-2-26)[2025-6-24]. <https://arxiv.org/abs/2502.19346>.
- [9] NASA Jet Propulsion Laboratory. CNEOS sentry: 2024 YR4[EB/OL]. [2025-6-24]. <https://cneos.jpl.nasa.gov/sentry/details.html#?des=2024%20YR4>.
- [10] STICKLE A M, RIVKIN A S, ATCHISON J, et al. Tour of asteroids for characterization observations (TACO): a planetary defense asteroid tour concept[J]. *The Planetary Science Journal*, 2024, 5(10): 237-245.
- [11] YANG S, XU B. An Earth trojans search mission with asteroid flybys and rendezvous to 2010TK7[J/OL]. *Planetary and Space Science*, 2021, 196: 105154. <http://doi.org/10.1016/j.pss.2020.105154>.
- [12] 王杰, 钟子凯, 袁浩, 等. 大椭圆停泊轨道出发的小行星防御航天器轨道优化[J]. 中国空间科学技术(中英文), 2024, 44(4): 102-110.
- WNAG J, ZHONG Z K, YUAN H, et al. Orbit optimization for an asteroid-defense spacecraft departing from large elliptical parking orbit[J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2024, 44(4): 102-110.
- [13] 陈媛媛, 胡寿村, 李鑫冉, 等. 行星轨道动力学在动能撞击在轨处置中的具体应用[J]. 空间碎片研究, 2022, 22(3): 46-59.
- CHEN Y Y, HU S C, LI X R, et al. Specific application of planetary orbital dynamics on deflection method of kinetic impact[J]. *Space Debris Research*, 2022, 22(3): 46-59.
- [14] 李海洋, 尤伟, 陈晓, 等. 近地小行星撞击偏转与评估轨迹协同优化[J]. 深空探测学报(中英文), 2024, 11(6): 551-558.
- LI H Y, YOU W, CHEN X, et al. Collaborative optimization of evaluation trajectory and impact deflection for near Earth asteroid[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2024, 11(6): 551-558.
- [15] 李鑫冉, 赵海斌, 唐玉华, 等. 近地小行星碰撞概率计算方法[J]. 深空探测学报(中英文), 2023, 10(4): 357-368.
- LI X R, ZHAO H B, TANG Y H, et al. Computation methods for impact probability of nearEarth asteroids[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2023, 10(4): 357-368.
- [16] BOLIN B T, HANUS J, DENNEAU L, et al. The discovery and characterization of Earth-crossing asteroid 2024 YR4[J/OL]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2025, 984(1): L25. <https://www.keyanzhidian.com/doc/detail?id=1010114711057>.
- [17] RIVKIN A S, MUELLER T, MACLENAN E, et al. JWST observations of potentially hazardous asteroid 2024 YR4[J/OL]. *Research Notes of the AAS*, 2025, 9(4): 70. <https://www.keyanzhidian.com/doc/detail?id=1010114733022>.
- [18] JUTZI M, MICHEL P. Hypervelocity impacts on asteroids and momentum transfer I. Numerical simulations using porous targets[J]. *Icarus*, 2014, 229: 247-253.
- [19] RADUCAN S D, DAVISON T M, COLLINS G S. Ejecta distribution and momentum transfer from oblique impacts on asteroid surfaces[J/OL]. *Icarus*, 2022, 374: 114793. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103521004425?via%3Dihub>.
- [20] CHENG A F, AGRUSA H F, BARBEE B W, et al. Momentum transfer from the DART mission kinetic impact on asteroid Dimorphos[J]. *Nature*, 2023, 616(7957): 457-460.

作者简介:

宋昱岐(1996—), 男, 博士, 工程师, 主要研究方向: 深空探测航天器轨道优化。

通信地址: 安徽省合肥市蜀山区中安创客科技园二期深空探测实验室(230026)

电话: (0551)67100729

E-mail: 1437718157@qq.com

黄兴宏(1981—), 男, 博士, 高级工程师, 主要研究方向: 深空探测航天器导航、制导与控制。**本文通信作者。**

通信地址: 安徽省合肥市蜀山区中安创客科技园二期深空探测实验室(230026)

电话: (0551)67100808

E-mail: senhomwong@163.com

Trajectory Optimization for Asteroid Kinetic Impact and Proximity Observation Under Orbital Deflection Constraints

SONG Yuqi, HUANG Xinghong, LI Haiyang, XIANG Kaiheng,
LIU Wangwang, WU Jian, PAN Linxin

(Deep Space Exploration Laboratory, Hefei 230026, China)

Abstract: To address the challenges associated with limited orbit determination accuracy, insufficient knowledge of physical parameters, and the difficulty of accurately characterizing post-impact orbital deflection for potentially Earth-impacting asteroids, near-Earth asteroid 2024 YR4 was selected as the target object to investigate orbital deflection mechanism modeling and transfer trajectory optimization for kinetic impact and close-proximity observation missions. First, a high-precision orbital propagation model was established to evaluate the impact probabilities of 2024 YR4 on the Earth and the Moon. Second, the orbital deflection behavior induced by kinetic impact was systematically investigated. The primary factors affecting the magnitude of the velocity increment were analyzed, the geometric relationship between the velocity increment direction and the Sun-asteroid-spacecraft angle was derived, and a functional relationship between orbital deflection distance, mean anomaly, and velocity increment was constructed based on high-precision propagation results. On this basis, impact windows satisfying both effective deflection distance and Sun-asteroid-spacecraft angle constraints were identified, and the corresponding trajectory optimization for kinetic impact missions was carried out. Finally, for rendezvous and flyby observation missions, a year-by-year search of launch and encounter windows was performed, and feasible transfer trajectories under multiple gravity-assist schemes and flyby sequences were obtained. The modeling and analysis methods presented in this study provide reference for the investigation of asteroid orbital deflection mechanisms, while the proposed trajectory optimization framework offers guidance for the design of future asteroid exploration and planetary defense missions.

Keywords: asteroid orbital deflection; 2024 YR4; kinetic impact; rendezvous and flyby observation; trajectory optimization

Highlights:

- The impact probabilities of asteroid 2024 YR4 on the Earth and the Moon are evaluated using a Monte Carlo approach, and the quantitative relationship between the asteroid velocity increment and the Sun-asteroid-spacecraft angle is derived.
- A fast post-impact orbital deflection distance evaluation method suitable for trajectory optimization is proposed, in which a functional relationship between deflection distance, mean anomaly, and velocity increment is constructed based on high-precision orbit propagation data.
- The admissible range of the mean anomaly satisfying both effective deflection distance and Sun-asteroid-spacecraft angle constraints is identified, and trajectory optimization for kinetic impact missions under these constraints is conducted.
- For flyby reconnaissance and rendezvous missions, launch and encounter windows are optimized using a year-by-year search strategy, yielding feasible trajectories that meet mission requirements.

[责任编辑: 高莎, 英文审校: 宋利辉]